

Situació d'aprenentatge¹

Títol	El lineal. Els envasos i la sostenibilitat. Hi ha marge de millora?
Curs (nivell educatiu)	Segon de batxillerat
Matèria/Àmbit ²	Matemàtiques

¹ Les [situacions d'aprenentatge](#) són els escenaris que l'alumnat es troba a la vida real i que els centres educatius poden utilitzar per desenvolupar aprenentatges. Plantegen un context concret, una realitat actual, passada o previsible en el futur, en forma de pregunta o problema, en sentit ampli, que cal comprendre, i a la qual cal donar resposta o sobre la qual s'ha d'intervenir. És en la seva resolució que l'alumnat assoleix les competències específiques. ([Decret 171/2022, de 20 de setembre, d'ordenació dels ensenyaments de batxillerat. Article 7 \(Elements del currículum\), punt 1, apartat e](#))

² Agrupació de [matèries](#) que s'imparteixen de manera integrada.

DESCRIPCIÓ

Per què aquesta situació d'aprenentatge? Està relacionada amb alguna altra? Quin és el context?³ Quin repte planteja?⁴

El lineal és una terme de l'àmbit comercial que fa referència a la necessitat que tenen els productes comercials a destacar en una prestatgeria d'un supermercat per millorar-ne les vendes, com els *tetrabriks* o les llaunes més altes del compte, les capsas de galetes amb unes mides més grans del compte per una de les cares, les ampolles d'aigua amb formes i colors cridaners, etc.

Aquesta situació d'aprenentatge pretén analitzar l'impacte negatiu d'aquestes polítiques comercials pel que fa a la sostenibilitat, generar un debat sobre la seva legitimitat i, sobretot, fer noves propostes innovadores i creatives que minimitzin l'ús de materials i, si pot ser, també destaquin en el lineal.

Es demanarà a l'alumnat que analitzi el problema i que faci les seves propostes emprant els sabers matemàtics relacionats amb l'aplicació de la derivada en els problemes de màxims i mínims.

³ Context: conjunt de circumstàncies que expliquen un esdeveniment o una situació i que envolten un individu, un col·lectiu o una comunitat, etc.

⁴ Repte: tema d'interès plantejat per l'alumnat, observació d'un fenomen, polèmica o controvèrsia entorn d'un fet, informació que crida l'atenció a la ciutadania, problemàtica que afecta la societat o l'entorn de l'alumnat, pregunta sobre un element de la realitat, recerca a partir d'un element investigable, necessitat plantejada per un agent extern, dilema que cal comprendre, manifestació artística, etc.

COMPETÈNCIES ESPECÍFIQUES

Amb la realització d'aquesta situació d'aprenentatge s'afavoreix l'assoliment de les competències específiques següents:

<u>Competències específiques</u>	Matèria
C1. Modelitzar i resoldre problemes de la vida quotidiana i de diversos àmbits de coneixement, incloent-hi el matemàtic, aplicant diferents estratègies i formes de raonament per plantejar i resoldre reptes.	Matemàtiques
C6. Vincular i contextualitzar les matemàtiques a altres àrees de coneixement, abordant les situacions que se'n desprenguin, per modelitzar i resoldre problemes i desenvolupar la capacitat crítica, creativa i innovadora en situacions diverses.	Matemàtiques
C7. Comunicar i representar , de forma individual i col·lectiva, conceptes, procediments i resultats matemàtics usant el llenguatge oral, escrit, gràfic i multimèdia, mitjançant diferents tipus de suports, incloent-hi els tecnològics, per donar significat al coneixement, transferir-lo i compartir-lo.	Matemàtiques
C9. Cooperar , desenvolupant les destreses socials necessàries per participar activament en els equips de treball inclusius i reconeixent la diversitat i el valor de les aportacions dels altres, per compartir i construir coneixement matemàtic de manera col·lectiva.	Matemàtiques

TRACTAMENT DELS TRES COMPONENTS TRANSVERSALS⁵ DE LES COMPETÈNCIES CLAU DEL BATXILLERAT

Aquesta situació d'aprenentatge s'encaixa en el component transversal del **pensament crític**, incidint en els objectius 11, 12 i 13 dels ODS (11. Ciutats i comunitats sostenibles; 12. Producció i consum responsable; i 13. Acció pel clima). Tot i així, el desenvolupament de la situació requerirà la **resolució d'un problema** i, per tal de contextualitzar-lo adequadament, l'alumnat haurà de **gestionar informació i comunicar** les conclusions.

