

18

Documents

Marc conceptual de matemàtiques per a l'avaluació PISA 2012



18

Documents

**Marc conceptual
de matemàtiques
per a l'avaluació
PISA 2012**



Consell Superior
d'AVALUACIÓ
del Sistema Educatiu

Marc conceptual de matemàtiques per a l'avaluació PISA 2012

Aquest document és una traducció de *Draft 2012 PISA Mathematics Framework*. OECD, novembre 2010

© Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu
Departament d'Ensenyament
Generalitat de Catalunya

Barcelona, febrer de 2011

ÍNDEX

1. Introducció	4
Definició de la competència matemàtica	
1.1. PISA 2012: Una visió dels estudiants com a persones capaces de resoldre problemes de manera activa	5
1.2. PISA 2012: Una relació directa amb la varietat contextual dels problemes.....	7
2. Organització de l'àmbit	10
2.1. Coneixement dels continguts matemàtics	10
Canvi i relacions	
Espai i forma	
Quantitat	
Incertesa	
Temes orientatius per a l'avaluació de l'competència matemàtica de l'alumnat de 15 anys	
2.2. Processos matemàtics i capacitats matemàtiques subjacents	17
Processos matemàtics	
Capacitats matemàtiques fonamentals subjacents als processos matemàtics	
2.3. Contextos	26
3. Avaluar la competència matemàtica	28
3.1. Estructura de l'avaluació de les matemàtiques a PISA 2012	28
Distribució ideal de la puntuació segons la categoria de contingut	
Distribució ideal de la puntuació segons la categoria de processos matemàtics	
Distribució ideal de la puntuació segons la categoria de context	
Ventall de dificultat dels ítems	
Estructura dels instruments d'avaluació	
Disseny dels ítems de matemàtiques de PISA 2012	
Suports i eines	
Puntuació dels ítems	
3.2. Informació de la competència matemàtica	32
3.3. L'actitud envers les matemàtiques	34
3.4. L'avaluació opcional per ordinador	35
4. Resum	38
Annex 1. Les capacitats matemàtiques fonamentals i la seva relació amb la dificultat dels ítems	40
Annex 2. Exemples d'ítems de PISA	44
La pizza	
Escombraries	
El concert de rock	
Caminant	
Fuster	
Annex 3. Bibliografia	56
Annex 4. Avaluació de les matemàtiques per ordinador	57

Annex 5. Exemples d'ítems alliberats.....	58
5.1. Ítems alliberats de PISA 2000.....	58
5.2. Ítems alliberats de la prova pilot de PISA 2002.....	68
5.3. Ítems alliberats de PISA 2003.....	97
5.4. Ítems alliberats de PISA 2009.....	142

1. INTRODUCCIÓ

1. L'avaluació de les matemàtiques té una importància especial per a PISA 2012, ja que és l'àrea preferent en aquesta edició. Tot i que les matemàtiques es van avaluar l'any 2000, 2003, 2006 i 2009, només el 2003 van ser l'àrea prioritària.

2. El retorn de les matemàtiques com a àrea prioritària d'avaluació a PISA 2012 no només ofereix l'oportunitat de comparar el rendiment de l'alumnat al llarg del temps, sinó que també permet tornar a examinar els aspectes avaluats a la llum dels darrers canvis ocorreguts en aquest camp i en les polítiques i pràctiques institucionals. Un dels reptes inherents és desenvolupar un estat de la qüestió del marc d'avaluació de les matemàtiques tot conservant lligams de caràcter psicomètric amb les avaluacions matemàtiques anteriors. Així, es podrà construir una línia indicativa de l'evolució de les avaluacions PISA. El marc de l'avaluació de PISA 2012 està dissenyat per fer les matemàtiques de l'alumnat de 15 anys més explícites i clares i vol assegurar, d'aquesta manera, que les tasques proposades formen part de contextos significatius i autèntics. El cicle de models matemàtics, utilitzat en marcs conceptuals anteriors per descriure les fases per què passa l'alumnat a l'hora de resoldre problemes contextualitzats, continua sent un factor clau del marc conceptual de PISA 2012. S'utilitza per ajudar a definir els processos matemàtics a què fa front l'alumnat quan resol els problemes. El 2012, aquests processos s'utilitzaran per primera vegada com a dimensió principal. A més, el 2012, els països que ho vulguin tindran a disposició una nova aplicació informàtica (CBAM) per avaluar les matemàtiques.

Definició de la competència matemàtica

3. El coneixement de les matemàtiques és clau per preparar els joves per a la vida en la societat moderna. Una proporció cada vegada més gran dels problemes i situacions amb què topem a la vida diària, incloent-hi situacions laborals i professionals, requereix, per tal de ser entesos i poder-los abordar correctament, un cert nivell de comprensió matemàtica, raonament matemàtic i eines matemàtiques. Les matemàtiques són una eina cabdal per a la gent jove a l'hora d'afrontar temes i reptes personals, professionals, socials i científics. És important, doncs, comprendre fins a quin punt l'alumnat que surt de l'escola té la preparació adequada per fer servir les matemàtiques a l'hora d'entendre aspectes importants i solucionar problemes significatius. L'avaluació als 15 anys ofereix un indicador de com els individus podrien respondre al conjunt de situacions en què es trobaran més endavant i que inclouen aspectes matemàtics.

4. Com a base per a una avaluació internacional de l'alumnat de 15 anys, és raonable preguntar-se: «què és important que els ciutadans coneguin i siguin capaços de fer en situacions relacionades amb les matemàtiques?». Més concretament, cal saber què vol dir *competència matemàtica* per a l'alumnat de 15 anys que segurament acaba de sortir de l'escola o que s'està preparant per rebre una formació més especialitzada orientada a la professionalització o a l'accés a la universitat. És important que el concepte de *competència matemàtica*, que en aquest document s'utilitza per definir la capacitat dels individus de formular, aplicar i interpretar els coneixements matemàtics en una varietat de contextos, no es vegi com un sinònim de coneixements i habilitats mínimes o de nivell més aviat baix. Tot al contrari, s'entén com la capacitat dels individus de raonar matemàticament i d'utilitzar conceptes, procediments, fets i eines per descriure, explicar i predir fenòmens. PISA parteix de la idea que, per tal de millorar les probabilitats d'èxit de

l'alumnat en el futur, l'ensenyament de les matemàtiques a l'escola li ha d'oferir l'oportunitat de comprovar que s'utilitzen en una gran varietat de contextos fora de l'àmbit escolar. Aquesta posició no nega ni la importància que els estudiants desenvolupin un bon coneixement dels conceptes de matemàtica pura ni els avantatges que té que explorin els aspectes més abstractes de les matemàtiques. De tota manera, el concepte de *competència matemàtica* tal i com el defineix PISA requereix un equilibri: els estudiants han d'utilitzar les matemàtiques en el seu context i a classe de matemàtiques se'ls han d'oferir prou experiències perquè així sigui. Això val tant per a l'alumnat de 15 anys que està a punt d'acabar els estudis de la matemàtica formal, com també per a aquells que els continuaran. A més, la majoria d'estudiants se senten més motivats per aprendre matemàtiques quan veuen que tenen relació amb el món de fora de l'aula i que estan connectades amb la resta d'assignatures.

5. La *competència matemàtica* va més enllà d'una edat concreta. Tanmateix, l'avaluació de l'alumnat de 15 anys ha de tenir en compte les característiques principals d'aquest col·lectiu. Per tant, és necessari identificar els continguts, el llenguatge i els contextos adequats. Així, aquest marc conceptual distingeix entre categories més aviat àmplies de continguts que són importants per a la *competència matemàtica* dels individus en general i temes de contingut més específic que són apropiats per a l'alumnat de 15 anys. La *competència matemàtica* no és un atribut absolut que l'alumnat té o no, sinó que se situa en una escala, en la qual alguns alumnes tenen més competència que d'altres –i en la qual sempre es contempla la possibilitat de millorar.

6. Per als objectius de PISA 2012, la *competència matemàtica* es defineix de la manera següent:

Definició de competència matemàtica de PISA 2012: La competència matemàtica és la capacitat d'un individu per formular, utilitzar i interpretar les matemàtiques en una varietat de contextos. Inclou tant raonaments matemàtics com l'ús de conceptes, procediments, fets i eines matemàtics per descriure, explicar i predir els fenòmens. Permet a l'alumnat entendre el paper que juguen les matemàtiques al món així com raonar i prendre decisions que necessita per esdevenir un ciutadà constructiu, compromès i reflexiu.

7. A continuació s'ofereixen algunes explicacions per destacar i aclarir aspectes d'aquesta definició que són especialment importants.

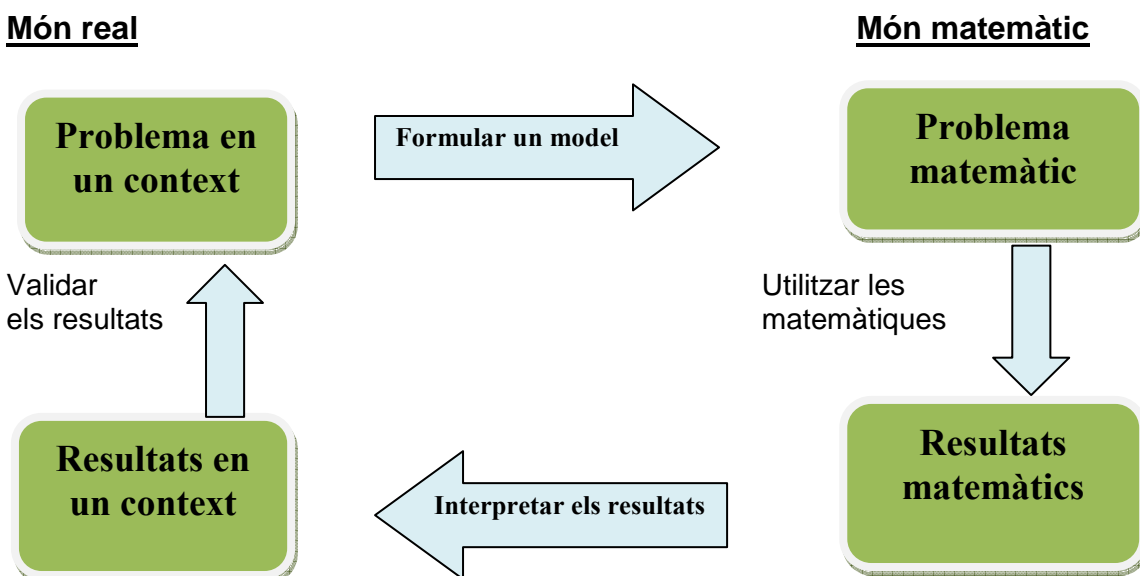
1.1. PISA 2012: Una visió dels estudiants com a persones capaces de resoldre problemes de manera activa

8. La definició de *competència matemàtica* se centra en la participació activa en les matemàtiques, i intenta englobar el raonament matemàtic i l'ús de conceptes, procediments, fets i eines matemàtics per descriure, explicar i preveure fenòmens. Concretament, els verbs "formular", "utilitzar" i "interpretar" destaquen els tres processos en els quals prendrà part l'alumnat com a persones capaces de resoldre problemes de manera activa. *Formular matemàtiques* vol dir identificar oportunitats en les quals es poden aplicar i utilitzar les matemàtiques, és a dir, reconèixer que les matemàtiques poden servir per entendre o resoldre alguns dels reptes que es presenten. L'alumnat ha

de ser capaç de partir de la situació que se li presenta i transformar-la en un model que es pugui analitzar matemàticament, de crear una estructura i representacions matemàtiques, d'identificar variables i formular hipòtesis simplificades que serveixin per fer front al repte o solucionar el problema. *Utilitzar les matemàtiques* consisteix a aplicar raonaments matemàtics, conceptes matemàtics, procediments, fets i eines per obtenir una solució matemàtica. Inclou fer càlculs, operar amb expressions algebraiques, equacions o altres models matemàtics, analitzar informació de diagrames o gràfics matemàtics, desenvolupar descripcions i explicacions matemàtiques i utilitzar eines matemàtiques per resoldre problemes. *Interpretar les matemàtiques* suposa reflexionar sobre solucions o resultats matemàtics i interpretar-los en el context d'un repte o problema. Les solucions o els raonaments matemàtics s'han d'avaluar en relació amb el context del problema i determinar si són raonables o tenen sentit en la situació determinada.

9. La definició també pretén integrar en la definició de *competència matemàtica* la noció de models matemàtics, que històricament ha estat un dels pilars dels marcs d'avaluació PISA,. Quan els individus utilitzen les matemàtiques o les eines matemàtiques per solucionar problemes en un determinat context, aquest procés es desenvolupa en estadis diferents, representats a la **Figura 1**. El procés de modelatge matemàtic comença amb un problema en un context. La persona que resol el problema intenta identificar els aspectes matemàtics més importants i formular la situació matemàticament, partint dels conceptes i relacions identificades i simplificant les hipòtesis fetes. La persona que resol el problema transforma el "problema en un context" en un "problema matemàtic", és a dir, en un problema que es pot tractar matemàticament. La fletxa descendent de la Figura 1 mostra la tasca que fa la persona que soluciona el problema, que utilitza conceptes, procediments, fets i eines matemàtics per trobar resultats matemàtics. Aquest estadi implica generalment raonament matemàtic, manipulació, transformació i càlcul. Seguidament, els resultats matemàtics s'han d'interpretar en relació amb el problema original ("resultats en un context"). Això requereix que l'alumnat interpreti, adapti i avaluï els resultats matemàtics i decideixi si són raonables en el context d'un problema basat en el món real. Aquests processos de *formular, utilitzar i interpretar* les matemàtiques són components clau del cicle de models matemàtics de la definició de *competència matemàtica*.

Figura 1 – La competència matemàtica posada a la pràctica



10. La descripció del cicle del model matemàtic anterior ofereix una representació idealitzada i simplificada de la *competència matemàtica* tal i com s'observa a la pràctica, tot i que sovint no fa falta recórrer a cada estadi del cicle. Sovint, parts importants del cicle matemàtic ja han estat resoltes per tercers, i al final la persona du a terme alguns dels passos del cicle del model, però no tots. Per exemple, algunes representacions matemàtiques com ara gràfics o equacions es poden tractar directament, de manera que l'alumnat pot respondre una pregunta determinada o arribar a una conclusió en concret. Per aquest motiu, molts ítems que apareixen a PISA tan sols inclouen parts del cicle de models. En realitat, és possible que la persona que resol el problema oscil·li durant el procés i torni a revisar decisions i suposicions anteriors. Cadascun d'aquests processos pot presentar reptes considerables, per això és possible que calgui repetir certes operacions del conjunt del cicle.

1.2. PISA 2012: Una relació directa amb la varietat contextual dels problemes

11. La referència a la “varietat de contextos” en la definició de *competència matemàtica* és intencionada i pretén establir una relació directa amb els contextos específics (personals, laborals, socials i científics) que es descriuran i s'exemplificaran més endavant. Els contextos específics en si no són tan importants, però sí que ho són les quatre categories en què es classifiquen i que s'utilitzaran en aquest marc conceptual, ja que reflecteixen una àmplia gamma de situacions en què els individus es poden topar amb problemes matemàtics. La definició també reconeix el paper clau que juga la *competència matemàtica* al món real i a l'hora d'ajudar l'alumnat a raonar i prendre decisions fonamentades, pròpies de ciutadans constructius, compromesos i reflexius.

12. PISA 2012: El paper visible de les eines matemàtiques, inclosa la tecnologia.

13. La definició de *competència matemàtica* inclou explícitament l'ús d'eines matemàtiques. Aquestes eines engloben diversos tipus d'equipament físic i digital, programes informàtics i dispositius de càlcul. Les eines automatitzades són d'ús freqüent en les professions del segle XXI, i seran cada vegada més predominants a mesura que passi el temps. Amb aquests nous recursos augmenten també els problemes de naturalesa laboral i la necessitat d'utilitzar raonaments lògics, cosa que converteix en imprescindible la *competència matemàtica*.

14. L'avaluació de les matemàtiques per ordinador és un àmbit important d'innovació a l'estudi PISA 2012 i s'ofereix de manera opcional als països participants. Per això, si la definició de *competència matemàtica* fa referència a les eines matemàtiques és perquè són especialment destacades. En totes les enquestes PISA de matemàtiques fins a aquest moment s'ha permès l'ús de calculadores, d'acord amb la política dels països participants. Mentre que alguns ítems matemàtics de PISA s'havien dissenyat de manera que l'ús de la calculadora no resultés imprescindible, per a alguns dels ítems en paper que es presentaran a l'alumnat el 2012 pot ser que la calculadora sigui necessària. Pel que fa al component opcional de la prova per ordinador, hi haurà eines com ara una calculadora en línia que formarà part del material que es proporcionarà per a algunes preguntes del test per ordinador. Tenint en compte que els ítems de PISA reflecteixen problemes que sorgeixen en contextos personals, laborals, socials i científics i que les calculadores s'utilitzen en totes aquestes situacions, s'ofereix l'ajuda d'una calculadora en alguns ítems de PISA. Una avaluació per ordinador també permetrà incloure als ítems d'avaluació una gamma més àmplia d'eines matemàtiques, com ara instruments

d'estadística, eines de visualització i construcció geomètrica i de mecanismes de mesura virtuals. Així, es posa de relleu que aquests suports cada vegada s'utilitzen més per interrelacionar-se amb el món i resoldre problemes i d'aquesta manera es poden avaluar alguns aspectes de la *competència matemàtica* que no són tan fàcils de determinar amb les proves tradicionals en paper.

15. Una avaluació per ordinador permet realçar la presentació de l'ítem. Hi pot haver, per exemple, un estímul que es mogui, representacions tridimensionals d'objectes que es poden fer rotar, o un accés més flexible a informació o dades importants. També fa possibles nous formats d'ítem que permeten un marge de tipus de respostes més ampli. Per exemple, els ítems que es poden arrossegar i enganxar o l'ús de zones actives en una imatge permeten als estudiants reaccionar a més ítems de manera no verbal, cosa que ofereix una imatge més completa de la *competència matemàtica*, ja que està menys lligada al llenguatge. A més, aquest tipus d'avaluació permet la interacció, i com que es pot crear un codi de resposta automàtica, també es poden substituir algunes tasques manuals. Un altre aspecte encara més important és que es pot facilitar la codificació de certes característiques en els dibuixos, les presentacions i els procediments de l'alumnat, que ara mateix són poc pràctics de codificar.

