

## Matemàtiques Aplicades a les Ciències Socials

### Críteris específics d'avaluació

Críteris d'avaluació	Indicadors	Valor
<b>1. Redactar amb correcció i adequació sintàctica, lèxica, ortogràfica i discursiva, i amb riquesa expressiva.</b>	S'expressa de manera poc entenedora o desordenada, costa seguir el fil del text o conté faltes d'ortografia en excés.	<b>0,25</b>
	Redacta correctament i ordenada els seus raonaments, però utilitza un esquema pregunta-resposta sense elaborar un discurs raonat i coherent.	<b>0,5</b>
	Redacta correctament i ordenada els seus raonaments, però utilitza un esquema pregunta-resposta elaborant un discurs raonat i coherent. Utilitza vocabulari matemàtic amb precisió i coherència.	<b>0,75</b>
	S'expressa amb molta claredat, coherència i fluïdesa. Redacta raonadament la seva proposta sense, o gairebé sense, faltes d'ortografia.	<b>1</b>
<b>2. Analitzar i valorar diferents modelitzacions, eines i estratègies.</b>	Relaciona els models amb les dades facilitades, però no fa cap més referència matemàtica per explicar les característiques del model.	<b>0,75</b>
	Analitza les característiques bàsiques dels models obtinguts (domini, pendent, intervals de creixement, etc.), però amb algun error no significatiu.	<b>1,5</b>
	Analitza les característiques bàsiques dels models obtinguts (domini, pendent, intervals de creixement, etc.) relacionant-los amb el context del problema.	<b>2,25</b>
	Integra conceptes matemàtics avançats, com ara les derivades o punts d'inflexió per justificar la idoneïtat dels models seleccionats i la seva relació amb el context del problema.	<b>3</b>
<b>3. Escriure textos amb rigor matemàtic, de lectura fluïda i coherent i en els quals l'ús del llenguatge i de la simbologia matemàtica sigui precís.</b>	Resol la situació amb un llenguatge matemàtic pobre o amb errors, com per exemple no utilitzar el llenguatge de funcions correctament. No inclou gràfics o els fa amb molt poc rigor (eixos molt torts, sense noms als eixos, molt allunyats de la realitat, etc.).	<b>0,25</b>
	Utilitza el llenguatge de funcions amb una correcció formal però amb alguns errors i/o mostrant-se poc explícit en l'ús del llenguatge matemàtic. No inclou gràfics o els fa amb molt poc rigor (eixos molt torts, sense noms als eixos, molt allunyats de la realitat, etc.).	<b>0,5</b>

Críteris d'avaluació	Indicadors	Valor
	Utilitza el llenguatge de funcions amb una correcció formal però amb alguns errors i/o mostrant-se poc explícit en l'ús del llenguatge matemàtic. Fa els gràfics amb certa correcció però poc clars o amb petits errors.	0,75
	Utilitza el llenguatge matemàtic de manera correcta, expressant les funcions i les seves característiques amb el llenguatge matemàtic correcte. Afegeix gràfics acurats.	1
<b>4. Proposar problemes de manera creativa i raonada.</b>	Afegeix una nova dada al problema, però no és del tot rellevant per a la situació que es proposa. No relaciona els models obtinguts amb la nova proposta.	0,5
	Afegeix una nova dada al problema i la relaciona amb el model ja obtingut, però mostra una actitud conformista, amb extensions molt simples. No identifica els errors que fa, tant de càlcul com de disseny.	1
	Identifica possibles extensions del problema a partir dels models obtinguts. Afegeix noves dades rellevants, però no relaciona la proposta amb els models obtinguts anteriorment.	1,5
	Identifica possibles extensions del problema, proposant noves dades rellevants. Fa referència als aspectes positius de cada extensió per millorar l'estudi, relacionant la nova proposta amb els models obtinguts anteriorment.	2
<b>5. Justificar la viabilitat i la complexitat dels problemes.</b>	Proposa una extensió del problema (gràfic i expressió) amb conceptes matemàtics molt bàsics, com per exemple, una funció que multiplica el preu per espectador pel nombre d'espectadors. Utilitza les funcions amb errors greus o de manera molt incompleta.	0,75
	Proposa una extensió del problema (gràfic i expressió) sense argumentar la proposta o amb errors significatius.	1,5
	Proposa una o diverses extensions del problema (gràfiques i expressions) adequats a la situació, però conté algun error en el procés de justificació o en la definició de les característiques.	2,25
	Proposa una o diverses extensions del problema (gràfics i expressions) adequats a la situació i justifica l'elecció del model i les característiques.	3

## Criteris específics d'avaluació complementaris. Exemple de resolució

Per abordar aquest estudi, considerarem els factors relatius a l'audiència i la publicitat del programa de ràdio i elaborarem models matemàtics i gràfics per representar-los.