⁵ Components transversals de les competències clau: la resolució de problemes a partir de l'aplicació integrada de coneixements, la gestió i comunicació de la informació i el pensament crític.

OBJECTIUS D'APRENENTATGE I CRITERIS D'AVALUACIÓ

(Competències i criteris d'avaluació del Decret 171/2022, [Matemàtiques](#), [Matemàtiques CS](#) i [Matemàtiques Generals](#))

Objectius d'aprenentatge⁶ Què volem que aprengui l'alumnat i per a què? CAPACITAT + SABER + FINALITAT	Criteris d'avaluació⁷ Com sabem que ho han après? ACCIÓ + SABER + CONTEXT⁸
1. Interpretar i modelitzar problemes d'optimització aplicats al disseny d'envasos comercials per valorar l'ús de la matemàtica en el disseny i la presa de decisions.	1. Generar models utilitzant les derivades i les equacions en problemes d'optimització en el disseny i anàlisi d'envasos comercials sota una perspectiva ecològica. (Basat en el criteri 1.1) 2. Reconèixer i utilitzar les tècniques de resolució de problemes d'optimització i ser capaç de fer judicis crítics sobre les estratègies comercials relacionades amb l'ecologia. (Basat en el criteri 1.2)
2. Vincular i contextualitzar les matemàtiques amb el problema del lineal per desenvolupar la capacitat crítica creativa i innovadora en el context del disseny d'envasos comercials.	3. Utilitzar el potencial creatiu de les matemàtiques, en particular les aplicacions de les derivades, per fer propostes innovadores en el context del disseny d'envasos ecològicament eficients. (Basat en el criteri 6.3) 4. Argumentar matemàticament i amb esperit crític , utilitzant tècniques de resolució de problemes d'optimització i també eines estadístiques, sobre diferents aspectes socioculturals relacionats amb medi ambient, economia i consumisme. (Basat en el criteri 6.5)

⁶ Les competències específiques estan formulades de forma general i convé concretar-les per definir quins seran els aprenentatges que s'adquiriran amb la realització de la situació d'aprenentatge. Aquesta concreció ha de permetre formular unes competències pròpies de la situació d'aprenentatge que són l'equivalent dels objectius d'aprenentatge.

⁷ Els criteris d'avaluació es poden desplegar en indicadors. Un objectiu d'aprenentatge pot relacionar-se amb un, dos o més criteris d'avaluació.

⁸ El context ha d'incloure les condicions en què s'hauran d'evidenciar els aprenentatges.

<p>Objectius d'aprenentatge⁶ Què volem que aprengui l'alumnat i per a què? CAPACITAT + SABER + FINALITAT</p>	<p>Criteris d'avaluació⁷ Com sabem que ho han après? ACCIÓ + SABER + CONTEXT⁸</p>
<p>3. Comunicar i representar, de forma individual i col·lectiva, les conclusions i el comentari crític basat en càlculs d'aplicació de la derivada usant el llenguatge oral, escrit, gràfic i multimèdia, mitjançant diferents tipus de suports, per donar significat al coneixement, transferir-lo i compartir-lo.</p>	<p>5. Escriure textos matemàtics descriptius, argumentatius i expositius amb un ús precís del llenguatge i de la simbologia matemàtiques, utilitzant eines d'aplicació de la derivada i eines estadístiques per valorar amb rigor matemàtic i de forma crítica les decisions que afecten el medi ambient en el context del lineal. (Basat en el criteri 7.4)</p> <p>6. Dialogar entre iguals i debatre idees emprant raonaments matemàtics contrastats relacionats amb càlculs d'optimització i dades estadístiques, per defensar decisions creatives que poden afectar, per una banda, la venda d'un producte (destacar en el lineal) i, per altra banda, l'augment o la disminució de les vendes. (Basat en el criteri 7.7)</p>
<p>4. Cooperar i compartir amb els companys i companyes conceptes i idees matemàtiques per millorar la capacitat col·lectiva d'incidir en la millora de la societat.</p>	<p>7. Idear, dissenyar i aportar exercicis de derivades i propostes d'envasos molt originals a la resta de companys i companyes, per tal de millorar el coneixement matemàtic col·lectiu i la consciència col·lectiva a favor d'una societat sostenible. (Basat en el criteri 9.3)</p> <p>8. Ajudar a identificar errors i dificultats d'aprenentatge dels companys i companyes fent aportacions constructives i concretes sobre les aplicacions de la derivada que puguin ajudar a millorar tant el coneixement matemàtic i la seva aplicació, com la consciència col·lectiva respecte al consumisme. (Basat en el criteri 9.4)</p>