2. ORGANITZACIÓ DE L'ÀMBIT

16. El marc conceptual de PISA defineix l'àmbit de matemàtiques per a l'estudi PISA i descriu l'enfocament utilitzat per avaluar la *competència matemàtica* de l'alumnat de 15 anys. Per tant, PISA avalua fins a quin punt els estudiants de 15 anys dominen les matemàtiques amb destresa quan se'ls confronta amb situacions i problemes, la majoria dels quals estan situats en contextos de la vida real.

17. De cara a l'avaluació, la definició de *competència matemàtica* es pot analitzar partint de tres aspectes interrelacionats:

- El *contingut* matemàtic, que està previst per ser utilitzat en els ítems d'avaluació.
- Els *processos* matemàtics, que descriuen allò que fan els individus per connectar el context del problema amb les matemàtiques i per resoldre'l, com també les capacitats subjacents a aquests processos que s'han d'activar per fer-ho.
- Els *contextos* en què se situen els ítems d'avaluació.

18. Les seccions següents detallen aquests aspectes. Recalcant-los, el marc conceptual de PISA 2012 vol garantir que els ítems d'avaluació desenvolupats per a l'estudi reflecteixen una varietat de continguts, processos i contextos. Es tracta, doncs, d'ítems d'avaluació que posen en pràctica el concepte de *competència matemàtica* definit en aquest marc conceptual. Les preguntes següents, basades en la definició de *competència matemàtica* de PISA 2012, són clau per a l'organització d'aquesta secció del marc conceptual:

- Quin coneixement dels continguts matemàtics es pot esperar dels individus i de l'alumnat de 15 anys en particular?
- Quins processos tenen lloc a l'hora de resoldre problemes matemàtics contextualitzats, i quines capacitats s'espera que demostrï l'alumnat a mesura que augmenta la seva *competència matemàtica*?
- En quins contextos es pot observar i avaluar la *competència matemàtica*?

2.1. Coneixement dels continguts matemàtics

19. Entendre els continguts matemàtics i ser capaç d'aplicar aquests coneixements per solucionar problemes contextualitzats representatius és important per als ciutadans del món modern. Dit d'una altra manera, per solucionar problemes i interpretar situacions en contextos personals, professionals, socials i científics, cal partir de certs coneixements i interpretacions matemàtics.

20. Les estructures matemàtiques s'han inventat com a eines per comprendre i interpretar fenòmens naturals i socials. A les escoles, el currículum de matemàtiques s'ha organitzat generalment a l'entorn de diferents línies de contingut (per exemple, aritmètica, àlgebra, geometria) i de temes subordinats que reflecteixen les branques del pensament matemàtic establertes al llarg de la història i que ajuden a fixar un pla d'estudis ben estructurat. No obstant, els reptes o situacions que sorgeixen fora de la classe de matemàtiques no van acompanyats, normalment, de cap conjunt de regles i normes que mostrin com es poden solucionar. Al contrari, més aviat requereixen tant raonaments

creatius per tal de formular la situació matemàticament com coneixements en les diferents línies de contingut esmentades. Sovint, una situació es pot tractar de diferents maneres i utilitzant diversos conceptes, procediments, fets o mecanismes matemàtics.

21. Atès que l'objectiu del projecte PISA és avaluar la *competència matemàtica*, es proposa una estructura organitzativa dels continguts matemàtics, basada en fenòmens matemàtics que apareixen en diferents tipus de problemes i que han motivat el desenvolupament de conceptes i procediments matemàtics. Per exemple, fenòmens matemàtics com ara la incertesa i el canvi són propis de moltes situacions que ocorren normalment i disposem d'estratègies i eines matemàtiques per analitzar-los. Aquesta organització de continguts no és nova, tal com ho demostren dues publicacions molt conegudes: *On the Shoulders of Giants: New approaches to numeracy* (Steen, 1990) i *Mathematics: The science of patterns* (Devlin, 1994).

22. Com que els currículums de matemàtiques nacionals estan dissenyats per proporcionar als estudiants eines que tractin aquests fenòmens matemàtics, el conjunt de continguts producte d'aquesta organització s'ajusta molt a allò que trobem als currículums nacionals de matemàtiques. Com a guia per als creadors d'ítems, aquest marc conceptual detalla alguns temes apropiats per avaluar la *competència matemàtica* dels estudiants de 15 anys, basats en anàlisis d'estàndards nacionals d'una dotzena de països.

23. Per tal de poder avaluar la *competència matemàtica* com a part central de l'àmbit de matemàtiques, és important seleccionar un conjunt de problemàtiques sorgides de l'evolució històrica de les matemàtiques, que englobi prou varietat i profunditat per posar-ne de relleu els aspectes essencials i que, al mateix temps, representi o inclogui les línies curriculars convencionals de les matemàtiques de manera satisfactòria. Històricament, amb la invenció del càlcul al segle XVII, les matemàtiques es van convertir en un estudi integrat dels nombres, la forma, els canvis i les relacions. Als segles XIX i XX, l'anàlisi d'aquests fenòmens com a exemples de contingència i indeterminació va esdevenir d'allò més pràctica per a la resolució de problemes. Així, per al marc conceptual de PISA 2012 s'ha seleccionat un conjunt de categories de contingut que reflecteix la varietat de fenòmens matemàtics i que és conseqüent amb les categories utilitzades en estudis PISA anteriors.

24. Per tant, el projecte PISA 2012 utilitza la relació següent de categories per adaptar-se als requisits del desenvolupament històric, per plasmar les línies principals dels currículums escolars i per cobrir l'àmbit de matemàtiques i els fenòmens subjacents que en fan possible el desenvolupament. Aquestes quatre categories caracteritzen els continguts centrals per a aquesta disciplina i il·lustren les àrees de contingut que fan de guia per a la creació d'ítems a PISA 2012:

- Canvi i relacions
- Espai i forma
- Quantitat
- Incertesa

25. Amb aquestes quatre categories, l'àmbit de matemàtiques s'organitza de tal manera que garanteix una bona distribució dels ítems dins l'àmbit, cobreix els fenòmens matemàtics importants, i evita al mateix temps una divisió massa detallada que resultaria perjudicial a l'hora d'atendre els problemes matemàtics més rics, engrescadors basats en

situacions reals. Malgrat que la classificació en categories de contingut és important per centrar-se en el desenvolupament i l'elecció d'ítems i per informar dels resultats de l'avaluació, cal assenyalar que alguns dels temes es poden incloure en més d'una categoria de continguts. Per exemple, en l'ítem alliberat de PISA que es titula "La pizza" s'ha de determinar quina de les dues pizzes rodones, amb diàmetres i preus diferents però del mateix gruix, surt més a compte (vegeu l'annex, 2, on hi ha l'ítem i una anàlisi de les seves característiques). Aquest ítem posa èmfasi en algunes de les àrees matemàtiques, incloent-hi la geometria del cercle, la quantificació (en termes de rendibilitat, raonament proporcional, càlculs aritmètics) i canvis i relacions (en termes de relacions segons les variables, conceptualització de relacions segons les propietats de la pizza i el canvi de propietats rellevants en funció de la mida de la pizza). Aquest ítem es va incloure, finalment, en la categoria d'ítem de canvi i relacions, ja que la clau del problema rau en la capacitat dels estudiants de relacionar les àrees de les dues pizzes partint d'un canvi en el diàmetre. En canvi, un altre ítem centrat en la geometria del cercle es podria classificar fàcilment com un ítem de la categoria "espai i forma". Les connexions entre els diferents aspectes de contingut que engloben aquestes quatre categories contribueixen a la coherència de les matemàtiques com a disciplina i formen part d'alguns dels ítems d'avaluació que PISA 2012 ha seleccionat.

26. Més endavant en aquesta secció es descriuen tant aquestes categories de continguts matemàtics tan àmplies com els temes específics que més s'adeqüen a l'alumnat de 15 anys, cosa que dóna una idea del nivell i l'amplitud de continguts que podria tenir l'estudi PISA 2012. En primer lloc, s'ofereix una descripció de cada categoria i de la seva importància per resoldre problemes significatius i, a continuació, es defineixen de forma més específica els tipus de continguts que són apropiats i que es poden incloure en una avaluació de la *competència matemàtica* de l'alumnat de 15 anys. Aquests temes concrets posen de relleu les similituds que hi ha en els criteris marcats per un conjunt de països i polítiques educatives. Els estàndards estudiats per identificar aquests àmbits de contingut es poden considerar no només una prova del que s'ensenya a les classes de matemàtiques en aquests països, sinó també un indicador d'allò que els països consideren coneixements i habilitats importants per preparar l'alumnat d'aquesta edat per ser ciutadans constructius, compromesos i reflexius.

27. A continuació es descriuen els continguts del saber matemàtic que caracteritzen cada una de les quatre categories (*canvi i relacions*, *espai i forma*, *quantitat* i *incertesa*).

Canvi i relacions

28. Tant el món natural com el dissenyat mostren una multitud de relacions temporals i permanents entre objectes i circumstàncies, en les quals els canvis tenen lloc en sistemes d'objectes interrelacionats o en circumstàncies on els elements s'influeixen mútuament. En molts casos, aquests canvis tenen lloc al llarg del temps i, en d'altres, els canvis en un objecte o quantitat van associats a modificacions que es produeixen en un altre. Algunes d'aquestes situacions canvien molt lleugerament, d'altres canvien contínuament i les relacions poden ser de naturalesa permanent o invariable. Una major competència matemàtica passa per entendre tipus de canvi fonamentals i reconèixer quan es produeixen i, d'aquesta manera, utilitzar models matemàtics adequats per descriure i predir el canvi. Matemàticament, això suposa modelar el canvi i les relacions amb funcions apropiades, com també crear, interpretar i traduir representacions o relacions simbòliques i gràfiques.

29. Els *canvis* i les *relacions* són evidents en situacions tan diverses com el creixement d'organismes, la música, el cicle d'estacions, les condicions meteorològiques, els nivells d'ocupació i les condicions econòmiques. Aspectes dels continguts matemàtics tradicionals de funcions i d'àlgebra, incloent-hi expressions algebraïques, equacions i desigualtats, representacions tabulars i gràfiques, són centrals per descriure, modelar i interpretar fenòmens de canvi. La unitat alliberada de PISA que es titula "Caminant" (vegeu l'annex 2) conté dos ítems que exemplifiquen la categoria de *canvi i relacions*, ja que se centra sobretot en descriure, modelar i interpretar els fenòmens de canvi. Algunes relacions interessants sorgeixen de les mesures geomètriques, com per exemple la manera en què els canvis en el perímetre d'un conjunt de formes pot estar vinculada a canvis a l'àrea o a les relacions entre la llargada dels costats dels triangles. L'ítem alliberat "La pizza" (vegeu l'annex 2), tot i estar basat en la geometria (sobretot en l'àrea del cercle), il·lustra una situació el repte principal de la qual consisteix a entendre les relacions entre variables, la conceptualització de les relacions entre les propietats de les pizzes i el canvi de propietats rellevants d'una pizza més petita a una de més gran. Per això el podem categoritzar com un ítem que exemplifica la categoria de *canvis i relacions*.

30. Amb l'avaluació opcional per ordinador de les matemàtiques de 2012 es presenten a l'alumnat imatges dinàmiques, representacions relacionades de manera dinàmica i, a més, se li permet operar amb funcions. Per exemple, canvis al llarg del temps —com ara el creixement o el moviment— es poden representar de manera directa en animacions i simulacions i es poden descriure mitjançant funcions enllaçades, gràfics i taules de dades. Trobar i usar models matemàtics que expliquin el canvi és especialment significatiu quan aquest fenomen es pot explorar i descriure utilitzant programes informàtics que permeten representar funcions amb una gràfica, organitzar i dibuixar dades i calcular amb formes. Per això, cal que els fulls de càlcul o les utilitats gràfiques puguin processar fórmules i representar dades.

Espai i forma

31. La categoria *espai i forma* engloba una àmplia gamma de fenòmens molt estesos en el nostre món visual, com els patrons, les propietats dels objectes, les posicions i orientacions, les representacions d'objectes, la descodificació i codificació d'informació visual, la navegació i la interacció dinàmica amb formes reals i amb representacions. La geometria és la base de l'*espai i la forma*, però aquesta categoria va més enllà de la geometria tradicional en contingut, significat i mètode, ja que inclou elements d'altres àrees matemàtiques com ara la visualització espacial, el mesurament i l'àlgebra. Així, per exemple, les formes poden variar, per això és necessari tenir un domini del concepte de funció i de la mesura de fórmules. Aquesta àrea inclou la manipulació i interpretació de formes en situacions que van des de programes informàtics de geometria dinàmica fins al Sistema de Posicionament Global (GPS).

32. PISA parteix de la idea que entendre un conjunt de conceptes bàsics, de capacitats i d'enfocaments matemàtics és important per a la *competència matemàtica* relativa a l'*espai i la forma*. La *competència matemàtica* en *espai i forma* inclou un seguit d'activitats com ara la capacitat d'entendre la perspectiva, per exemple en pintura o a l'hora de crear i llegir mapes, la de transformar formes mitjançant la tecnologia, la d'interpretar imatges d'escenes tridimensionals des de diferents perspectives i la de construir representacions de formes. L'ítem alliberat i titulat "Fuster" (vegeu l'annex 2) pertany a aquesta categoria,

ja que s'ocupa d'un altre aspecte clau d'*espai* i *forma*: les propietats de les formes. Aquest ítem, que es basa en una tasca d'elecció múltiple bastant complexa, confronta l'alumnat amb quatre dissenys diferents per a una tanca de jardí i li demana quina es pot construir amb 32 metres de fusta. Per resoldre aquest ítem s'han de posar a la pràctica el coneixement i el raonament geomètric. Tot i que es dona prou informació per permetre un càlcul directe del perímetre exacte de tres dels dissenys, per a un dels dissenys l'estudiant només disposa d'informacions imprecises, de manera que ha de posar en pràctica les habilitats de raonament geomètric.

33. L'avaluació per ordinador permet als estudiants operar amb representacions dinàmiques de formes i explorar relacions que es produeixen no només entre objectes geomètrics en tres dimensions, sinó també dins d'aquests objectes mateixos. Aquests objectes es poden fer rotar virtualment, cosa que permet fer-se'n una imatge mental precisa. Els estudiants poden treballar amb mapes que es poden ampliar i rotar. D'aquesta manera es creen una imatge mental d'un espai i poden utilitzar aquestes eines per planejar rutes. Poden triar i utilitzar eines virtuals per calcular mesures —com ara d'angles i de segments de línies— en plànols, imatges i models i utilitzar aquestes dades en els càlculs. La tecnologia permet als estudiants combinar el coneixement de la geometria amb informació visual per construir un model mental acurat. Per exemple, per esbrinar el volum d'una tassa, es pot manipular la imatge per identificar que es tracta d'un con truncat, per identificar-ne l'altura perpendicular i veure on es pot mesurar i per comprovar que els elements que podrien semblar una el·lipse vistos des de dalt o des de baix en una imatge bidimensional són, en realitat, cercles.

Quantitat

34. La noció de *quantitat* és, segurament, l'aspecte clau de les matemàtiques que permet interactuar en el món actual. Incorpora la quantificació d'atributs d'objectes, relacions, situacions i entitats en el món i pressuposa que l'alumnat entén les diverses representacions d'aquestes quantificacions i que pot fer raonaments sobre interpretacions i arguments basats en quantitats. Per poder fer front a la quantificació s'han d'entendre les mesures, els còmputos, les unitats, els indicadors i les dimensions relatives, així com també les tendències i els models numèrics. Certs aspectes del raonament quantitatiu —com ara el sentit numèric, les diferents representacions de nombres, l'elegància dels càlculs, el càlcul mental, l'estimació i l'avaluació de la lògica dels resultats— són l'essència de la *competència matemàtica* relativa a la *quantitat*.

35. La quantificació és el mètode primari per descriure i mesurar molts dels atributs dels fenòmens mundials. Permet modelar situacions, estudiar el canvi i les relacions, descriure i manipular l'espai i la forma i mesurar i valorar la incertesa. La *competència matemàtica* en l'àrea de *quantitat* posa a la pràctica, doncs, el coneixement numèric i d'operacions numèriques en una gran varietat de contextos. L'ítem alliberat de PISA amb el títol "El concert de rock" (vegeu l'annex 2) serveix d'exemple per a la categoria de *quantitat*. Aquest ítem demana a l'alumnat que faci un càlcul estimat del nombre total de persones que assisteixen a un concert, partint de les dimensions del camp rectangular reservat per al concert. Tot i que aquest ítem conté alguns aspectes que fan referència a la categoria d'*espai* i *forma*, la seva funció principal consisteix a determinar una àrea per a cada persona i multiplicar-la pel nombre de persones indicat en cada una de les opcions que s'ofereixen i comparar els resultats amb les indicacions de la pregunta. Com que aquest ítem és d'elecció múltiple, l'alumnat pot recórrer a un mètode alternatiu i seguir un

procediment invers que consisteix a utilitzar l'àrea del camp i cada una de les opcions de la resposta per calcular l'espai corresponent per persona i determinar, d'aquesta manera, quina opció ofereix el resultat més plausible. Com que les opcions de les respostes s'indiquen sempre en milers (per exemple 2.000 o 5.000), aquest ítem també posa a prova la capacitat d'estimació dels estudiants.