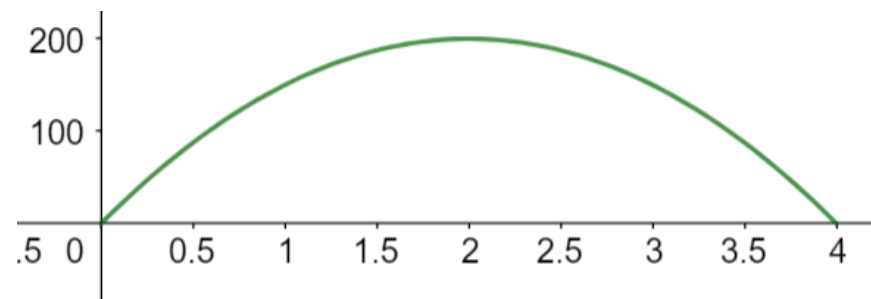
### Model d'audiència

Es proposa una gràfica que mostri l'audiència del programa al llarg del temps, des de les 9 h fins a les 13 h. Aquest gràfic es podria representar per mitjà d'una paràbola convexa, on l'audiència augmenta gradualment després de les 9 h, arriba al seu punt màxim a mitjan matí i després disminueix cap a les 13 h.

### Expressió algebraica:

Si  $t$  representa el temps en hores des de les 9 h, una possible expressió podria ser una funció quadràtica amb expressió  $A(t) = -K \cdot t \cdot (t - 4)$ , on  $K$  és una constant que pot prendre diferents valors depenent de la situació. Un cas articular seria considerar que el nombre màxim no supera els 200 espectadors i que el nombre màxim s'assoleix a les 11 h ( $t = 2$ ). Per tant,

$$A(2) = -K \cdot 2 \cdot (2 - 4) = -4K = 200 \Rightarrow K = -50 \Rightarrow A(t) = -50 \cdot t \cdot (t - 4)$$



### Model de publicitat

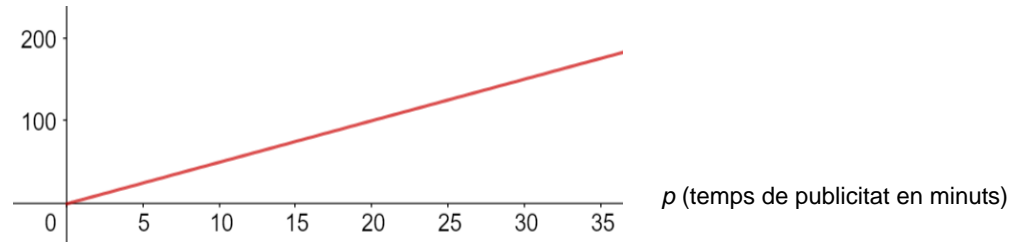
Una gràfica que representi la pèrdua d'audiència en funció del temps dedicat a la publicitat podria ser una línia recta creixent. Com més temps de publicitat, més pèrdua d'audiència. Si  $p$  és el temps de publicitat en minuts, una expressió senzilla podria ser:

$$P(p) = M \cdot p, \text{ on } M \text{ és una constant que mesura la pèrdua d'audiència per minut de publicitat.}$$

Si, per exemple, per a cada minut de publicitat es perden 5 espectadors i el màxim d'espectadors són 200, la funció que expressa la pèrdua d'audiència per minut de publicitat seria:

$$P(p) = 5p$$

P (pèrdua d'audiència per minut de publicitat)



Agrupant les dues fórmules es pot establir que l'audiència en funció del temps i dels minuts de publicitat ve donada per la funció següent:

$$A(t,p) = -50 \cdot t \cdot (t - 4) - 5p$$

### Ampliació de l'estudi

Per fer l'estudi més complet, es poden incloure variables com:

- Beneficis obtinguts: suposem que cada espectador aporta un benefici fix  $G$ , però aquest augmenta si s'inclou publicitat.
- Temps de publicitat dependent del moment del programa en què es posi.