SABERS

Amb la realització d'aquesta situació d'aprenentatge es tractaran els sabers següents:

	<u>Sabers</u>	<u>Matèria</u>
1	Sentit de la mesura. Canvi - Ús de la derivada com a raó de canvi en la resolució de problemes d'optimització en contextos diversos.	Matemàtiques
2	Sentit algebraic. Igualtat i desigualtat - Resolució d'equacions, inequacions i sistemes per trobar solucions a reptes que es plantegin a partir de la modelització d'una situació.	Matemàtiques
3	Sentit algebraic. Relacions i funcions - Ús de l'àlgebra simbòlica en la representació i l'explicació de relacions matemàtiques en diferents contextos.	Matemàtiques
4	Sentit socioemocional. Inclusió, respecte i diversitat - Capacitat d'escoltar, respectar i provar estratègies matemàtiques proposades per una altra persona. - Habilitat a aportar idees i arguments que ajudin a l'aprenentatge dels companys. - Capacitat de consensuar opinions i estratègies diverses a l'hora de prendre una decisió col·lectiva en el desenvolupament d'una activitat matemàtica. - Apreciació de l'èxit col·lectiu com un èxit individual. - Apreciació de la contribució de les matemàtiques i del paper de matemàtics i matemàtiques al llarg de la història en múltiples aspectes que ens envolten, tant de l'àmbit artístic, com cultural, social, científic i tecnològic.	Matemàtiques

DESENVOLUPAMENT DE LA SITUACIÓ D'APRENTATGE

Quines són les principals estratègies metodològiques que es preveuen utilitzar?, quins tipus d'agrupament realitzarem?, quins són els principals materials que necessitarem?, etc.

Es treballarà habitualment amb una estructura de grups cooperatius en què el treball és individual però l'èxit és col·lectiu; és a dir, cada estudiant ha d'elaborar els seus informes sobre les diferents situacions i fer les seves pròpies propostes creatives, però al mateix temps s'ha de preocupar que tots els seus companys i companyes tinguin èxit en el seu treball, ajudant-los a identificar errors i fer propostes més creatives i innovadores. En un dels problemes, el del *tetrabrik*, cada estudiant ha de resoldre el repte amb un paràmetre diferent i la solució serà l'òptim de l'òptim; aquest és un cas clar en què es veu com el treball individual contribueix a l'èxit col·lectiu.

Per fer els diferents problemes necessitarem disposar d'envasos comercials reals. *Tetrabrics* de diferents mides, caps de galetes i de cereals diverses, llaunes de refresc de mides diverses, alguna llauna diferent, com per exemple la de blat de moro. També necessitarem cartolines i estris de papereria: tisores, regle, pega, cel·lo, etc. També necessitarem utilitzar el GeoGebra.