36. Amb l'avaluació per ordinador es pot treure profit de l'àmplia capacitat de càlcul de les noves tecnologies. Tot i que la tecnologia pot facilitar el procés de càlcul i alliberar recursos cognitius per centrar-se en el significat i l'estratègia a aplicar per resoldre un problema, l'alumnat amb competència matemàtica ha de tenir un profund coneixement de les matemàtiques. Una persona sense aquest coneixement només pot fer servir la tecnologia per a tasques rutinàries, cosa que està en desacord amb la definició de *competència matemàtica* del marc conceptual de PISA 2012. A més, gràcies a la integració de la tecnologia en l'avaluació opcional per ordinador es poden incloure ítems que requereixen un càlcul numèric i estadístic que seria molt difícil de fer en paper.

Incertesa

37. Tant en la ciència, en la tecnologia com en la vida diària, la incertesa hi juga un paper important. Es tracta, doncs, d'un fenomen clau de l'anàlisi matemàtica i de molts problemes. Per tractar la incertesa, es pot recórrer a la teoria de la probabilitat i l'estadística, com també a les tècniques de representació i descripció de dades. Aquesta categoria de contingut passa per reconèixer el paper de la variació en els processos, per tenir recursos per quantificar i explicar aquesta variació, per reconèixer la incertesa i l'error en les mesures i per aprendre a conèixer l'atzar. També inclou formar, interpretar i avaluar les conclusions que l'alumnat obté en situacions on la incertesa té un paper cabdal. D'aquesta manera, la presentació i interpretació de dades també són conceptes centrals en aquesta categoria.

38. La incertesa és pròpia de les prediccions científiques, dels resultats d'enquestes, de les previsions meteorològiques i dels models econòmics. Hi ha variació en els processos de producció, en la puntuació d'un test, en els resultats de les enquestes. La probabilitat i l'atzar també tenen un paper important en moltes activitats de lleure. Les àrees curriculars tradicionals relacionades amb la probabilitat i l'estadística contenen mitjans formals per descriure, modelar i interpretar els fenòmens d'incertesa i extreure'n deduccions. A més, el coneixement dels nombres i de certs aspectes d'àlgebra com ara les gràfiques o la representació simbòlica faciliten la participació activa en problemes d'aquesta categoria de contingut. L'ítem alliberat de PISA amb el nom de "Escombraries" tracta la incertesa. L'alumnat ha d'examinar les dades presentades en una taula i explicar per què un diagrama de barres no seria adequat per representar-les. La interpretació i presentació de dades constitueix un aspecte important de la categoria d'*incertesa*.

39. Amb l'avaluació per ordinador, l'alumnat pot treballar amb conjunts de dades més amplis i té a l'abast les eines de càlcul i de gestió de dades que necessita. També podrà triar les eines apropiades per manipular, analitzar i representar les dades, així com per extreure dades de poblacions. Les representacions enllaçades li permeten analitzar i descriure aquestes dades de diferents maneres. Gràcies a la capacitat de generar nombres a l'atzar i mitjançant simulacions, es poden explorar situacions de probabilitat, com ara la probabilitat empírica dels esdeveniments i les propietats de les mostres.

Temes orientatius per a l'avaluació de la competència matemàtica de l'alumnat de 15 anys

40. Per resoldre i comprendre de manera eficaç els problemes contextualitzats relacionats amb el *canvi* i les *relacions*, l'*espai* i la *forma*, la *quantitat* i la *incertesa*, cal basar-se en un conjunt de conceptes, procediments, fets i eines matemàtics que tinguin el nivell adequat de profunditat i sofisticació. Per avaluar la *competència matemàtica*, PISA determina primer els nivells i tipus de matemàtiques que són apropiades per als estudiants de 15 anys, amb l'objectiu que es converteixin en ciutadans constructius, compromesos, reflexius i capaços de prendre judicis i decisions fonamentades. A més, encara que PISA no estigui dissenyat o pensat per ser una avaluació basada en currículums, sí que té l'objectiu de reflectir les matemàtiques que l'alumnat hagi pogut aprendre a l'edat de 15 anys.

41. Amb l'objectiu de fixar una avaluació que tingui visió de futur i reflecteixi al mateix temps les matemàtiques que l'alumnat de 15 anys hagi pogut aprendre, es van analitzar mostres d'estàndards matemàtics de 12 països per determinar què s'ensenyava arreu del món i també quins elements es consideraven importants en els diferents països per preparar l'alumnat de cara a la incorporació al món laboral, a l'accés a la universitat o a qualsevol altra institució de l'ensenyament superior. El contingut que s'ha considerat apropiat per incloure a l'avaluació de la *competència matemàtica* de l'alumnat de 15 anys a PISA 2012, detallat a continuació, es basa tant en similituds detectades en aquestes anàlisis com en el criteri d'experts en matemàtiques.

42. Les quatre categories de contingut, *canvi i relacions*, *espai i forma*, *quantitat i incertesa*, serveixen de base per determinar la varietat de continguts, tot i que els temes no estiguin associats de manera explícita amb aquestes categories. Així, el raonament proporcional entra en acció en contextos tan variats com la conversió d'unitats de mesura, l'anàlisi de representacions lineals, el càlcul de probabilitats i l'estudi de la llargada dels costats de formes similars. El contingut descrit a continuació vol reflectir la importància de molts d'aquests conceptes per a les quatre categories i reforçar la coherència de les matemàtiques com a disciplina.

Funcions: el concepte de funció se centra —però no es redueix— en les funcions linears, les seves propietats i la varietat de descripcions i representacions. Les representacions que s'utilitzen amb més freqüència són les verbals, les simbòliques, les tabulars i les gràfiques.

Expressions algebraiques: interpretació i tractament verbal de les expressions algebraiques, símbols, operacions i potències aritmètiques i arrels simples.

Equacions: equacions lineals i les que hi estan relacionades, equacions simples de segon grau i mètodes de solució analítics i no analítics.

Sistema de coordenades: representació i descripció de dades, posició i relacions.

Relacions que es produeixen no només entre objectes geomètrics en dues i tres dimensions, sinó també dins d'aquests objectes: relacions estàtiques com ara les connexions algebraiques entre elements de figures (com per exemple, el teorema de

Pitàgores, que defineix la relació entre la llargada dels costats d'un triangle rectangle), la posició relativa, la similitud i congruència, les relacions dinàmiques que impliquen transformació i moviment d'objectes, com també les correspondències entre objectes bidimensionals i tridimensionals.

Nombres i unitats: conceptes, representacions i sistemes numèrics, que inclouen les propietats dels nombres enters i racionals, els aspectes més importants dels nombres irracionals com també les quantitats i les unitats que fan referència a fenòmens com ara el temps, els diners, el pes, la temperatura, la distància, l'àrea, el volum, les quantitats derivades i la seva descripció numèrica.

Operacions aritmètiques: la naturalesa i propietats d'aquestes operacions i de les convencions de notació.

Percentatges, ràtios i proporcions: la descripció numèrica de la magnitud relativa i l'aplicació de proporcions i de raonament proporcional per resoldre problemes.

Estimació: aproximació de quantitats i expressions numèriques orientada al resultat, que inclou dígits i arrodoniments significatius.

Recopilació i representació de dades: naturalesa, gènesi i recopilació de diferents tipus de dades i les diferents maneres de representar-les.

Variabilitat i descripció de dades: inclou conceptes com ara el de variabilitat, distribució i tendència central d'un conjunt de dades, com també les diferents maneres de descriure'ls i interpretar-los en termes quantitius.

Mostres i recollida de mostres: conceptes de recollides de mostres i recollides de mostres de dades poblacionals, que inclouen inferències simples basades en propietats de mostres.

Atzar i probabilitat: nocions dels esdeveniments aleatoris, la variació aleatòria i la seva representació, el canvi i la freqüència d'esdeveniments i aspectes bàsics del concepte de probabilitat.

2.2. Processos matemàtics i capacitats matemàtiques subjacents

Processos matemàtics

43. La definició de *competència matemàtica* fa referència a la capacitat de *formular, utilitzar i interpretar* les matemàtiques. Aquest vocabulari proporciona una estructura útil i significativa per organitzar els processos matemàtics que descriuen què fan els individus per relacionar el context d'un problema amb les matemàtiques, és a dir, què fan per resoldre'l. L'estudi PISA 2012 de matemàtiques presentarà per primera vegada els resultats segons els processos matemàtics i es preveu que aquesta estructura proporcionï categories útils i rellevants des del punt de vista de les polítiques educatives. Les categories que s'utilitzen per a l'informe són les següents:

- Formular situacions matemàticament.
- Utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics.

- Interpretar, aplicar i avaluar resultats matemàtics.

44. És important que tant els encarregats de dissenyar les polítiques educatives com aquells que s'ocupen més de prop de l'educació dels estudiants en el dia a dia coneguin fins a quin punt l'alumnat és capaç de realitzar cada un d'aquests processos de manera efectiva. Els resultats de l'estudi PISA relatius al procés de formulació indicaran amb quin grau d'efectivitat l'alumnat és capaç de reconèixer i identificar oportunitats per a utilitzar les matemàtiques en les situacions del problema i per trobar l'estructura matemàtica necessària per traduir i formular aquell problema contextualitzat en una forma matemàtica. Els resultats de l'estudi PISA per al procés consistent a utilitzar conceptes matemàtics indicaran amb quin grau de correcció l'alumnat és capaç de fer càlculs i operacions i d'aplicar els conceptes i fets que sap per arribar a la solució matemàtica. Pel que fa als processos d'interpretació, l'estudi PISA indicarà amb quin grau d'efectivitat l'alumnat reflexiona sobre les situacions matemàtiques, com interpreta les conclusions en el context d'un problema del món real i com determina si els resultats o les conclusions són raonables. La facilitat de l'alumnat per aplicar les matemàtiques a problemes i situacions depèn de les capacitats inherents que té en cada un d'aquests processos, per això, entendre l'eficàcia en cada una d'aquestes tres categories pot resultar una contribució útil tant en les discussions sobre polítiques educatives com en les decisions que es prenguin en l'àmbit més proper a la classe.

Formular situacions matemàtiques

45. La paraula *formular* en la definició de *competència matemàtica* fa referència a la capacitat dels individus de reconèixer i identificar oportunitats per utilitzar les matemàtiques i, després, proveir d'una estructura matemàtica un problema contextualitzat, de manera que aquest problema es tradueix mitjançant una fórmula matemàtica. En el procés de *formular situacions matemàticament*, els individus determinen d'on poden extreure les matemàtiques necessàries per analitzar, estructurar i resoldre un problema. Aquest procés consisteix a traduir i transferir un context inspirat en el món real a l'àmbit de les matemàtiques i donar estructura, representació i concreció matemàtica a un problema de la vida real. L'alumnat reflexiona i aprèn de les dificultats i premisses del problema. Concretament, el procés de *formular situacions matemàticament* inclou les activitats següents:

- Identificar els aspectes matemàtics d'un problema situat en el context del món real i identificar-ne les variables més importants.
- Reconèixer una estructura matemàtica —que inclogui regularitats, relacions i normes— en problemes o situacions.
- Simplificar una situació o problema per adequar-lo a l'anàlisi matemàtica.
- Identificar les limitacions i premisses en tot tipus de model matemàtic, com també les simplificacions obtingudes del context.
- Representar una situació matemàticament, utilitzant variables, símbols, diagrames i models apropiats.

- Representar un problema d'una altra manera, cosa que inclou organitzar-lo d'acord amb els conceptes matemàtics, i formular hipòtesis apropiades.
- Entendre les relacions entre el llenguatge específic del context d'un problema i el llenguatge simbòlic i formal necessari per representar-lo matemàticament.
- Traduir un problema en llenguatge matemàtic o en una representació matemàtica, és a dir, en un model matemàtic.
- Reconèixer els aspectes d'un problema que es corresponen amb problemes ja coneguts o conceptes, fets i procediments matemàtics.
- Utilitzar la tecnologia —com ara un full de càlcul o l'aplicació d'un índex en una calculadora gràfica— per descriure una relació matemàtica inherent a un problema contextualitzat.

46. L'ítem de PISA alliberat amb el nom de “La pizza” (vegeu l'annex 2) posa un èmfasi especial en l'habilitat de l'alumnat de formular una situació matemàticament. Tot i que també se li demana que faci càlculs mentre soluciona el problema i que valori els resultats identificant quina pizza surt més a compte, el repte cognitiu real d'aquest ítem rau a formular un model matemàtic que inclogui el concepte de rendibilitat. La persona que resol el problema ho pot reconèixer perquè les pizzes tenen el mateix gruix però diàmetres diferents, de manera que l'anàlisi s'ha de centrar en l'àrea de la superfície circular de la pizza. La relació entre la quantitat de pizza i de diners es resumeix en el concepte de rendibilitat, determinat pel cost de cada unitat de l'àrea. Hi ha altres variacions possibles, com ara l'àrea segons el cost de la unitat. L'ítem de PISA publicat amb el nom de “Concert de rock” (vegeu l'annex 2) és un altre exemple d'ítem centrat en l'habilitat de formular una situació matemàticament, ja que s'ha d'analitzar la informació contextual proporcionada, com per exemple les dimensions i la forma del camp, el fet que el concert de rock estigui ple i que els fans estiguin drets, etc. L'alumnat ha de convertir aquesta informació en una fórmula matemàtica útil per fer un càlcul estimat del nombre de persones que han assistit al concert.

Utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics

47. La paraula *utilitzar* en la definició de *competència matemàtica* fa referència a la capacitat dels individus d'aplicar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics amb l'objectiu de resoldre problemes prèviament formulats matemàticament. En el procés d'*utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics* per resoldre problemes, es duen a terme els procediments matemàtics necessaris per obtenir resultats i solucions matemàtiques, com per exemple realitzar càlculs aritmètics, solucionar equacions, treure deduccions lògiques de premisses matemàtiques, realitzar operacions simbòliques, extreure informació de taules i gràfiques, representar i tractar amb formes en l'espai, i analitzar les dades. L'alumnat parteix d'un model de problema situat en el món real, l'ajusta, estableix regularitats, n'identifica connexions i crea arguments matemàtics. En concret, el procés d'*utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics* inclou activitats com les següents:

- Dissenyar i implementar estratègies per trobar solucions matemàtiques.

- Utilitzar un llenguatge i procediments simbòlics, formals i tècnics per trobar solucions.
- Utilitzar eines matemàtiques, incloent-hi la tecnologia, que ajudin a trobar o a apropar-se a la solució.
- Aplicar regles, algorismes i estructures matemàtiques per trobar solucions a problemes.
- Operar amb nombres, dades i informació gràfica i estadística, expressions i equacions algebraiques i representacions geomètriques.
- Realitzar diagrames, gràfics i construccions matemàtiques, i extreure'n informació.
- Utilitzar i alternar entre diferents representacions per tal d'obtenir les solucions.
- Redefinir i ajustar els models matemàtics mentre se soluciona el problema.
- Fer generalitzacions basades en els resultats dels procediments matemàtics realitzats per trobar una solució.

48. L'ítem alliberat de PISA "Caminant" (vegeu l'annex 2) exemplifica un tipus d'ítem centrat sobretot en les habilitats de l'estudiant per *utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics*. Els dos ítems d'aquesta unitat requereixen aplicar un model donat —una fórmula— per determinar o bé la longitud del pas (pregunta 1) o bé la velocitat a què es camina (pregunta 2). Les dues preguntes estan formulades de tal manera que ja contenen una estructura matemàtica, i els estudiants han de fer operacions i càlculs algebraics per trobar les solucions. De forma similar, l'ítem alliberat de PISA "Fuster" (vegeu l'annex 2) es basa en gran part en l'habilitat dels estudiants per *utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics*. El major desafiament de l'ítem consisteix a trobar una estratègia per calcular la llargada total dels segments linears, la llargada individual dels quals es desconeix, i raonar sobre les llargades de manera comparada. A més, també s'han de relacionar els diagrames amb els jardins i els perímetres i amb la quantitat de fusta disponible, però aquest procés de formulació és més fàcil que el procés consistent a raonar sobre la llargada del perímetre.

Interpretar, aplicar i avaluar resultats matemàtics

49. La paraula *interpretar* utilitzada en la definició de *competència matemàtica* se centra en les habilitats dels individus per reflexionar sobre situacions, resultats o conclusions matemàtiques i interpretar-los en el context de problemes de la vida real. Això vol dir que s'han d'aplicar solucions o raonaments matemàtics en el context d'un problema i determinar si els resultats són raonables o tenen sentit en aquell context. A l'alumnat que participa en aquest procés, se li pot demanar que desenvolupi i doni explicacions i arguments en el context del problema, per tal que reflexioni sobre el procés de modelització i els seus resultats. En concret, el procés d'*interpretar, aplicar i avaluar resultats matemàtics* inclou activitats com ara:

- Avaluar si una solució matemàtica és raonable en el context d'un problema del món real.

- Entendre l'impacte i la interrelació del món real amb els resultats i càlculs d'un procediment o model matemàtic, per tal de fer valoracions contextuals sobre com s'haurien d'aplicar o ajustar els resultats.
- Reflexionar sobre els arguments matemàtics i explicar i justificar els resultats en el context d'un problema.
- Saber comunicar els passos seguits per trobar una solució i el seu significat tenint en compte el context del problema.
- Entendre la dimensió i els límits dels conceptes i les solucions matemàtiques.
- Criticar i identificar els límits del model utilitzat per solucionar el problema.

50. L'ítem alliberat de PISA "Escombraries" (vegeu l'annex 2) demana als estudiants que *interpretin, apliquin i avaluïn els resultats matemàtics*. L'ítem se centra en la capacitat d'avaluar l'efectivitat del resultat matemàtic, en aquest cas un esbós o representació mental d'un diagrama de barres, mitjançant la representació de les dades presentades a l'ítem sobre el temps de descomposició de diferents tipus de brossa. A l'ítem, s'ha de raonar sobre les dades presentades, pensar matemàticament la relació que hi ha entre les dades i la seva presentació, i avaluar-ne els resultats. La persona que resol el problema ha de reconèixer que aquestes dades no es podrien presentar de forma adequada en un diagrama de barres i explicar per què aquesta presentació no és adequada per al tipus de dades que s'ofereixen.