Incorporem algunes d'aquestes variables en les nostres equacions.

#### - Beneficis obtinguts

Sabem que per cada espectador rebem una quantitat fixa  $G$ . Si es té en compte que podem afegir publicitat, podem descriure el benefici en funció dels minuts de publicitat introduïts més la quantitat fixa per cada espectador:

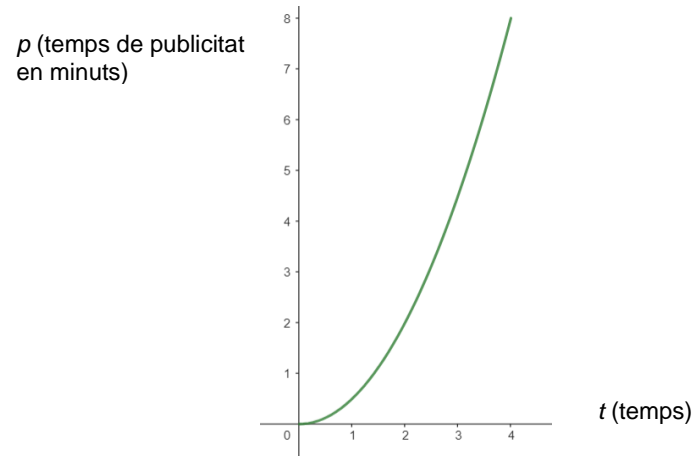
$B(p) = G + bp$ , on  $b$  és el benefici addicional per minut de publicitat i  $p$ , el temps de publicitat en minuts.

### - Temps de publicitat

Podem modelar el temps que durarà la publicitat en funció del moment en què es posi. Si es posa a principi o final de programa, el temps hauria de ser més curt que a meitat del programa. Consideracions:

- El temps de publicitat no serà major de 5 minuts.
- El domini de la funció serà  $(0, 3)$ , ja que la publicitat no es posarà ni just començar ni just acabar i es considera no posar publicitat durant la darrera hora.

Una funció que podria descriure aquest comportament seria:  $p(t) = 0,5t^2$



Així doncs, podem actualitzar la funció que descriu els beneficis i l'audiència com:

$$B(t) = G + b \cdot (0,5t^2), \text{ on } b \text{ és el benefici addicional per publicitat}$$

$$A(t) = -50 \cdot t \cdot (t - 4) - M(0,5t^2)$$

### Model final de l'ampliació de l'estudi

Considerant totes les funcions descrites anteriorment, podem calcular els guanys totals del programa com

$$G(t) = B(t) \cdot A(t)$$

$$G(t) = (G + b \cdot (0,5t^2)) \cdot (-50 \cdot t \cdot (t - 4) - M(0,5t^2))$$

on:

- $G$  és el benefici fix per cada espectador
- $b$  és el guany extra per cada minut de publicitat
- $M$  és una constant que mesura la pèrdua d'audiència per minut de publicitat

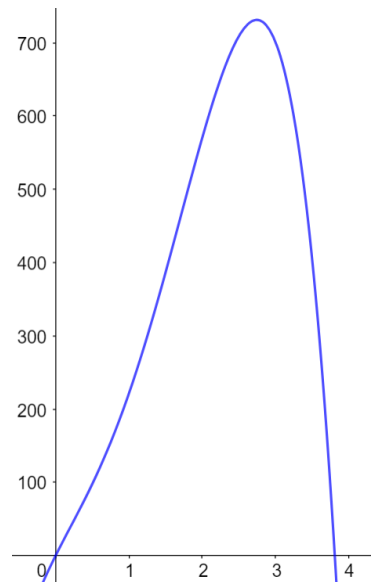
Podem mostrar un cas particular del model tenint en compte el següent:

- $G = 1$
- $b = 1$
- $M = 5$

Llavors, el model quedaria:

$$G(t) = (1 + 1 \cdot (0,5t^2)) \cdot (-50 \cdot t \cdot (t - 4) - 5(0,5t^2))$$

$$G(t) = -26,25t^4 + 100t^3 - 52,2t^2 + 200t$$



Aquesta proposta de modelització i anàlisi proporciona una base per entendre com factors com l'horari, la publicitat i l'audiència influeixen en l'èxit d'un programa de ràdio. L'ús de models matemàtics simplificats ajuda a visualitzar i quantificar aquests efectes, cosa que facilita la presa de decisions.