Des d'un punt de vista metodològic, la situació es divideix en tres parts:

- El repàs del càlcul de derivades, que es farà a partir d'exercicis rutinaris proposats pels mateixos estudiants.
- La construcció del coneixement referent al significat de la derivada i les seves aplicacions. Això es farà amb un document imprès i amb suport del GeoGebra. En aquest cas l'alumnat ha de deduir per si sol quins són els gràfics de la derivada i comprovar, després, si la seva conjectura és correcta. També caldrà elaborar un document de reflexió i recerca en què s'analitzi la relació entre el signe de la derivada i el seu comportament.
- La tercera part consisteix en la resolució de problemes d'optimització que sempre es plantejaran amb una estructura de situació; és a dir, es planteja el problema a partir d'un vídeo, una explicació, un objecte, una reflexió, però no d'un enunciat clàssic. La idea és trobar la matemàtica que permet resoldre la situació i no trobar el problema matemàtic que permet aplicar el contingut. En aquest sentit, ens podem trobar amb problemes (com el del *tetrabrik*) que són aparentment irresolubles amb les eines pròpies del batxillerat, el repte està a trobar estratègies que permetin superar aquestes limitacions.

ACTIVITATS D'APRENTATGE I D'AVALUACIÓ

Activitat	Descripció de l'activitat d'aprenentatge i d'avaluació	Temporització
<p>Activitats inicials <i>Què en sabem?</i></p>	<p>- Repassem el càlcul mecànic de derivades. Partim del supòsit que a 1r de batxillerat ja han fet la introducció a la derivada treballant la definició bàsica i el càlcul elemental de derivades, així com algun exercici de càlcul de recta tangent amb context. Per tant, ara sols cal recordar les regles de derivació i repassar la mecànica bàsica del càlcul de derivades.</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Taula de derivades elementals ● Per practicar les derivades elementals es farà primer una explicació magistral i es posaran alguns exemples. Després es confecciona una llista d'exercicis a partir de les aportacions dels mateixos estudiants. <ul style="list-style-type: none"> ○ Exemple fotografia pissarra ○ Exemple document compartit amb funcions proposades pels alumnes (observeu que hi ha petits errors o possibles manques de parèntesis; això és molt útil per analitzar i comentar amb l'alumnat les seves dificultats de comprensió). ○ Activitats de l'estil: Resol l'equació $y' = 0$ si $y = f(x)$, també resol l'equació $y' = 1$, $y' = 3$. ○ Exercicis de trobar $f'(3)$, o trobar un factor k per tal que una funció compleixi que $f'(3) = 0$, etc. ○ Tot aquest tipus d'exercicis cal fer-los sempre fent un exemple previ i després que els mateixos estudiants inventin nous exemples per fer. ● També podem utilitzar llistes d'exercicis que podem treure de qualsevol font compartida. En qualsevol cas, un cop recordada la mecànica de derivar estarem alguns dies fent un parell de derivades els 5 primers minuts de classe. <p>- Mostrarem eines de càlcul simbòlic, com per exemple el GeoGebra CAS. Fomentarem l'ús d'aquestes eines per ajudar a millorar el domini del càlcul de derivades manualment i també per dominar les eines tecnològiques per derivar automàticament.</p> <p>- Es farà una activitat d'avaluació (examen) de caràcter tècnic per tal de millorar el càlcul de derivades. L'alumne o alumna lliurarà al professor o professora una fotografia d'aquest examen, després el mateix estudiant el corregirà i li enviarà un document amb els errors que ha detectat i els possibles motius que els ha ocasionat. La qualificació de la prova es farà a partir d'aquest document de reflexió dels propis errors.</p>	<p>Es recomana començar unes setmanes abans de l'inici d'aquesta situació i dedicar una hora a recordar les derivades elementals sense regla de la cadena, estar una setmana fent un parell de derivades al dia (10 minuts). Dedicar una altra hora a la regla de la cadena i tornar a dedicar 10 minuts al dia a practicar. Finalment fer un examen clàssic.</p>