Capacitats matemàtiques fonamentals subjacents als processos matemàtics

51. La dècada d'experiència desenvolupant ítems PISA i analitzant com hi respon l'alumnat ha posat de manifest que hi ha un conjunt de capacitats matemàtiques que són la base de cada un dels processos descrits i que, alhora, són clau per posar la *competència matemàtica* a la pràctica. L'estudi de Mogens Niss et al. (Niss, 1999, 2003) identifica set capacitats, que tant Niss com el marc conceptual de 2003 anomenen "competències" i que són clau per a les habilitats matemàtiques. El marc conceptual del 2012 modifica el plantejament d'aquest conjunt de capacitats basant-se en la necessitat àmpliament reconeguda d'identificar un conjunt de capacitats matemàtiques generals que complementin el paper dels coneixements sobre continguts matemàtics concrets en l'aprenentatge matemàtic. En serien exemples destacats les vuit pràctiques matemàtiques de la Iniciativa per a uns Estàndards Comuns Claus (*Common Core State Standards*) als Estats Units i els quatre processos centrals del currículum nacional de matemàtiques a la Gran Bretanya, que són representar; analitzar; interpretar i avaluar; comunicar i reflexionar. L'alumnat ha d'estudiar i disposar d'aquestes capacitats cognitives per tal d'entendre i ser capaç de trobar una resposta matemàtica als reptes actuals o de resoldre problemes. A més, altres estudis demostren que com més alt és el nivell de *competència matemàtica* d'un individu, més capaç és d'adquirir una varietat de capacitats matemàtiques fonamentals. Aquesta observació s'ha utilitzat de base per descriure diferents nivells de *competència matemàtica* detallats en enquestes PISA anteriors i que es tractaran més endavant en aquest marc conceptual.

52. Les set capacitats matemàtiques fonamentals utilitzades en aquest marc conceptual són les següents:

- Comunicació
- Matematització
- Representació
- Raonar i argumentar
- Disseny d'estratègies
- Ús de llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques
- Ús d'eines matemàtiques

53. Aquestes capacitats varien en funció de les tres categories de processos. A continuació, es descriu com es manifesten les capacitats en aquestes categories de processos. A l'annex 1 trobareu informació més detallada sobre aquestes capacitats. A més, cada un dels exemples representatius que s'adjunten a l'annex 2 d'aquest marc conceptual descriu com els estudiants poden activar aquestes capacitats a l'hora de resoldre un problema en concret.

54. Les set capacitats matemàtiques fonamentals es poden aplicar en el procés de formular situacions matemàtiques, però hi ha més ocasions per posar-les a la pràctica. Les que solen estar més relacionades amb aquest procés són les capacitats de comunicació, matematització, representació, raonar i argumentar, dissenyar estratègies i utilitzar un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques. A continuació es presenten diferents maneres en què els individus poden desenvolupar les set capacitats matemàtiques fonamentals en el procés de formular situacions matemàticament.

- Comunicació: els aspectes receptius de la comunicació són importants així que els individus perceben l'existència d'un repte i se senten estimulats per reconèixer i entendre la situació d'un problema. Llegir, descodificar i entendre afirmacions, preguntes, tasques, objectes, imatges o animacions (en el cas d'avaluacions per ordinador) permet a l'individu crear-se un model mental de la situació, cosa que és un pas important per entendre, aclarir i formular el problema en termes matemàtics.
- Matematització: la matematització comporta transformar un problema situat en el món real en una forma matemàtica. La necessitat de matematització sorgeix quan l'individu necessita traduir directament una situació en matemàtiques, cosa que seria, per exemple, estructurar i conceptualitzar la situació de forma adequada o identificar i seleccionar les variables rellevants. Es pot crear un model matemàtic en situacions que són clares i explícites o bé en situacions on hi ha moltes premisses, variables, relacions i limitacions que s'han d'identificar i definir.
- Representació: els individus que s'enfronten a un problema o desafiament del món real que es pugui tractar matemàticament l'han de representar matemàticament. Hauran de seleccionar o dissenyar una representació matemàtica —que pot ser en forma d'equacions, fórmules, gràfics, taules, diagrames, imatges, descripcions textuais o materials concrets— per capturar i descriure les característiques matemàtiques d'una situació.
- Raonar i argumentar: els individus hauran d'utilitzar processos lògics per entendre una situació i determinar quina és la millor manera de representar-la matemàticament. Se'ls pot demanar que expliquin, defensin o justifiquin la representació que han identificat o dissenyat.

- Disseny d'estratègies: quan l'alumnat reconeix l'existència d'un problema que s'ha de solucionar i identifica o dissenya una representació matemàtica per a una situació, està creant una estratègia per determinar la solució del problema, fins i tot si no se li demana que resolgui el problema. Aquesta capacitat ve marcada per l'aptitud de seleccionar o crear un pla o estratègia consistent a utilitzar les matemàtiques amb l'objectiu de resoldre problemes plantejats en una tasca o en un context concret.
- Ús de llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques: quan es dóna estructura matemàtica a la situació d'un problema, l'alumnat ha d'utilitzar variables, símbols, diagrames i models adequats. És important que entengui la relació entre el llenguatge del problema i el llenguatge formal i/o simbòlic necessari per a representar-lo matemàticament.
- Ús d'eines matemàtiques: en certs casos, alguns suports o eines matemàtiques, com per exemple un aparell de mesura, una calculadora gràfica o un full de càlcul, poden resultar útils a l'hora de reconèixer una estructura i representar una relació matemàtica.

55. El procés d'*utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics* ve marcat per aquells aspectes dels exercicis matemàtics que impliquen l'ús pràctic del coneixement per trobar resultats i solucionar problemes. Aquest model matemàtic es caracteritza, doncs, per tasques centrades sobretot en el càlcul, les operacions amb models matemàtics o equacions o la lectura informació d'un gràfic o diagrama. Tot i que totes aquestes set capacitats fonamentals entren en joc quan l'alumnat *utilitza conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics*, algunes destaquen més que altres. Les capacitats més estretament relacionades amb aquest procés concret són la representació, raonar i argumentar, el disseny d'estratègies, l'ús d'un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques i l'ús d'eines matemàtiques. A continuació es presenten diferents maneres en què l'alumnat pot posar a la pràctica les capacitats matemàtiques fonamentals en el procés d'*utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics*:

- Comunicació: quan s'enfronta a un ítem que *requereix utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics*, l'alumnat ha de ser capaç de llegir i entendre l'estímul que se li proporciona. Si com a part d'aquest estímul trobem una representació visual, ha de saber relacionar la informació del text de l'ítem amb la representació gràfica. Més endavant, se li demanarà que articuli una solució i, en alguns casos, que mostri el procés que ha seguit per arribar a aquella solució. També se li pot demanar que resumeixi i presenti resultats matemàtics intermedis.
- Matematització: per definició, la matematització té com a objectiu o bé transformar un problema definit en el món real en una forma estrictament matemàtica o bé interpretar una solució o un model matemàtic en relació amb el context d'un problema. Si la tasca o problema es presenta en una forma matemàtica oberta, és a dir, que només requereix l'aplicació de conceptes, fets o procediments matemàtics, pot ser que la matematització no faci falta. En canvi, l'alumnat es pot haver d'enfrontar a problemes que, tot i que subratllen aquest procés concret, també requereixen un cert nivell de matematització, ja sigui conceptualitzant el problema matemàticament o interpretant la solució en el context del problema original.

- Representació: quan utilitzem conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics per solucionar un problema, podem topiar amb un conjunt de tipus de representacions matemàtiques. Se'ns pot demanar que les desxifrem, relacionem i utilitzem en una varietat de representacions mentre interactuem amb el problema. Aquestes representacions poden incloure equacions, fórmules, gràfics, taules, diagrames, imatges, descripcions textuals i materials concrets.
- Raonar i argumentar: per determinar quins conceptes, fets i procediments cal utilitzar per determinar la solució matemàtica d'un problema, necessitem utilitzar processos de lògica. També és possible que calgui explicar, defensar o justificar els processos i procediments utilitzats. *Raonar* suposa reflexionar sobre com es poden connectar diferents informacions per arribar a una solució, analitzar informació per seguir o crear un argument compost per diferents passos, connectar diverses variables, raonar partint de fonts d'informació connectades o fer generalitzacions combinant i partint de múltiples elements d'informació.
- Disseny d'estratègies: per arribar a la solució matemàtica d'un problema, es pot haver de recórrer a processos sistemàtics per determinar la informació que es desconeix o decidir quina estratègia és la més adequada i utilitzar la informació més rellevant per arribar a una solució, conclusió o generalització matemàtica. També pot ser que, en un procediment que consta de diversos passos, calgui activar mecanismes de control efectius i continuats.
- Ús de llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques: per determinar la solució matemàtica d'un problema, és necessari entendre, operar i utilitzar expressions simbòliques, és a dir, aritmètiques i algebraiques, les quals es regeixen per convencions i regles matemàtiques. També pot ser necessari entendre i utilitzar constructes formals basats en definicions, regles i sistemes formals o utilitzar algorismes. L'ús tant de llenguatge com d'operacions simbòliques, formals i tècniques pot incloure activitats en el marc de les quals s'hagin de fer operacions aritmètiques fonamentals, utilitzar i operar amb símbols matemàtics formals o relacions funcionals, i activar l'ús de regles, definicions, convencions i procediments matemàtics.
- Ús d'eines matemàtiques: tot i que l'estudi PISA 2012 en format paper permetrà l'ús d'eines matemàtiques per determinar les solucions matemàtiques dels problemes, la part opcional per ordinador oferirà encara més opcions. Les eines matemàtiques engloben estris físics com instruments de mesura, com també calculadores i eines per ordinador que cada vegada són més assequibles. Aquesta capacitat suposa tenir el coneixement i la capacitat de fer ús de diversos suports i eines que poden ser d'ajuda per implementar processos i procediments que permeten trobar solucions matemàtiques. També suposa la capacitat de saber discernir els casos apropiats per utilitzar aquesta eina i apreciar-ne les limitacions.

56. El procés d'*interpretar, aplicar i avaluar resultats matemàtics* ve marcat per aquells aspectes de la tasca matemàtica en els quals s'apliquen solucions o raonaments matemàtics en relació amb el context d'un problema, per determinar, així, si els resultats són plausibles en aquell context. Tot i que les set capacitats fonamentals es poden aplicar a aquesta categoria, les capacitats que van més lligades a aquest procés són les de comunicació, matematització, representació, raonament i argumentació. A continuació es

detallen diverses maneres en què l'alumnat posa a la pràctica les set capacitats fonamentals en el procés d'*interpretar, aplicar i avaluar els resultats matemàtics*:

- **Comunicació:** un cop l'alumnat ha interpretat i avaluat la plausibilitat d'una solució matemàtica, se li pot demanar que presenti la solució en públic i n'ofereixi una explicació o justificació. Per fer-ho, ha de construir i comunicar explicacions i arguments en el context del problema, tot reflexionant sobre la solució, justificant-la o refutant-la. També pot haver d'identificar i criticar els límits del model utilitzat per solucionar el problema o bé de la solució matemàtica en el marc del problema.
- **Matematització:** la matematització no només implica transformar un problema definit en el món real en una forma matemàtica, sinó també interpretar una solució matemàtica o un model matemàtic en relació amb el problema original. Aquesta és l'essència del procés consistent a *interpretar, aplicar i avaluar els resultats matemàtics*. La interpretació i avaluació d'un resultat matemàtic pot consistir a considerar les conseqüències del món real en una solució matemàtica i valorar com es poden ajustar o aplicar els resultats. Per tant, és necessari entendre la dimensió i els límits d'una solució matemàtica i prendre'ls en consideració a l'hora d'aplicar la solució a un problema del món real.
- **Representació:** un resultat matemàtic pot presentar-se en una varietat de formats, com ara equacions, fórmules o representacions gràfiques. Aquests resultats es poden haver d'interpretar en relació amb una situació o també es poden comparar o avaluar dues o més representacions en relació amb una situació. També pot ser que es demani trobar una representació d'un resultat matemàtic com a part de la presentació de la solució. A més, es pot exigir a l'alumnat que ofereixi diferents representacions de l'explicació o de la justificació de la solució matemàtica en el context del problema, o també de l'explicació que fan sobre els límits o dificultats d'una solució matemàtica.
- **Raonar i argumentar:** la interpretació, aplicació i avaluació de resultats matemàtics demana que l'alumnat pensi de manera clara i lògica sobre la relació entre el resultat matemàtic i el context en què està situat o en què es resol el problema. Tant el raonament com l'argumentació juguen un paper important quan l'alumnat reflexiona sobre les solucions matemàtiques i desenvolupa explicacions i arguments que defensen, refuten o justifiquen una solució matemàtica en el marc d'un problema contextualitzat.
- **Disseny d'estratègies:** quan *interpretem, apliquem i avaluem resultats matemàtics*, sovint necessitem dissenyar una estratègia que ajudi a guiar la nostra feina a l'hora d'interpretar, avaluar i validar una solució matemàtica en un problema contextualitzat. Potser també ens fa falta dissenyar un procés sistemàtic per avaluar la solució, basat en els diversos escenaris o les limitacions que vénen donades pel context del problema.
- **Ús de llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques:** quan *interpretem, apliquem i avaluem resultats matemàtics*, és necessari entendre les variables, els símbols, gràfics i diagrames que s'utilitzen per comunicar la solució matemàtica. És important entendre la relació entre el context del problema i la representació de la solució matemàtica, de manera que puguem seguir els passos apropiats i correctes

per interpretar la solució en aquell context i mesurar la viabilitat i les possibles limitacions de la solució.

- Ús d'eines matemàtiques: les eines matemàtiques, molt especialment les calculadores i les eines per ordinador, poden resultar grans ajudes per constatar la plausibilitat d'una solució matemàtica i els límits i restriccions d'aquella solució tenint en compte el context del problema.

57. A l'annex 1 d'aquest marc conceptual, s'ofereix una discussió detallada de les capacitats matemàtiques fonamentals i la seva relació amb els nivells de competència matemàtica i la dificultat de la tasca proposada.

2.3. Contextos

58. Un aspecte important de la *competència matemàtica* consisteix a utilitzar les matemàtiques per solucionar un problema establert en un context. El context es defineix com aquell aspecte del nostre entorn en el qual se situa el problema. La tria de les estratègies i representacions matemàtiques depèn sovint del context en què se situa el problema. A l'estudi PISA s'ha donat importància a la varietat de contextos utilitzats, per tal de donar cabuda a la gamma més àmplia possible d'interessos i de situacions en què opera l'alumnat del segle XXI.

59. Per al marc conceptual de PISA 2012 s'han definit quatre categories contextuais per classificar els ítems d'avaluació desenvolupats per a l'estudi PISA:

- *Personal* — Els problemes situats en un context personal emfatitzen les activitats individuals, en família o en grup, i ajuden a percebre la importància immediata d'aquestes situacions de problemes per al mateix individu. Els tipus de contextos personals inclouen temes com el menjar i la cuina, les compres, el joc, la salut, el transport, els esports, els viatges, l'horari individual i les finances personals. L'ítem alliberat de PISA "La pizza" (vegeu l'annex 2) se situa en un context personal perquè la pregunta que es formula consisteix a decidir quina de les pizzes surt més a compte per al consumidor. De manera similar, la unitat alliberada titulada "Caminant" (vegeu l'annex 2) conté dues preguntes que fan referència a un context personal. En la primera s'ha d'aplicar una fórmula matemàtica per determinar la longitud del pas d'una persona, mentre que en la segona s'ha d'aplicar aquesta mateixa fórmula per calcular la velocitat a què camina un altre individu.
- *Professional* — Els problemes situats en un context professional se centren en el món laboral. En els ítems agrupats en aquesta categoria s'han de mesurar, calcular i encarregar materials per a la construcció i s'inclouen aspectes com la nòmina, la comptabilitat, el control de qualitat, la planificació i l'inventari, el disseny, l'arquitectura i les decisions relacionades amb la feina. Els contextos professionals poden fer referència a qualsevol tipus de plantilla professional, des de la menys qualificada fins a la de més alt nivell, però sempre tenint en compte que els ítems a l'estudi PISA han de ser assequibles per a l'alumnat de 15 anys. L'ítem alliberat de PISA "El fuster" (vegeu l'annex 2) és un exemple de la categoria professional, ja que tracta de l'encàrrec d'un fuster per construir una tanca a l'entorn d'un parterre de jardí.

- *Social* — Els problemes situats en un context social subratllen el concepte de comunitat. Inclouen aspectes temàtics com el sistema de votació, el transport públic, el govern, les polítiques públiques, les estadístiques demogràfiques, publicitàries i nacionals, i l'economia. Tot i que ens trobem involucrats amb aquests aspectes d'una manera personal, s'ha posat l'accent en el caràcter comunitari d'aquests problemes. L'ítem alliberat de PISA amb el títol "El concert de rock" (vegeu l'annex 2) és un exemple d'ítem classificat com a social, ja que està relacionat amb l'organització d'un concert de rock. De tota manera, també fa referència a l'experiència personal de l'alumnat de trobar-se immers en una multitud.
- *Científic* — Els problemes situats en un context científic tracten la relació entre les matemàtiques i el món de la naturalesa o les qüestions i temes de la ciència i la tecnologia. Alguns contextos concrets poden incloure àmbits com el temps, el clima, l'ecologia, la medicina, les ciències de l'espai, la genètica i la mesura. L'ítem alliberat de PISA "Escombraries" (vegeu l'annex 2) és un exemple d'ítem situat en un context científic, ja que se centra en el medi ambient i, més concretament, en dades sobre el temps de descomposició.

60. Els ítems d'avaluació de PISA estan ordenats en unitats que comparteixen un mateix material d'estímul. Per això, normalment tots els ítems dins d'una unitat pertanyen a la mateixa categoria. Evidentment, sorgeixen excepcions, com per exemple certs materials d'estímul que es poden examinar des d'un punt de vista personal en un ítem i des d'una perspectiva social en un altre. Si un ítem només presenta constructes matemàtics sense fer referència a elements contextuals de la unitat en què està situat, s'assignarà a la categoria de context de la unitat. En el cas poc freqüent que una unitat només contingui constructes matemàtics sense cap referència a un context a excepció del matemàtic, la unitat s'assignarà a la categoria contextual científica.

61. L'ús d'aquestes categories serveix de base per seleccionar una varietat de contextos en els ítems i assegura que l'avaluació reflecteixi l'ampli marge d'utilitats de les matemàtiques, que van des d'usos personals diaris fins a solucions científiques de problemes globals. A més, és important que cada categoria contextual contingui ítems avaluatius amb un grau de dificultat molt diferent. Com que l'objectiu principal d'aquestes categories contextuais és que els estudiants afrontin reptes en problemes amb contextos molt diversos, cada categoria hauria de contribuir substancialment a mesurar la *competència matemàtica*. La dificultat dels ítems d'avaluació que representen una categoria contextual en concret no hauria de ser, doncs, més o menys difícil que la d'altres categories.

62. En el procés d'identificar contextos que puguin resultar rellevants, és cabdal tenir en compte que l'objectiu de l'avaluació és mesurar l'ús dels coneixements, processos i capacitats matemàtics que adquireix l'alumnat fins als 15 anys. Per tant, els contextos per avaluar ítems se seleccionen segons la rellevància que tenen en relació amb els interessos i vides de l'alumnat i amb les exigències a què haurà de fer front a mesura que es vagi incorporant a la societat com a ciutadà constructiu, compromès i reflexiu. Per a avaluar el grau de rellevància, es consultaran els responsables del projecte nacional en els països que participen a l'estudi PISA.

3. AVALUAR LA COMPETÈNCIA MATEMÀTICA

63. En aquesta secció es descriu el plantejament seguit per implementar a l'estudi PISA 2012 els elements del marc conceptual exposats anteriorment. Això inclou l'estructura de la part de matemàtiques de l'estudi PISA, la recollida de dades referents a les competències matemàtiques, les actituds relacionades que es volen investigar i els preparatius per a la prova per ordinador de matemàtiques, que és opcional.

3.1. Estructura de l'avaluació de les matemàtiques a PISA 2012

64. D'acord amb la definició de *competència matemàtica*, els ítems d'avaluació utilitzats en qualsevol dels instruments desenvolupats per a l'estudi PISA, tant en paper com per ordinador, estan emmarcats dins d'un context. En els ítems, s'han de posar en pràctica conceptes, coneixements, mètodes i habilitats matemàtics importants (coneixement de continguts matemàtics) a un nivell apropiat per a l'alumnat de 15 anys, tal com s'ha descrit més amunt. Aquest marc conceptual té l'objectiu d'orientar en l'estructura i els continguts de l'estudi, i és important que els instruments, tant els que són en format paper com els que s'aplicaran per ordinador, incloguin una proporció adequada d'ítems que reflecteixin els components del marc conceptual de la *competència matemàtica*.

Distribució ideal de la puntuació segons la categoria de contingut

65. Els ítems de matemàtiques de PISA se seleccionen a fi de reflectir el coneixement de continguts matemàtics descrit anteriorment en aquest marc conceptual. Els ítems seleccionats per a PISA 2012 es distribueixen en quatre categories de contingut, tal i com es mostra a la taula següent. L'objectiu a l'hora de dissenyar la prova és aconseguir una distribució d'ítems en les categories de contingut que ofereixi una distribució dels punts al més equilibrada possible, ja que tots aquests camps són importants per als futurs ciutadans constructius, compromesos i reflexius.

Categoria de contingut	Percentatge de punts
Canvi i relacions	aproximadament el 25%
Espai i forma	aproximadament el 25%
Quantitat	aproximadament el 25%
Incertesa	aproximadament el 25%
Total	100%

66. És important destacar que els ítems en cada categoria de contingut haurien de tenir un ampli ventall de dificultat i d'exigència matemàtica.

Distribució ideal de la puntuació segons la categoria de processos matemàtics

67. A més, els ítems d'avaluació de l'estudi de matemàtiques de PISA 2012 es poden assignar a un dels tres processos matemàtics. L'objectiu a l'hora de dissenyar l'avaluació és aconseguir un equilibri que doni una representació més o menys igual entre els dos processos consistents a fer connexions entre el món real i el de les matemàtiques i el procés que requereix que els estudiants siguin capaços d'utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics.

Tipus de procés	Percentatge de punts
Formular situacions matemàticament	aproximadament el 25%
Utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics	aproximadament el 50%
Interpretar, aplicar i avaluar resultats matemàtics	aproximadament el 25%
Total	100%

68. És important destacar que els ítems en cada tipus de procés haurien de tenir un ampli ventall de dificultat i d'exigència matemàtica.

Distribució ideal de la puntuació segons la categoria de context

69. A PISA 2012 els ítems s'han distribuït en categories contextuais. Els ítems seleccionats per a l'avaluació de les matemàtiques a PISA 2012 representen la diversitat d'aquestes categories contextuais, tal i com es descriu a la taula següent. Gràcies a la distribució equilibrada no hi ha cap tipus de context dominant, de manera que els estudiants poden treballar amb un conjunt d'ítems que engloba una àmplia varietat d'interessos individuals i situacions en què es podrien trobar al llarg de la vida.

Tipus de context	Percentatge de punts
Personal	aproximadament el 25%
Professional	aproximadament el 25%
Social	aproximadament el 25%
Científic	aproximadament el 25%
Total	100%

70. És important destacar que els ítems en cada categoria contextual haurien de tenir un ampli ventall de dificultat i d'exigència matemàtica.

Ventall de dificultat dels ítems

71. L'estudi PISA 2012 de matemàtiques inclou ítems amb un ampli ventall de dificultat, corresponent al conjunt de capacitats de l'alumnat de 15 anys. Inclou ítems que suposen un repte per als estudiants més capaços i d'altres que són assequibles per a aquells que són menys competents. Des d'un punt de vista psicomètric, un estudi dissenyat per mesurar un grup concret d'individus és més efectiu i eficient quan la dificultat dels ítems d'avaluació es correspon amb l'habilitat dels subjectes analitzats. A més, els nivells de competència descrits i que s'utilitzen com a eix de l'anàlisi de resultats a PISA només poden aportar informació interessant per a estudiants amb habilitats diferents si els ítems a partir dels quals es dissenyen les descripcions de competències representen la varietat de capacitats descrites.

Estructura dels instruments d'avaluació

72. Els instruments en format paper de l'estudi PISA 2012 contindran un total de 270 minuts de material matemàtic. Aquest material es distribuirà en nou clústers d'ítems i a cada clúster li correspondran 30 minuts del temps total del test. D'aquest total, tres clústers (que corresponen a 90 minuts del temps de l'examen) contindran material d'ancoratge utilitzat en estudis PISA anteriors, quatre clústers estàndard (que representen 120 minuts del temps total del test) inclouran material nou amb una àmplia gamma de

dificultat i, finalment, dos clústers fàcils (corresponents a 60 minuts del temps total de l'examen) estan dedicats a materials amb un nivell de dificultat més baix.

73. Cada país participant utilitzarà set d'aquests clústers: els tres clústers amb material d'ancoratge, dos dels nous clústers estàndard juntament amb dos altres grups estàndards o bé dos clústers fàcils. Els clústers d'ítems es troben en quaderns amb un disseny d'examen rotatiu, de manera que cada quadern conté quatre clústers de material de les àrees de les matemàtiques, la comprensió lectora i les ciències. Cada estudiant omple un d'aquests quaderns, que representa un temps total d'examen de 40 minuts.

74. Els instruments per ordinador opcionals inclouen un total de 80 minuts de material matemàtic. Aquest material es distribuirà en quatre clústers d'ítems, i cada clúster correspondrà a 20 minuts del temps de l'examen. Aquest material es classificarà en un nombre de models d'examen rotatius juntament amb altres materials en suport informàtic, i cada model contindrà dos grups. Cada estudiant omple un model, que representa un temps de 40 minuts sobre el total de l'examen.

Disseny dels ítems de matemàtiques de PISA 2012

75. En els instruments en paper s'utilitzen tres formats diferents d'ítems per avaluar la *competència matemàtica* a PISA 2012: els de resposta oberta, els de resposta tancada i els d'elecció múltiple. Els ítems de resposta oberta requereixen una resposta més o menys àmplia per part de l'alumnat. Li poden demanar de produir una resposta o que expliqui els passos que ha seguit per arribar-hi. Per a aquests ítems fan falta experts preparats per codificar manualment les respostes de l'alumnat. Els ítems de resposta tancada estableixen un marc més estructurat per presentar la solució del problema, de manera que es pot valorar fàcilment si la resposta de l'alumnat és correcta o incorrecta. Sovint, les respostes a preguntes d'aquest tipus es poden codificar mitjançant programes informàtics de captura de dades o bé manualment, però alguns els han de codificar els experts. Les respostes tancades més freqüents consisteixen en números sols. En els ítems d'elecció múltiple s'ha d'escollir entre una o més respostes d'un conjunt d'opcions. Generalment, les respostes a aquestes preguntes es poden processar automàticament. Cada un d'aquest format d'ítems s'utilitzarà en la mateixa proporció a l'hora de dissenyar els instruments de l'estudi.

76. En els instruments per ordinador hi haurà diferents tipus d'ítems. El suport informàtic es presta a una gamma més àmplia de tipus de respostes que el suport en paper, i facilita, a més, l'avaluació d'alguns aspectes de la *competència matemàtica*, com ara operar i rotar representacions de formes tridimensionals, que en paper no es poden avaluar tan fàcilment. En definitiva, es podrà processar una varietat més àmplia de respostes de manera automàtica.

77. L'estudi PISA de matemàtiques es compon d'unitats d'avaluació que inclouen materials d'estímul verbal i sovint altres informacions, com ara taules, gràfics o diagrames, com també un o més ítems que van associats a material de partida més comú. Aquest format permet als estudiants involucrar-se en un context o problema responent a sèries d'ítems relacionats. Tanmateix, el model de mesura utilitzat per analitzar les dades de PISA parteix de la independència entre els ítems, de manera que, quan s'utilitzen unitats que contenen més d'un ítem, l'objectiu és assegurar la màxima independència possible entre ítems. PISA usa aquesta estructura en unitats per facilitar

l'ús de contextos tan realistes com sigui possible i que reflecteixin la complexitat de situacions reals, aprofitant al màxim el temps de l'examen. Malgrat això, és important garantir que hi haurà una varietat de contextos adequada per minimitzar la predisposició a escollir certs contextos i per maximitzar la independència dels ítems. Així doncs, es busca un equilibri entre els requisits oposats.

78. Els ítems seleccionats per incloure a l'estudi PISA presenten una gran gamma de dificultats, per tal de connectar amb l'ampli marge de capacitats dels estudiants que participen a l'avaluació. A més, les categories principals per a l'avaluació (contingut, processos i context) estan representades, en el major grau possible, amb ítems de graus de dificultat molt variats. Aquests graus de dificultat s'estableixen com una de les propietats de l'avaluació, en un pilotatge previ a l'elecció d'ítems per a l'estudi PISA. Els ítems seleccionats per a l'estudi PISA es basen en la manera com encaixen amb les categories del marc conceptual i amb les característiques de l'avaluació.

79. A més, el nivell de lectura necessari per resoldre un ítem es valora molt detingudament a l'hora de desenvolupar-lo i seleccionar-lo. L'objectiu és que el redactat sigui al màxim de simple i directe possible. També s'intenten evitar contextos d'ítems que puguin crear favoritismes culturals. Aquest aspecte és molt important en els ítems de PISA 2012, ja que la inclusió de la part opcional d'avaluació per ordinador podria presentar dificultats a l'alumnat que no ha tingut accés als ordinadors a les classes de matemàtiques.

Suports i eines

80. La política de PISA autoritza l'alumnat a fer servir calculadores en l'avaluació en format paper, ja que normalment també les utilitzen a l'escola. Així, es pot avaluar amb autenticitat el nivell que poden assolir els estudiants i es pot comparar el rendiment dels sistemes educatius de la manera més informativa possible. La decisió d'autoritzar els estudiants a tenir accés i a utilitzar les calculadores no és diferent, en principi, de les decisions preses per altres polítiques institucionals que no controla PISA. El 2012, i per primera vegada en una avaluació PISA de matemàtiques, alguns ítems de la versió que es distribuirà en format paper estaran dissenyats de tal manera que la calculadora pugui fer els càlculs necessaris de manera més ràpida i més fàcil, cosa que voldrà dir que, en el cas d'alguns ítems, tenir una calculadora a mà pot resultar un avantatge. Tanmateix, no faran falta funcions que depassin l'aritmètica o les funcions d'una calculadora bàsica.

81. A l'avaluació opcional per ordinador de PISA 2012, l'alumnat tindrà accés a una calculadora en línia i/o, en el cas d'ítems on faci falta, a programes informàtics amb funcions equivalents. A més, també podrà disposar d'una calculadora de mà, tal i com ho autoritzen a l'alumnat de 15 anys els sistemes educatius respectius. No es descarta facilitar altres suports durant la distribució dels tests, com ara estris de mesura virtual, algunes funcions bàsiques dels fulls de càlcul i diverses eines de presentació i visualització gràfica.

Puntuació dels ítems

82. Tot i que la majoria d'ítems es puntuen de manera dicotòmica, és a dir, que les respostes són o bé correctes o bé incorrectes, els ítems amb respostes obertes poden tenir una puntuació parcial, de manera que les respostes es poden classificar segons els

diferents graus d'incert. Per a aquest tipus d'ítems, es facilitarà als correctors encarregats d'aquesta tasca dels països participants una guia detallada de codificació que especificarà si les respostes són correctes en la seva integritat, parcialment correctes o totalment incorrectes. Així s'assegura, doncs, que la correcció es dugui a terme de manera uniforme i eficaç.

3.2. Informació de la competència matemàtica

83. Els resultats de l'estudi PISA en matemàtiques es donen a conèixer de diferents maneres. S'obtenen estimacions de la competència matemàtica total dels estudiants avaluats a cada país participant i es defineix un nombre de nivells de competència. També es descriu la competència matemàtica típica dels estudiants de cada nivell. A més, s'identifiquen aspectes de la competència matemàtica global que podrien incidir en les polítiques educatives dels països participants, s'obtenen estimacions separades per a aquests aspectes i es fan descripcions per als diferents nivells definits en aquestes escales. Aquests punts utilitzats per proporcionar aquesta informació es poden caracteritzar de diferents maneres. En el cas de PISA 2003, es van distingir quatre escales basades en quatre categories de contingut molt àmplies. A la figura 2, es presenten descripcions dels sis nivells de competència definits a l'informe PISA de matemàtiques dels anys 2003, 2006 i 2009. Aquestes descripcions serviran de base per al barem de matemàtiques de PISA 2012, que comptarà amb modificacions degudes a l'ús de dades empíriques generades per a l'estudi de 2012.

Figura 2 — Descripció dels nivells de l'escala de competència matemàtica

Nivell 6. L'alumnat d'aquest nivell pot conceptualitzar, generalitzar i utilitzar la informació basada en les seves pròpies investigacions i fer modelitzacions de situacions problemàtiques complexes. Pot associar informacions de fonts i de representacions diverses i relacionar-les les unes amb les altres. Pot fer raonaments matemàtics avançats. Pot aplicar-los conjuntament amb operacions matemàtiques formals i simbòliques de nivell avançat per desenvolupar noves estratègies per enfrontar-se a situacions noves. Pot formular i comunicar amb precisió les seves accions i reflexions sobre les seves descobertes, interpretacions, argumentacions, i pot justificar que s'adeqüen a les situacions originals.

Nivell 5. L'alumnat pot desenvolupar i treballar amb models adequats a situacions complexes, tot identificant limitacions i especificant suposicions. Pot seleccionar, comparar i avaluar estratègies de resolució de problemes i aplicar-les a problemes complexos relacionats amb aquests models. Pot treballar de manera estratègica utilitzant habilitats de raonament i pensament àmplies i complexes, representacions associades adequadament, caracteritzacions simbòliques i formals i pot aprofundir en aquestes situacions. Pot reflexionar sobre allò què fa i formular i comunicar les seves interpretacions i raonaments.

Nivell 4. L'alumnat pot treballar de manera efectiva amb models explícits adequats a situacions concretes complexes que puguin implicar limitacions o requereixin fer suposicions. Pot seleccionar i integrar diferents representacions, fins i tot simbòliques

associant-les directament a aspectes de situacions reals. Pot utilitzar habilitats ben desenvolupades i raonar de manera flexible, amb un cert nivell d'aprofundiment en aquests contextos. Pot construir i comunicar explicacions i arguments basats en les seves interpretacions, arguments i accions.

Nivell 3. L'alumnat pot executar procediments descrits de manera clara, incloent-hi aquells que requereixen decisions seqüencials. Pot seleccionar i aplicar estratègies de resolució de problemes senzilles. Pot interpretar i utilitzar representacions basades en diferents fonts d'informació i fer raonaments de manera directa. És capaç de desenvolupar comunicacions curtes que informen sobre les seves interpretacions, resultats i raonaments.

Nivell 2. L'alumnat pot interpretar i reconèixer situacions en contextos que només requereixen la inferència directa. Pot aconseguir informació d'una sola font i utilitzar un sol tipus de representació. Pot utilitzar algorismes, fórmules, procediments o convencions de nivell bàsic. Pot dur a terme raonaments directes i interpretacions literals de resultats.

Nivell 1. L'alumnat pot respondre preguntes que fan referència a contextos familiars, la informació rellevant dels quals està presentada de manera explícita i les preguntes definides de manera clara. Pot identificar informació i dur a terme processos rutinaris seguint instruccions directes en situacions explícites. Pot dur a terme accions òbvies i respondre de manera immediata als estímuls rebuts.