Activitat	Descripció de l'activitat d'aprenentatge i d'avaluació	Temporització
<p>Activitats de desenvolupament <i>Aprenem nous sabers</i></p>	<p>- La derivada i el pendent de la recta tangent. Activitat de representació gràfica de la funció derivada</p> <p>- La recta tangent a una corba. En aquest document hi ha una bona col·lecció d'exemples d'exercicis sobre la recta tangent. Tenen un interès relatiu i serveixen sobretot per consolidar el que s'ha treballat en el document anterior. Es recomana fer-ne algun d'exemple i, potser, demanar que n'inventin un de similar.</p> <p>- El comportament d'una funció i el signe de la derivada. En aquest document es proposa una recerca per trobar la relació entre el signe de la derivada d'una funció i el seu comportament.</p> <p>...</p>	<p>2 hores</p>
<p>Activitats d'estructuració <i>Què hem après? (Estructurem els coneixements per resoldre situacions senzilles que ens serveixen de model)</i></p>	<p>Totes les activitats d'aquest apartat ja són petites situacions d'aprenentatge i, per tant, intentarem trencar el model "exercici de classe". Plantegem la situació amb un vídeo o una explicació a classe en comptes de fer-ho amb un enunciat. L'alumnat haurà de redactar un breu informe de cada una d'aquestes petites situacions, en què, per demostrar el seu aprenentatge competencial, haurà d'incloure aspectes com:</p> <ul style="list-style-type: none"> ● Interpretació de la situació (pensem que no hi ha enunciat, per tant el mateix estudiant ha de dir què està fent i per què ho fa). ● Modelització. Ha de quedar clar quina funció utilitza, d'on la treu, per què, etc. ● Representació. Cal incloure petits croquis de les situacions i gràfics de les funcions, tot fet amb qualitat. ● Resolució. La solució ha de quedar clara en el context. ● Comunicació i representació. Ha d'estar ben escrit, amb el llenguatge matemàtic adequat. ● Correcció. En cas que s'identifiqui alguna errada cal indicar què ha passat i per què, comentant què es farà per tal d'evitar aquestes errors en el futur. <p>- Endreçant pilotes. Plantegem una situació preliminar molt senzilla de manera versemblant. Deixem que l'alumnat discuteixi i treballi a classe per trobar una bona estratègia de solució. Poden fer-ho en grup. Utilitzarem aquesta senzilla activitat per estructurar la resolució de problemes d'optimització. Podeu utilitzar aquests Geogebra (o demanar que el facin).</p> <p>- La caps de fusta. Aquest problema també l'hem de plantejar sense enunciat, a partir d'una situació real plantejada a la classe. És molt important que aquesta activitat es resolgui de manera clara i correcta perquè serà la base de totes les activitats següents.</p> <p>...</p>	<p>1 hora</p> <p>1 hora</p>

Activitat	Descripció de l'activitat d'aprenentatge i d'avaluació	Temporització
<p>Activitats d'aplicació <i>Apliquem el que hem après</i></p>	<p>- Activitat d'introducció al concepte del lineal i inici de la controvèrsia. Llegirem aquest text. Fem un breu debat sobre els aspectes ètics de la necessitat de destacar en el lineal. Fins a quin punt es pretén accontentar els clients o, per contra, es vol influir sobre la seva decisió. Per exemple, en quin lloc se situen sempre els productes de marca blanca? Pensem que acostumen a ser productes de la mateixa qualitat però de preu més baix i queden sempre a les prestatgeries més inaccessibles. La idea d'aquesta introducció no és fer, ara, un debat llarg, sinó presentar la situació i predisposar l'alumnat a fer una recerca sobre aspectes ètics de la política dels lineals de les botigues. Al final de la unitat didàctica ja farem un debat amb tota la informació fruit de la recerca.</p> <p>- La llauna de coca-cola. En el context de les situacions d'aprenentatge hem de plantejar el problema com una situació i, per tant, a partir de presentar unes llaunes a la classe i fer preguntes i reflexions. En aquest document teniu una guia per al professorat que explica pas a pas com plantejar aquest repte a l'alumnat.</p> <p>- El tetrabrik. El cas del <i>tetrabrik</i> és un problema molt interessant per diversos motius: un és el fet que no és possible reciclar-los al cent per cent i, per tant, generen molts residus contaminants; un altre és el fet que no existeix al mercat el <i>tetrabrik</i> òptim, i, finalment, en el camp matemàtic és un problema que depèn de 3 variables i no resulta senzill, però al mateix temps és apassionant. En aquest document tenim una guia del professor per dur-la a terme a l'aula.</p> <p>- La capsa de galetes. Aquest és el problema principal, ja que el que es demana és el disseny d'una nova capsa de galetes i, fins i tot, també es poden dissenyar les mateixes galetes. La idea és partir d'una capsa de galetes que es consideri poc sostenible i fer una proposta d'una nova capsa de galetes que tingui exactament el mateix volum de galeta. En aquesta guia del professorat hi ha una explicació de com plantejar-ho a l'aula.</p> <p>- Els envasos comercials són una font inesgotable de petits contextos sobre el problema del lineal. Es poden pensar i plantejar noves situacions proposades pel mateix alumnat.</p> <p>...</p>	<p>1 hora</p> <p>1 hora</p> <p>2 hores</p> <p>3 hores</p> <p>És convenient dedicar alguna hora més a resoldre problemes d'envasos nous plantejats pel mateix alumnat.</p>