84. A part de l'escala de nivells de competència matemàtica general, es preveu que es desenvoluparan tres escales de competència, basades en els tres processos matemàtics descrits anteriorment: *formular situacions matemàticament, utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics i la interpretació, ús i avaluació de resultats matemàtics.*

85. Les capacitats matemàtiques fonamentals tenen un paper clau a l'hora de definir les diferències entre nivells en els barems de competència matemàtica general i en cada un dels processos descrits —defineixen una competència creixent per al conjunt d'aspectes de la *competència matemàtica*. Per exemple, en la descripció del barem de competència per al nivell 4 (**vegeu la figura 2**), la segona frase subratlla aspectes de la matematització i la representació que són bàsics en aquest nivell. L'última frase destaca les capacitats de comunicar, raonar i argumentar, típiques per a aquest quart nivell, que contrasten amb les respostes curtes i mancades d'argumentació del nivell 3 i amb la reflexió addicional que suposa el nivell 5. L'annex 1 d'aquest marc conceptual descriu les capacitats matemàtiques fonamentals que pot posar a la pràctica l'alumnat i també la relació de cadascuna amb l'evolució en els nivells de competència matemàtica. En una secció anterior d'aquest marc conceptual, cada un dels processos matemàtics es descriu segons les capacitats matemàtiques fonamentals que podrien activar els individus que realitzen aquests processos.

86. En continuïtat amb la presentació de resultats de l'estudi de 2003, en què les matemàtiques van ser l'àrea principal d'avaluació i tenint en compte la utilitat per a les

decisions polítiques, les escales es descriuran basant-se en quatre categories de contingut: *quantitat, espai i forma, canvi i relacions i incertesa*. Aquestes escales seguiran sent interessants per als països que participen a l'estudi perquè mostren característiques típiques en els aspectes de competència matemàtica que es deriven de les àrees centrals dels currículums.

3.3. L'actitud envers les matemàtiques

87. L'actitud, les conviccions i les emocions de l'alumnat juguen un paper important en l'interès i la resposta envers les matemàtiques en general i l'ús que se'n fa a la vida diària. Els estudiants que se senten més segurs amb les matemàtiques, per exemple, tenen més probabilitats de fer-les servir en la diversitat de contextos amb què es troben. Els estudiants que demostren emocions positives envers les matemàtiques estan més predisposats a aprendre-les millor que no pas aquells que se senten angoixats amb aquesta assignatura. Per tant, un objectiu de l'educació matemàtica és desenvolupar actituds, conviccions i emocions en els estudiants que els predisposin a utilitzar les matemàtiques que dominen amb èxit i a aprendre'n més, cosa que contribueix a un benefici personal i social.

88. La importància que l'avaluació de matemàtiques PISA 2012 dóna a aquestes variables es basa en l'afirmació que el desenvolupament d'actituds, emocions i conviccions positives envers les matemàtiques és, en si mateix, un resultat valuós en l'educació, que predisposa l'alumnat a utilitzar les matemàtiques a la vida. A més, tals variables també poden contribuir a explicar les diferències en els progressos obtinguts en la *competència matemàtica*. Per això, l'estudi PISA inclou ítems relacionats amb aquestes variables i mesura un conjunt de variables de fons que permeten informar i analitzar la competència matemàtica en significatius subgrups d'alumnes, segons el gènere, la llengua o la condició d'immigrant, per exemple.

89. Per obtenir aquesta informació de fons, l'OCDE i PISA demanen als estudiants i a les direccions de les escoles que responguin qüestionaris personals, que tenen una durada de 20 a 30 minuts. Aquests qüestionaris són bàsics per analitzar i informar dels resultats en funció de les característiques dels estudiants i de l'escola.

90. Es poden distingir dos grans tipus d'actituds envers les matemàtiques que predisposen l'alumnat a participar de manera productiva en l'assignatura i que són d'interès potencial com a complement de l'avaluació de les matemàtiques a PISA 2012. Es tracta de l'interès de l'alumnat per les matemàtiques i de la voluntat de practicar-les.

91. L'interès per les matemàtiques té components relacionats amb activitats presents i futures. L'interès que demostra l'alumnat per les matemàtiques a l'escola és un aspecte determinant, com també ho és si les consideren útils per a la vida real, si tenen intenció de fer estudis de matemàtiques o si volen orientar-se cap a trajectòries professionals relacionades amb les matemàtiques. Pel que fa a aquesta àrea, hi detectem una preocupació internacional, ja que en molts dels països participants hi ha un descens del percentatge d'estudiants que trien carreres relacionades amb les matemàtiques, malgrat que cada vegada es necessitin més titulats en aquestes àrees.

92. La voluntat de l'alumnat per aprendre matemàtiques està relacionada amb les actituds, les emocions i l'autoconfiança, ja que els predisposen o els impedeixen de

beneficiar-se de la *competència matemàtica* que han adquirit. L'alumnat a qui li agraden les matemàtiques i s'hi sent segur té més probabilitats de fer-les servir a l'hora de reflexionar sobre situacions que es troba en diversos àmbits de la vida, tant a dins com a fora de l'escola. L'informe PISA destaca diverses emocions especialment importants en aquest sentit, com ara el plaer, la confiança i l'absència d'angoixa que han de provocar les matemàtiques, com també la percepció que es té d'un mateix i la confiança en la pròpia eficàcia.

93. Els resultats de l'estudi PISA 2012 proporcionen informació important per als responsables de la política educativa dels països participants, tant pel que fa al rendiment com a l'actitud. Se n'obté una visió més completa si es té en compte la informació sobre l'avaluació que fa PISA de la *competència matemàtica* i també l'estudi sobre les actituds, les emocions i les conviccions que predisposen l'alumnat a utilitzar la *competència matemàtica*.

3.4. L'avaluació opcional per ordinador

94. Hi ha dos motius fonamentals per incloure una avaluació per ordinador a PISA 2012. En primer lloc, els ordinadors són d'un ús tan estès a la feina i a la vida diària que un nivell de competència en *competència matemàtica* passa, al segle XXI, per la utilització dels ordinadors. La informàtica ens afecta cada vegada que emprenem iniciatives de caire personal, social, professional o científic. La definició de *competència matemàtica* a PISA 2012 reconeix el paper important de la tecnologia de la informació, ja que parteix del fet que l'alumnat amb coneixements matemàtics ha de ser capaç d'utilitzar eines per descriure, explicar i predir els fenòmens. En aquesta definició, la paraula "eina" fa referència a calculadores i ordinadors, i a altres objectes físics com ara regles i cartabons utilitzats per mesurar i construir. A més, l'ordinador permet als dissenyadors dels ítems dels tests dissenyar nous formats d'ítems (per exemple, per arrossegar i enganxar), confrontar l'alumnat amb dades autèntiques (per exemple, un grup de dades interactiu i ampli) o utilitzar colors i gràfics per fer l'avaluació més atractiva.

95. En aquest sentit, l'avaluació opcional per ordinador de les matemàtiques és un dels aspectes més innovadors de l'avaluació de PISA 2012. Hi haurà unitats especialment dissenyades per a PISA que es presentaran per ordinador. L'alumnat hi respondrà també per ordinador, però també podrà fer servir paper i llapis com una ajuda per pensar les respostes.

96. Gràcies als avenços que proporciona la tecnologia informàtica, els ítems d'avaluació seran més atractius, més acolorits i fàcils d'entendre. Per exemple, es presentarà als estudiants un estímul que es mou, representacions d'objectes tridimensionals que es poden rotar o un accés més flexible a informació important. A través de nous formats d'ítems, com ara aquells on s'ha d'arrossegar i enganxar la informació o s'han d'utilitzar zones actives en una imatge, s'atreu l'atenció de l'alumnat, s'ofereix un marge de tipus de respostes més ampli i s'aconsegueix una visió més completa de la *competència matemàtica*. Un repte clau consisteix a assegurar que aquests ítems avaluen la *competència matemàtica* i que hi ha una mínima interferència d'aspectes irrellevants d'altres dominis.

97. Alguns estudis mostren que les necessitats laborals associades a les matemàtiques cada vegada estan més relacionades amb la tecnologia electrònica, de manera que la

competència matemàtica i l'ús de la informàtica són inseparables. Per a qualsevol treballador de qualsevol nivell, hi ha una interdependència entre la *competència matemàtica* i l'ús de la tecnologia informàtica. L'avaluació per ordinador de l'estudi PISA permet explorar fins a quin punt els individus són capaços d'enfrontar-se a aquesta interdependència. Un repte clau consisteix a saber distingir les dificultats de caire matemàtic d'un ítem PISA per ordinador de les dificultats que no tenen res a veure amb la competència matemàtica, com ara les que es deriven de la tecnologia de la informació i de la comunicació (TIC) o de la nova presentació de formats. A la part opcional per ordinador de l'estudi PISA 2012 és important comprovar que la dificultat associada a l'ús d'una eina en un ítem concret és significativament més baixa que la dificultat associada a les matemàtiques.

98. Està comprovat que el rendiment de l'alumnat varia en el context d'un examen per ordinador. Segons Richardson *et al.* (2002), l'alumnat va trobar els exercicis en els quals s'havien de resoldre problemes a través de l'ordinador més participatius i motivadors, encara que no estigués familiaritzat amb aquest tipus de problemes i que els exercicis resultessin especialment difícils. Sovint, es distreia per culpa de gràfics cridaners o utilitzava deduccions molt simples per intentar resoldre un problema. En un dels estudis comparatius més exhaustius entre exàmens per ordinador i exàmens en paper, l'ETS (2008) va posar de relleu que la puntuació mitjana de l'alumnat de vuitè curs era quatre punts superior en un examen per ordinador que en un examen equivalent en format paper. Bennett (2008) va arribar a la conclusió que el grau de familiaritat de l'alumnat amb l'ordinador afecta el rendiment en exàmens de matemàtiques per ordinador, mentre que altres han constatat que el nombre de funcions disponibles en els exàmens per ordinador pot afectar el rendiment. Per exemple, Mason (2001) afirma que, quan en un examen per ordinador no hi ha opció de repassar i comprovar els resultats, això afecta negativament el rendiment dels estudiants en la versió per ordinador. Bennett (2003) destaca que la mida de la pantalla té influència en la puntuació en els tests de raonament verbal, segurament pel fet que en les pantalles d'ordinador més petites és necessari moure el cursor. És evident que el coneixement sobre l'impacte de la introducció d'ordinadors als tests de matemàtiques a gran escala evoluciona ràpidament. L'estudi PISA 2012 permet ampliar aquest coneixement i informar del desenvolupament d'altres tests per ordinador de cara al 2015 i més endavant.

99. Per tal de controlar les característiques del test per ordinador, cada ítem constarà d'una descripció d'aquests tres aspectes:

Competències matemàtiques que s'examinaran. Inclouen coneixements i habilitats matemàtiques que es poden aplicar a qualsevol context, no només en entorns automatitzats, i s'examinaran a cada ítem d'avaluació per ordinador.

Competències que cobreixen aspectes matemàtics i tecnologies de la informació i la comunicació (TIC). S'ha de saber fer ús de les matemàtiques amb ajuda de l'ordinador o d'un instrument portàtil, cosa que inclou, per exemple, saber dibuixar un gràfic o calcular una mitjana d'un conjunt de dades ampli. Aquestes competències s'examinaran en alguns —no en tots— dels ítems d'avaluació per ordinador. El test per ordinador pot incloure avaluacions de les competències següents:

- Fer un gràfic partint d'un conjunt de dades o d'una taula de valors (per exemple, un gràfic de sectors, un gràfic de barres, un gràfic de línies) utilitzant eines informàtiques simples.
- Produir gràfics de funcions i utilitzar els gràfics per respondre preguntes sobre les funcions.
- Classificar informació i planificar estratègies de classificació eficients.
- Utilitzar calculadores de mà o en pantalla.
- Utilitzar instruments virtuals com ara un regle o un cartabó en pantalla.
- Transformar imatges utilitzant una caixa de diàleg o el ratolí per rotar o traslladar una imatge.

Habilitats relacionades amb les tecnologies de la informació i la comunicació (TIC). De la mateixa manera que les avaluacions en paper i llapis es basen en un conjunt d'habilitats bàsiques per treballar amb materials impresos, les avaluacions per ordinador parteixen d'unes habilitats fonamentals per fer servir els ordinadors. Inclouen el coneixement de maquinari bàsic (per exemple, teclat i ratolí) i de convencions essencials (les fletxes per avançar, per exemple, o tecles específiques que cal prémer per executar ordres). La intenció és mantenir aquestes habilitats a un nivell mínim en les avaluacions per ordinador.

4. RESUM

100. L'objectiu de PISA pel que fa a la *competència matemàtica* és crear indicadors que mostrin amb quina efectivitat els països participants preparen l'alumnat per utilitzar les matemàtiques en aspectes personals, cívics i professionals de la vida en el procés d'esdevenir ciutadans constructius, compromesos i reflexius. Amb aquest objectiu, PISA ha elaborat una definició de *competència matemàtica* i un marc conceptual d'avaluació que reflecteix els elements més importants d'aquesta definició. Els ítems d'avaluació de matemàtiques desenvolupats i seleccionats perquè s'incloguin a PISA 2012 es basen en aquesta definició i en aquest marc conceptual i volen evidenciar un equilibri de continguts, processos matemàtics i contextos rellevants. D'aquesta manera, es pot determinar si l'alumnat és capaç d'utilitzar els coneixements que ha adquirit. L'alumnat ha de posar en pràctica els continguts que ha après per resoldre processos i ha d'aplicar les capacitats que té per resoldre problemes sorgits d'experiències quotidianes. L'avaluació inclou problemes amb formats d'ítems molt variats i amb graus de dificultat diferents, però es posa èmfasi en els problemes reals que l'alumnat ha de pensar i resoldre pel seu compte.

ANNEX 1. LES CAPACITATS MATEMÀTIQUES FONAMENTALS I LA SEVA RELACIÓ AMB LA DIFICULTAT DELS ÍTEMS

1. **Comunicació:** La *competència matemàtica* implica la *comunicació*. L'estudiant s'adona que hi ha un repte que ha de resoldre i se l'anima a reconèixer i entendre la situació del problema. Llegir, descodificar i interpretar certes afirmacions, preguntes, tasques o objectes li permet formar-se un model mental de la situació, fet important a l'hora d'entendre, aclarir i formular un problema. En el procés de resolució, que inclou una anàlisi mitjançant l'ús de les matemàtiques, és possible que s'hagin d'interpretar certes informacions o comunicar els resultats resumits o presentats. Més endavant, un cop ja s'ha trobat la solució, pot ser que la persona que resol el problema necessiti exposar la solució, una explicació o una justificació als altres.

2. Hi ha diversos factors que determinen fins a quin punt la tasca requereix un esforç de comunicació. L'habilitat per superar aquestes dificultats indica fins a quin grau l'alumnat ha desenvolupat l'habilitat de saber comunicar. Quant als aspectes receptius de la comunicació, aquests factors inclouen la llargada i la complexitat del text, la presència d'altres objectes que s'han de llegir i interpretar, el coneixement de les idees o la informació a les quals el text o l'objecte fa referència, la necessitat d'extreure informació d'altres fonts i l'ordre de la informació. També es valora si la informació està ordenada segons els processos necessaris per interpretar-la i utilitzar-la, i fins a quin punt hi ha diferents elements (com ara textos, elements gràfics, gràfics, taules, diagrames) que s'han d'interpretar relacionant-los entre si. Pel que fa als aspectes expressius de la comunicació, el nivell més baix de complexitat s'observa en tasques on simplement s'ha de proporcionar una resposta numèrica. Si es demana a l'alumnat que faci l'esforç de formular una solució més extensa, com podria ser redactar una explicació o una justificació escrita del resultat, la dificultat de comunicació augmenta.

3. **Matematització:** La *competència matemàtica* pot requerir transformar un problema situat en el món real en una forma estrictament matemàtica, cosa que pot passar per estructurar, conceptualitzar, fer hipòtesis o formular un model. També pot consistir a interpretar una solució matemàtica o un model matemàtic en relació amb el problema original. El terme *matematització* s'utilitza per descriure les activitats matemàtiques fonamentals.

4. En algunes tasques, la matematització no és necessària, ja que el problema ja està formulat en una manera suficientment matemàtica o la relació entre el model i la situació que representa no cal per solucionar el problema. La necessitat de matematització és menys complexa quan la persona que resol el problema necessita interpretar directament i fer deduccions d'un model donat, o traduir una situació matemàticament (per exemple, estructurar i conceptualitzar la situació de manera rellevant, identificar i seleccionar variables importants, recollir mesures, fer diagrames). La dificultat de matematització augmenta quan a l'ítem s'ha de modificar o utilitzar un model donat per representar condicions modificades o interpretar relacions deduïdes, s'ha de triar un model conegut partint de limitacions precises i clares o s'ha de crear un model en el qual les variables, relacions i limitacions necessàries són explícites i clares. En un nivell més elevat, el grau de dificultat de la matematització va associat amb la necessitat de crear o interpretar un model en una situació en la qual s'han d'identificar diverses hipòtesis, variables, relacions i limitacions; on s'ha de comprovar que el model s'ajusta a la pregunta de la tasca demanada o bé on s'han d'avaluar i comparar models.

5. **Representació:** La *competència matemàtica* sovint inclou representacions matemàtiques, cosa que implica seleccionar, dissenyar, interpretar, traduir i utilitzar una varietat de representacions per descriure una situació, enfrontar-se a un problema o presentar la pròpia feina. Aquestes representacions inclouen equacions, fórmules, gràfics, taules, diagrames, imatges, descripcions textuais i materials concrets.

6. Aquesta competència matemàtica s'exigeix al nivell més bàsic per tal de tractar una representació coneguda, per exemple anar directament d'un text als nombres, o llegir un valor directament d'un gràfic o d'una taula. En les tasques de representació més complexes a nivell cognitiu s'ha de seleccionar i interpretar una norma o una representació coneguda en relació amb una situació. En un grau de dificultat més elevat, s'han de traduir o utilitzar dues representacions diferents o més en relació amb una situació, en la qual es pot haver de modificar la representació. Un nivell d'exigència elevat es caracteritza per la necessitat d'entendre i utilitzar una representació fora de l'estàndard que requereix un procés de descodificació i d'interpretació substancial, com també per la necessitat de dissenyar una representació que reculli els aspectes clau d'una situació complexa i també de comparar o avaluar diferents representacions.

7. **Raonar i argumentar:** Raonar i argumentar és una capacitat matemàtica recurrent en els diferents estadis i activitats associades amb la *competència matemàtica*. Aquesta habilitat inclou processos de raonament lògic que aborden i relacionen els elements d'un problema per tal d'extreure'n deduccions, comprovar la justificació donada o oferir una justificació de les afirmacions.

8. En les tasques d'una dificultat més aviat baixa que serveixen per activar aquesta competència, el raonament que s'ha de fer consisteix, simplement, a seguir les instruccions donades. En un nivell lleugerament superior, els ítems exigeixen una certa reflexió per connectar diferents elements de la informació i extreure'n, així, deduccions. S'han de relacionar, per exemple, elements separats presents en el problema o s'ha de raonar directament a partir d'un aspecte del problema. En un nivell més elevat, s'ha d'analitzar la informació per tal d'entendre o crear un argument en diversos passos, connectar diverses variables o fer raonaments des de fonts d'informació relacionades. Finalment, en un nivell encara més alt, es pot demanar a l'alumnat que sintetitzi i avaluï la informació, que utilitzi o creï cadenes d'arguments per justificar certes deduccions que ha fet, que extregui generalitzacions combinant i basant-se en elements múltiples d'informació de manera argumentada i directa.

9. **Dissenyar estratègies:** La *competència matemàtica* sovint consisteix a dissenyar estratègies per tal de solucionar problemes matemàticament. Això inclou un conjunt de processos de control crítics que guien l'individu per reconèixer, formular i solucionar els problemes de manera efectiva. Aquesta habilitat consisteix a seleccionar o dissenyar un pla o estratègia per tal d'utilitzar les matemàtiques a l'hora de resoldre problemes sorgits d'una tasca o d'un context, com també a saber guiar-ne l'execució. Aquesta competència matemàtica es pot exigir en qualsevol dels estadis que componen el procés de resolució d'un problema.

10. En les tasques en què es requereix un nivell més aviat baix en aquesta competència, l'alumnat ha d'emprendre accions directes i l'estratègia a seguir es defineix de manera explícita o es considera evident. En un nivell lleugerament superior, l'alumnat pot haver

de decidir quina estratègia és la més adequada per arribar a una conclusió a partir de la informació proporcionada. La dificultat augmenta quan l'alumnat ha de dissenyar i construir una estratègia per transformar la informació proporcionada i obtenir una conclusió. En els ítems amb un grau encara més elevat de dificultat s'ha de construir una estratègia elaborada per arribar a una solució exhaustiva o a una conclusió general o bé s'han d'avaluar i comparar les diferents estratègies possibles.

11. Utilitzar un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques: La *competència matemàtica* passa per utilitzar un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques. Per fer-ho, s'han d'entendre, manipular i utilitzar expressions simbòliques en un context matemàtic que inclou expressions i operacions aritmètiques i que es regeix per certes convencions i regles matemàtiques. També passa per entendre i utilitzar construccions formals basades en definicions, regles i sistemes formals i utilitzar algorismes en relació amb aquestes entitats. Els símbols, les regles i els sistemes utilitzats variaran en funció del coneixement de continguts matemàtics necessari per tal de formular, solucionar o interpretar les matemàtiques.

12. La dificultat per activar aquesta competència varia enormement segons les tasques. En les tasques més simples, no s'han d'activar regles matemàtiques ni expressions simbòliques més enllà de càlculs aritmètics fonamentals i operacions amb nombres petits i fàcils de manejar. Als exercicis més complicats, es pot haver de treballar directament amb relacions funcionals simples, ja siguin implícites o explícites (per exemple, relacions linears conegudes); utilitzar símbols matemàtics formals (per exemple, per substitució directa o per càlcul aritmètic que inclogui fraccions i decimals); activar o utilitzar directament una definició matemàtica formal, una convenció o un concepte simbòlic. En un nivell més alt, l'alumnat ha d'utilitzar i operar explícitament amb símbols, per exemple replantejant una fórmula mitjançant l'àlgebra. També pot haver d'activar i utilitzar regles, definicions, convencions, procediments o fórmules matemàtiques utilitzant una combinació de múltiples relacions o conceptes simbòlics. Finalment, en un nivell encara més superior, l'alumnat ha de posar a la pràctica procediments matemàtics formals en diversos passos, ha de treballar de manera flexible amb relacions algebraiques funcionals o implícites i ha d'utilitzar tant la tècnica com el coneixement matemàtic per produir resultats.

13. Ús d'eines matemàtiques: L'última competència matemàtica en què es basa la *competència matemàtica* a la pràctica és l'ús d'eines matemàtiques. Anteriorment, l'ús d'eines als estudis PISA en format paper estava més aviat limitat. El component opcional per ordinador de l'estudi PISA 2012 oferirà als estudiants més oportunitats d'utilitzar certes eines matemàtiques i permetrà també incloure observacions en la part de valoració sobre l'ús d'aquestes eines. Les eines matemàtiques inclouen instruments físics com ara objectes de mesura, calculadores i eines automatitzades que cada vegada són més a l'abast. Aquesta competència passa per saber utilitzar diverses ajudes i eines que poden assistir els càlculs matemàtics i conèixer les limitacions d'aquests instruments. A més, les eines matemàtiques també poden tenir un paper important a l'hora de comunicar resultats.

14. Les tasques i activitats en les quals només es requereix un nivell bàsic en aquesta competència poden consistir a utilitzar eines familiars per a l'alumnat, com ara un instrument de mesura, en situacions on l'ús d'aquestes eines s'ha practicat repetidament. En nivells superiors, s'han d'utilitzar aquestes eines en seqüències de processos, és a dir,

s'han de relacionar informacions diferents utilitzant aquesta eina i en situacions on no es fa servir tant. La dificultat augmenta quan l'eina fa falta per processar i relacionar diverses informacions, quan la seva aplicació és necessària en una situació poc corrent, quan l'instrument en si és complex i té múltiples funcions i quan cal reflexionar per entendre i avaluar els avantatges i limitacions de l'instrument.

ANNEX 2. EXEMPLES D' ÍTEMS DE PISA

La pizza

Figura 1— Un exemple d'ítem: *La pizza*

La pizza

Una pizzeria ofereix dues pizzes rodones del mateix gruix, però de diferents mides. La petita té un diàmetre de 30 cm i costa 30 zeds. La gran té un diàmetre de 40 cm i costa 40 zeds.

Quina pizza és la millor opció en relació amb el que costa? Escribeu el teu raonament.

L'ítem titulat *La pizza*, que es mostra a la **figura 1**, és simple en la forma però ric en contingut, i es pot utilitzar per il·lustrar diversos elements d'aquest marc conceptual. Es va utilitzar inicialment en la primera prova pilot l'any 1999, però es va descartar per utilitzar-lo com a exemple, per això ha aparegut com a ítem de mostra en totes les versions del marc conceptual de PISA publicades des de 2003. Aquest és un dels ítems més difícils utilitzats en el conjunt d'ítems de prova, ja que compta tan sols amb un 11% d'encerts.

Aquest ítem està situat en un context *personal* que resultarà familiar a molts alumnes de 15 anys. Es considera una categoria personal perquè la pregunta que es planteja és quina pizza surt més a compte al consumidor. No presenta cap gran dificultat de comprensió lectora, de manera que els esforços del lector van dirigits enterament als aspectes matemàtics de la pregunta.

A l'ítem hi ha termes quotidians del món real que s'han d'interpretar matemàticament (*rodona, gruix, mides diferents*). A la variable *mida* se li atorga una dimensió matemàtica mitjançant els diàmetres de les dues pizzes. El cost s'indica en una moneda neutra, els *zeds*. La mida i el cost estan relacionats mitjançant el concepte de *rendibilitat*.

L'ítem es basa en diverses àrees de les matemàtiques. Conté elements de geometria que es classificarien normalment com a part de la categoria d'*espai i forma*. Les pizzes són circulars i s'ha de calcular, doncs, l'àrea del cercle. La pregunta també fa referència a la categoria de *quantitat*, ja que, de manera implícita, es demana comparar la quantitat de pizza respecte de la quantitat de diners. Tanmateix, la clau del problema rau a conceptualitzar les relacions entre les propietats de les pizzes i veure quines són les propietats rellevants que canvien de la pizza més petita a la més gran. Com que aquests aspectes són la clau del problema, aquest ítem es classifica en la categoria de contingut de *canvi i relacions*.

Quant als processos, l'ítem pertany a la categoria de *formular*. El repte més important i la clau per resoldre aquest problema es resumeixen en el concepte de *rendibilitat*. La persona que resol el problema se n'adona perquè les pizzes tenen un gruix uniforme i idèntic, per tant, l'anàlisi s'ha de centrar en l'àrea de la superfície circular i no en el volum o la massa. La relació entre la quantitat de pizza i la quantitat de diners s'expressa en el concepte de rendibilitat entès com a "cost per unitat d'àrea". Altres variacions, com ara l'àrea per unitat de cost, també són possibles. En el domini de les matemàtiques, la

rendibilitat també es pot calcular directament comparant-la en els dos cercles, i resulta ser inferior en el cas del cercle més gran. La interpretació que es fa a la vida real és que la pizza més gran surt més a compte.

Una forma de raonament alternativa que revela encara més clarament que l'ítem s'ha de classificar en la categoria de *canvi i relacions*, consisteix a considerar (explícitament o implícitament) que l'àrea del cercle augmenta en proporció al quadrat del diàmetre, de manera que augmenta en la proporció de $(4/3)^2$, mentre que el cost només augmenta en la proporció de $(4/3)$. Com que $(4/3)^2$ és superior a $(4/3)$, la pizza més gran surt més a compte.

Malgrat que la principal dificultat i la clau del problema rau en la formulació i que l'ítem es classifica en la categoria de processos consistent a formular situacions matemàticament, hi ha aspectes dels altres dos processos matemàtics que també es fan evidents en aquest ítem. Un cop formulat, el model matemàtic s'ha d'aplicar de manera efectiva, fent servir un raonament adequat, utilitzant els coneixements matemàtics adequats i càlculs d'àrea i percentatge. El resultat s'ha d'interpretar adequadament en relació amb la pregunta original.

El procés de solució de l'ítem exigeix l'activació de les capacitats matemàtiques fonamentals en diferents graus. A l'hora de llegir i interpretar el text relativament simple del problema, la capacitat de comunicació hi entra en joc de manera més aviat limitada, però esdevé més rellevant quan s'ha de presentar i explicar la solució. La necessitat de matematitzar la situació és bàsica en aquest problema, sobretot la necessitat de formular un model que expressi la rendibilitat. Per tal de trobar la solució, la persona que resol el problema ha de dissenyar una manera de representar els aspectes centrals del problema, incloent-hi la representació simbòlica de la fórmula per calcular l'àrea i l'expressió dels percentatges que representen la rendibilitat. Les dificultats de raonament (per exemple, decidir que cal ignorar el gruix de la pizza) no s'han de menystenir. En aquest sentit, una altra dificultat notable d'aquest ítem consisteix a dissenyar estratègies per controlar els processos de càlcul i de definició de models. L'ús d'un llenguatge i d'operacions simbòliques, formals i tècniques entra en joc amb els coneixements de conceptes, fets i processos que es necessiten per dur a terme la geometria circular i els càlculs de percentatges. La dificultat a l'hora d'utilitzar les eines matemàtiques és relativament baixa si l'alumnat utilitza la calculadora de manera efectiva.

A la **figura 2**, es presenta la resposta d'un estudiant a aquest ítem per tal d'il·lustrar més clarament les bases d'aquest marc conceptual. Una resposta com aquesta es consideraria completament correcta.

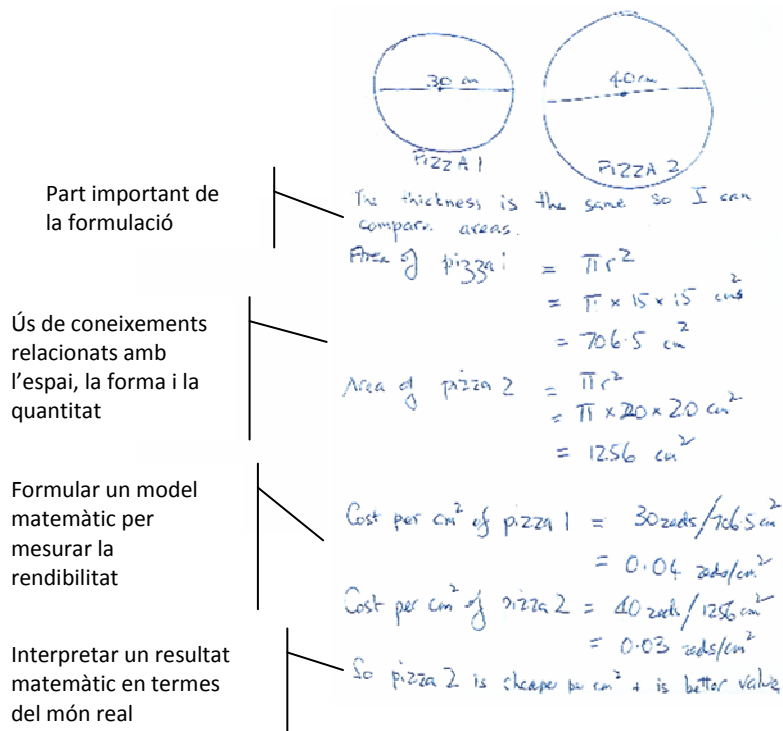


Figura 2— Resposta de mostra de l'ítem La pizza

Escombraries

Figura 1— Un exemple d'ítem: *Escombraries*

Per fer un treball sobre el medi ambient, uns estudiants han recollit informació sobre el temps de descomposició de diversos tipus d'escombraries que la gent llença:

Tipus d'escombraries	Temps de descomposició
Pela de plàtan	1–3 anys
Pela de taronja	1–3 anys
Capses de cartró	0,5 anys
Xiclets	20–25 anys
Diaris	Uns pocs dies
Gots de plàstic	Més de 100 anys

Un estudiant pensa com representar els resultats mitjançant un diagrama de barres.

Dóna **una** raó per la qual no és adequat representar aquestes dades mitjançant un diagrama de barres.

L'ítem que es mostra a la **figura 1** també serveix per il·lustrar aspectes del marc conceptual de matemàtiques. Aquest ítem amb una resposta construïda es va utilitzar a l'estudi PISA 2003 i va ser alliberat posteriorment. La mitjana d'encerts als països de l'OCDE és lleugerament superior al 51%, cosa que situa l'ítem en un nivell general de dificultat mitjà.

L'ítem se situa en un context científic, ja que tracta amb dades de caire científic, com ara el temps de descomposició. Quant a la categoria de contingut matemàtic, forma part de la *incertesa*, ja que fa referència a la *interpretació i presentació de dades*, tot i que la quantitat hi entra en joc de manera implícita a l'hora d'apreciar les dimensions relatives dels intervals de temps. Dins de la categoria de processos, és un ítem d'*interpretació, aplicació i avaluació de resultats matemàtics*, ja que centra l'atenció en l'avaluació de l'eficàcia dels resultats —en aquest cas, un gràfic de barres imaginari o esquemàtic— i representa dades d'elements contextuais situats en el món real. En l'ítem s'ha de raonar sobre les dades presentades, pensar matemàticament sobre la relació entre les dades i la manera de presentar-les i avaluar-ne el resultat. La persona que soluciona el problema ha de reconèixer que aquestes dades serien difícils de presentar adequadament en un gràfic de barres per les raons següents: d'una banda, per l'ampli marge de variació en el temps de descomposició d'algunes categories d'escombraries, que no es pot representar tan

fàcilment en un gràfic de barres estàndard; de l'altra, per la variació extrema en la variable del temps d'un tipus d'escombraries a un altre, de manera que si es crea un eix temporal per al període més llarg, no es veurien els períodes més curts. Respostes similars a les que es representen a la **figura 2** s'han considerat completament correctes.

Figura 2 — Respostes de mostra per a l'ítem *Escombraries*

Resposta 1: "Seria molt difícil de representar-ho en un gràfic de barres perquè hi ha períodes *d'un a tres anys*, de *0,5 anys*, etc., i per tant no es podria fer de manera exacta."

Resposta 2: "Hi ha una diferència molt àmplia entre la suma més alta i la més baixa, per tant, seria difícil ser precís amb les dades de *100 anys* i *uns pocs dies*."

El procés de solució de l'ítem requereix activar les capacitats matemàtiques fonamentals següents. La comunicació s'activa gràcies a la necessitat de llegir i interpretar la taula i també gràcies a la necessitat de respondre amb un breu raonament escrit. La dificultat de matematitzar la situació sorgeix, en un nivell inferior, de la necessitat d'identificar i extreure característiques matemàtiques claus d'un gràfic de barres tenint en compte els tipus d'escombraries. La persona que resol el problema ha d'interpretar una representació de dades tabular simple i imaginar-se una representació gràfica simple. Posar en relació aquestes dues representacions és la dificultat clau del problema. La complexitat de raonament del problema és més aviat baixa i consisteix a dissenyar estratègies. L'ús d'un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques entra en joc amb el coneixement de processos i fets necessari per imaginar construccions de gràfics de barres o fer un esquema ràpid i, sobretot, per entendre l'escala necessària per imaginar l'eix vertical. En principi, no fa falta utilitzar eines matemàtiques en aquest ítem.

El concert de rock

Figura 1— Un exemple d'ítem: *El concert de rock*

El concert de rock

En un concert de rock es va reservar per al públic un terreny rectangular amb unes dimensions de 100 m per 50 m. Es van vendre totes les entrades i el terreny es va omplir de fans, tots drets.

Quina de les xifres següents constitueix la millor estimació del nombre total d'assistents al concert?