Activitat	Descripció de l'activitat d'aprenentatge i d'avaluació	Temporització
Activitats d'ampliació <i>Apliquem el que hem après en altres contextos</i>	- Ubicació dels espais per a cadires de rodes als patis de butaques. Els problemes d'optimització tenen moltes aplicacions en contextos molt diferents. Seria bo plantejar una situació en un context totalment diferent per aplicar novament tots els sabers en una nova situació. Aquest problema es recomana utilitzar-lo com a activitat d'avaluació a fer en grup. Es tracta d'una activitat d'avaluació que es va utilitzar en les en les proves dels Premis Extraordinaris de Batxillerat del 2022.	1 hora
Avaluació	<p>L'avaluació ha de ser un mecanisme que ajudi els estudiants a superar els seves dificultats. Amb aquesta finalitat es demanarà a l'alumnat que elaborin documents de reflexió sobre algunes de les activitats a través dels quals els mateixos nois i noies puguin identificar en quins aspectes tenen marge de millora i decidir estratègies per millorar. Tot i que aquesta és una tasca contínua que l'hem de fer cada dia, podem posar el focus en algunes activitats concretes, com per exemple:</p> <ul style="list-style-type: none">• Una prova individual de rutines relacionades amb la derivada.• El problema del <i>tetrabrik</i> com una activitat col·laborativa.• El problema de la capsa de galetes com una activitat creativa individual.• Una prova individual amb alguna activitat com, per exemple, el disseny d'una capsa amb tapa a partir d'un full de paper.• Una prova d'avaluació grupal amb l'activitat de la cadira de rodes. <p>En aquest document es mostren quines poden ser les estratègies per avaluar i per qualificar l'alumnat.</p>	

MESURES I SUPORTS UNIVERSALS⁹

La diversitat a l'aula es tractarà a partir de les següents estratègies:

- Ús alternatiu del GeoGebra CAS (càlcul simbòlic) per a alumnat amb possibles problemes de discalculia.
- Ús de tecnologies adreçades a facilitar la lectura i/o escriptura automàtica de documents en el cas d'alumnat amb dislèxies o similars.
- Ús més intensiu del GeoGebra gràfic per analitzar la relació entre el signe de la derivada i el comportament de la funció adreçades a alumnat amb dificultat de visualització espacial.
- Proposta d'activitats totalment lliures i creatives que es poden adaptar a qualsevol nivell de dificultat.

MESURES I SUPORTS ADDITIONALS¹⁰ O INTENSIVS¹¹

Quines mesures o suports addicionals o intensius es proposen per a cadascun dels alumnes següents:

Alumne/a	Mesura i suport addicional o intensiu

⁹ Les mesures i els suports universals són els que s'adrecen a tots els alumnes. Han de permetre flexibilitzar el context d'aprenentatge, proporcionar als i les alumnes estratègies per minimitzar les barreres de l'entorn i garantir la convivència i el compromís de tota la comunitat educativa.

¹⁰ Les mesures i els suports addicionals s'adrecen a alguns alumnes. Permeten ajustar la resposta educativa de forma flexible, preventiva i temporal, focalitzant la intervenció educativa en aquells aspectes del procés d'aprenentatge que poden comprometre l'avenç personal i escolar.

¹¹ Les mesures i els suports intensius són específics per als i les alumnes amb necessitats educatives especials, estan adaptats a la seva singularitat i permeten ajustar la resposta educativa de forma extensa, amb una freqüència regular i, normalment, sense límit temporal.