- A. 2.000
- B. 5.000
- C. 20.000
- D. 50.000
- E. 100.000

A la **figura 1** trobem un altre exemple d'ítem, titulat *El concert de rock*. Aquest ítem, en el qual s'ha de triar la resposta correcta, es va utilitzar en una prova pilot anterior a l'estudi PISA 2003 i es va alliberar perquè servis d'exemple. Prop d'un 28% dels estudiants enquestats (20.000 alumnes) va respondre correctament aquest problema, cosa que el converteix en un dels ítems de dificultat moderada dels ítems utilitzats al pilotatge. Se situa en un context social, ja que té a veure amb l'organització d'un concert de rock, tot i que també apel·la a l'experiència personal que hagi pogut tenir l'alumnat en un esdeveniment multitudinari. Pertany a la categoria de contingut de *quantitat* perquè s'ha de fer un càlcul numèric, tot i que també té alguns elements que fan referència a la categoria d'*espai i forma*.

Aquest ítem es basa en tres categories de processos, però el repte principal consisteix a *formular situacions matemàticament*, treure conclusions lògiques de la informació contextual que es dona (les dimensions i la forma del terreny, el fet que el concert estigui ple i que els fans estiguin drets) i traduir-la en una fórmula matemàtica útil. També s'ha d'identificar la informació que falta, que és molt fàcil de calcular. La tasca concreta consisteix a dissenyar un model per calcular l'espai necessari per a un fan o un grup de fans. L'alumnat que resol el problema ha d'utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics per relacionar l'àrea del terreny i l'àrea ocupada per un fan o un nombre de fans, fent les comparacions quantitatives necessàries. A més, *interpretar, aplicar i avaluar els resultats matemàtics* és necessari per comprovar que la resposta sigui plausible o per avaluar les opcions de les respostes en relació amb els resultats matemàtics dels càlculs fets.

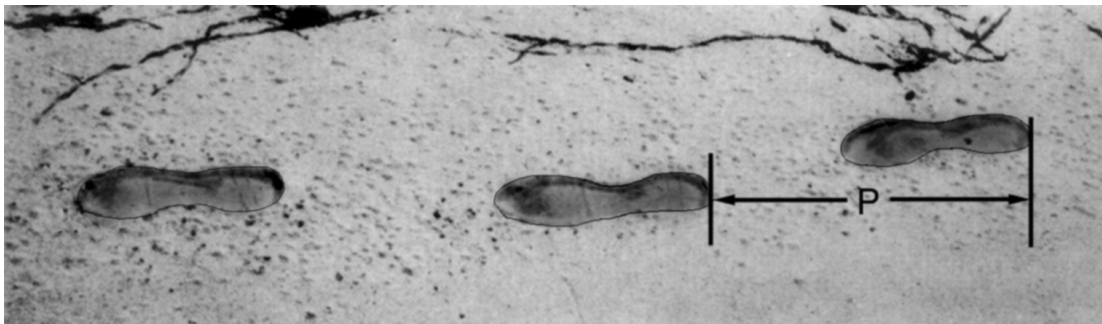
Un model alternatiu consisteix a imaginar els fans drets, distribuïts uniformement i en files iguals al llarg del terreny i calcular el nombre de fans multiplicant el nombre aproximat de files pel nombre de persones de cada fila. L'alumnat que resol el problema i que té una

traça especial per formular models matemàtics s'adonarà de l'eficàcia d'aquest model en files i columnes, malgrat el contrast i el comportament dels fans en un concert de rock.

Les capacitats matemàtiques fonamentals necessàries per resoldre aquesta pregunta s'activen de la manera següent. La *comunicació* és necessària en un nivell relativament baix, ja que va associada a la necessitat de llegir i entendre el text. També s'ha d'interpretar i comprendre la importància matemàtica de certes paraules com ara *rectangular* o *dimensions*, de la frase *el terreny es va omplir* i del concepte *estimació* a l'enunciat. Certs coneixements del món real hi poden contribuir. La tasca té un grau important de dificultat de matematització, ja que per solucionar el problema s'han de formular certes hipòtesis sobre l'espai que ocupa una persona dreta i crear un model bàsic com aquest: $(\text{nombre de fans}) \times (\text{espai de mitjana per fan}) = (\text{àrea del terreny})$. Per fer-ho, s'ha de representar la situació mentalment o mitjançant un diagrama i formular el model per relacionar l'espai per a cada fan amb l'àrea del terreny. Dissenyar una estratègia forma part del procés de solucionar aquest problema en diferents fases, com per exemple decidir com s'hauria d'enfocar el problema, imaginar quin tipus de model podria ser útil per obtenir l'espai que ocupa un fan en el concert i reconèixer que fa falta un procés de comprovació i validació. Una estratègia per solucionar-ho podria consistir a postular una àrea per persona, multiplicar-la pel nombre de persones indicat a cada una de les opcions i comparar el resultat amb les condicions que s'esmenten a la pregunta. Una altra alternativa seria començar amb l'àrea que s'indica i procedir a l'inrevés, és a dir, utilitzant les opcions de la resposta per calcular l'espai per persona corresponent i decidir quina es correspon més amb els criteris establerts a la pregunta. Quan l'alumnat implementa una d'aquestes estratègies, interpreta i utilitza les dimensions que s'indiquen i du a terme els càlculs necessaris per relacionar el camp de l'àrea amb l'àrea per individu, *utilitza un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques*. Quan pensa clarament sobre la relació entre el model dissenyat, la solució que se'n deriva i el context real per validar el model utilitzat i comprovar que la resposta triada és correcta, *raona i argumenta*. Per a aquest ítem no fa falta *utilitzar eines matemàtiques*.

Caminant

Figura 1— Un exemple d'ítem: *Caminant*



La fotografia mostra les petjades d'un home caminant. La longitud del pas P és la distància entre els extrems posteriors de dues petjades consecutives.

Per als homes, la fórmula $n/P = 140$ dona una relació aproximada entre n i P essent,
 n = nombre de passos per minut, i

P = longitud del pas en metres

Pregunta 1

Si s'aplica la fórmula a l'Enric i aquest fa 70 passos per minut, quina és la longitud del pas de l'Enric? Explica com ho calcules.

Pregunta 2

En Bernat sap que els seus passos són de 0,80 metres. Aplica la fórmula a les passes d'en Bernat.

Calcula la velocitat a què camina en Bernat en metres per minut i en quilòmetres per hora. Explica com ho calcules.

L'ítem de PISA titulat *Caminant*, que es pot observar a la **figura 1**, mostra una relació algebraica gens intuïtiva però molt consolidada entre dues variables i formula dues preguntes als estudiants, en les quals s'han de posar a la pràctica els coneixements i les habilitats d'àlgebra. A la segona pregunta, fan falta capacitats per pensar, raonar i argumentar de manera estratègica, cosa que planteja un repte per a molts estudiants de 15 anys. Aquests ítems es van utilitzar a l'estudi de PISA 2003, es van alliberar per a ús públic posteriorment i s'han utilitzat repetidament com a ítems de mostra en el marc conceptual de PISA 2009 i en altres publicacions. Ambdues preguntes demanen als estudiants que treballin amb la informació donada i que construeixin la pròpia resposta. A més, tots dos encaixen amb les mateixes categories conceptuais: *canvi i relacions* pel

que fa a la categoria de contingut, ja que fan referència a les relacions entre variables, en aquest cas expressades en una forma algebraica; la categoria de context *personal*, ja que se centren en qüestions relacionades directament amb l'experiència i el punt de vista de l'alumnat; i la categoria de processos consistent a *utilitzar fets, conceptes, procediments i raonaments matemàtics*, ja que el problema està expressat en termes que contenen una estructura matemàtica i la tasca que s'ha de fer es basa en la manipulació intramatemàtica de conceptes i objectes matemàtics.

La primera pregunta va obtenir a nivell internacional un percentatge d'encerts del 36% a l'estudi de 2003, cosa que la fa més difícil que el 70% del conjunt d'ítems de 2003. Això resulta sorprenent, ja que l'única operació matemàtica necessària consisteix a substituir el valor $n=70$ a la fórmula i dur a terme algunes operacions algebraiques directes per trobar el valor de P . Aquest ítem il·lustra allò que s'ha dit sovint sobre els ítems de l'estudi PISA: encara que els components matemàtics tinguin un paper crucial, quan les preguntes de l'examen se situen en un context real, l'alumnat de 15 anys s'esforça a aplicar els seus coneixements i habilitats matemàtiques de manera efectiva.

En aquesta pregunta, s'activen les capacitats matemàtiques fonamentals de la manera següent: la *comunicació* entra en joc perquè l'alumnat necessita llegir i entendre l'estímul i, més endavant, articular una solució i explicar la feina que ha fet. La tasca no s'ha de *matematitzar*, perquè ja es proporciona un model matemàtic que resulta familiar a la majoria de l'alumnat d'aquesta edat. La dificultat de *representació* és important, ja que l'estímul inclou un element gràfic, un text i una expressió algebraica que s'han de relacionar entre si. A l'ítem, el procés de *dissenyar una estratègia* no hi té un paper gaire destacat, ja que l'estratègia necessària ja s'expressa molt clarament a la pregunta. La necessitat de *raonar i argumentar* és mínima perquè, com s'ha dit, la tasca està molt ben definida i tots els elements necessaris són obvis. L'*ús d'un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques* entra en joc quan s'ha de substituir i manipular l'expressió per tal que P sigui el subjecte de l'equació.

La segona pregunta és més difícil que l'anterior. La mitjana internacional d'encerts és tan sols d'un 20%, cosa que la situa en el del 10% d'ítems més difícils utilitzats a l'estudi de 2003. En aquesta pregunta és difícil dissenyar una estratègia, perquè consta de diversos passos i no s'ha de perdre de vista l'objectiu final: ja coneixem la P i, per tant, la n es dedueix de l'equació proporcionada. Si multipliquem $n \times P$ obtindrem la velocitat o el nombre de metres que s'avancen per minut, i per mitjà d'un raonament proporcional podem canviar la unitat de velocitat i convertir-la en quilòmetres per hora. Hi ha tres nivells de puntuació per donar cabuda a les respostes que s'han quedat a mig camí de la resposta correcta. La diferència que s'observa entre el percentatge d'encert a la segona pregunta respecte a la primera es pot explicar gràcies a les diferents capacitats matemàtiques fonamentals que cal activar per resoldre l'ítem. La capacitat de *comunicació* necessària per a les dues preguntes és similar a l'hora de llegir i entendre la pregunta, però en el cas de la segona pregunta s'ha d'utilitzar un diagrama per relacionar explícitament les passes d'en Bernat amb la llargada corresponent, cosa que no fa falta a la primera pregunta. A més, a la segona pregunta es necessiten més habilitats comunicatives per expressar la resposta. Aquesta tasca també té una dificultat de *matematització* nova, ja que per solucionar el problema s'ha de dissenyar un model proporcional per convertir la velocitat a què camina en Bernat en les mesures que es demanen. Per solucionar un problema com aquest, que consta de diversos passos, calen mecanismes de control efectius, per tant la capacitat de *dissenyar una estratègia* es

complica més aquí que no pas a la primera pregunta. Les *representacions* utilitzades en la segona pregunta superen les que fan falta a la primera pregunta, ja que s'ha de treballar amb la representació algebraica que es proporciona i s'han de dissenyar representacions proporcionals adequades com a element clau del procés de matematització. Implementar l'estratègia que s'ha dissenyat i utilitzar les representacions que s'han identificat prèviament passa per utilitzar un *llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques*, cosa que vol dir fer operacions algebraiques i aplicar proporcions i càlculs aritmètics per dur a terme les conversions necessàries. Gràcies als processos lògics que s'han de posar en relació per obtenir la resposta, l'alumnat *raona i argumenta*. *L'ús d'eines matemàtiques* només fa falta a un nivell molt baix i en cas que els estudiants decideixin fer servir la calculadora per treballar més efectivament.

Fuster

Figura 1— Un exemple d'ítem: *Fuster*

Fuster

Un fuster té 32 metres de fusta i vol construir un parterre al jardí. Per fer-ho, imagina els dissenys següents.

A

B

C

D

Encercla "sí" o "no" per a cada disseny per indicar si es pot tapiar o no el parterre amb els 32 metres de fusta.

Disseny del parterre	Amb aquest disseny es pot tapiar o no el parterre, amb els 32 metres de fusta?
Disseny A	sí / no
Disseny B	sí / no
Disseny C	sí / no
Disseny D	sí / no

A la **figura 1** es pot observar l'ítem de PISA titulat *Fuster*, que es va utilitzar a les avaluacions de 2000 i 2003 i es va alliberar posteriorment. Il·lustra un tipus de resposta amb un format anomenat d'*elecció múltiple complexa*, en el qual els estudiants han de triar una resposta entre les opcions corresponents al nombre de preguntes o afirmacions. En aquest cas, els estudiants obtenen la puntuació màxima si identifiquen que tots els dissenys excepte el B es poden fer amb la quantitat de fusta indicada.

Aquest ítem encaixa amb la categoria de contingut d'*espai i forma* perquè tracta de les propietats de les formes. També es classifica dins la categoria contextual *professional* perquè tracta sobre la feina d'un fuster. Es classifica en la categoria de processos consistent a *utilitzar conceptes, fets, procediments i raonaments matemàtics*, ja que s'ha d'aplicar el coneixement de processos a objectes matemàtics ben definits, tot i que en certa mesura també exigeix *interpretar, aplicar i avaluar resultats matemàtics*. Així s'ha de fer tenint en compte la necessitat de relacionar els objectes matemàtics representats amb els elements contextuais o la limitació donada per la quantitat de fusta disponible.

Aquest va ser un dels ítems més difícils de l'estudi PISA 2003, amb un tant per cent d'encerts inferior al 20%. Per obtenir la solució s'han d'aplicar tant coneixements com raonaments geomètrics. Es proporciona prou informació per permetre el càlcul directe del perímetre exacte en els dissenys A, C i D, que és de 32 metres. De tota manera, no tenim prou informació sobre el disseny B, per això cal un enfocament diferent. Podem argumentar que, mentre que les parts horitzontals de les quatre formes són equivalents, els cantons oblics del disseny B són més llargs que la suma de les parts verticals de cada una de les altres formes.

La capacitat de *comunicació* es posa en funcionament a l'hora de llegir i entendre la pregunta i relacionar la informació que es proporciona al text amb la representació gràfica dels quatre parterres del jardí. La tasca s'ha presentat en una forma matemàtica, per tant, no es necessita *matematitzar-la*. La capacitat clau necessària per resoldre el problema és la de *raonar i argumentar*. Així, es pot identificar que el disseny B té un perímetre massa ampli i es pot apreciar que desconeixem la llargada dels elements verticals del disseny A, però en canvi sí que coneixem la llargada vertical total (com en el disseny C, on sabem la llargada vertical i l'horitzontal). Dissenyar una estratègia passa per reconèixer que podem trobar la informació del perímetre malgrat que no coneixem algunes alçades en concret. *Utilitzar un llenguatge i operacions simbòliques, formals i tècniques* és necessari per entendre i operar amb el perímetre de les formes que es presenten, incloent-hi les propietats dels costats i la suma de les llargades laterals. En aquest ítem no fa falta *utilitzar eines matemàtiques*.

ANNEX 3. BIBLIOGRAFIA

BENNETT, R. (2003). *Online Assessment and the Comparability of Score Meaning*. Princeton, ETS.

BENNETT, R., *et al.* (2008). "Does it Matter if I Take My Mathematics Test on Computer? A Second Empirical Study of Mode Effects in NAEP". *Journal of Technology, Learning, and Assessment*, 6(9).

DEVLIN, K. (1994). *Mathematics: The Science of Patterns: The Search for Order in Life, Mind and the Universe*. Estats Units: Freeman Scientific American Library.

ETS (2008). *Online Assessment in Mathematics and Writing: Reports from the NAEP Technology-Base Assessment Project*. Princeton, ETS.

LOOKER, E., THIESSEN, V. (2008). *The second chance system: Results from the three cycles of the Youth in Transition Survey*. Human Resources and Social Development Canada.

MASON, B. (2001). "An examination of the equivalence between non-adaptive computer based and traditional testing". *Journal of Education Computing Research*, 24, 29-40.

NISS, M. (2003). *Mathematical Competencies and the learning of mathematics: The Danish KOM Project*. En: GAGATSI, A., PAPASTAVRIDIS, S. (ed.). *Mediterranean Conference on Mathematics Education*, 115-124. Atenes: The Hellenic Mathematical Society and Cyprus Mathematical Society.

RICHARDSON, M. ET. AL. (2002). "Challenging Minds? Students' perceptions of computer-based World Class Tests of problem solving", *Computers in Human Behavior*, volum 18, quadern 6, 633-649.

STEEN, L. (1990). *On the Shoulders of Giants: New Approaches to Numeracy*. Washington D.C.: Nacional Academy Press.

Documents en línia:

"Mathematics: Programme of study for key stage 3 and attainment targets." (2007) National Curriculum 2007. Londres: Qualifications and Curriculum Authority. http://curriculum.qcda.gov.uk/uploads/QCA-07-3338-p_Maths_3_tcm8-403.pdf [Consulta: 17 de gener de 2011].

"Standards for Mathematical Practice" (2010). Common Core State Standards. Washington, D.C.: Common Core State Standards Initiative. <http://www.corestandards.org/the-standards/mathematics/introduction/standards-for-mathematical-practice/> [Consulta: 17 de gener de 2011].

ANNEX 4. AVALUACIÓ DE LES MATEMÀTIQUES PER ORDINADOR

S'està treballant per definir i articular aspectes de l'avaluació de matemàtiques per ordinador, que s'ha ofert com a opció voluntària per al 2012. Quan es disposi de més detalls sobre aquesta part opcional de l'estudi, es descriuran en aquest annex.

ANNEX 5. EXEMPLES D'ÍTEMS ALLIBERATS

Aquest annex no forma part del document *Draft 2012 PISA Mathematics Framework*, publicat per l'OCDE al novembre de 2010.

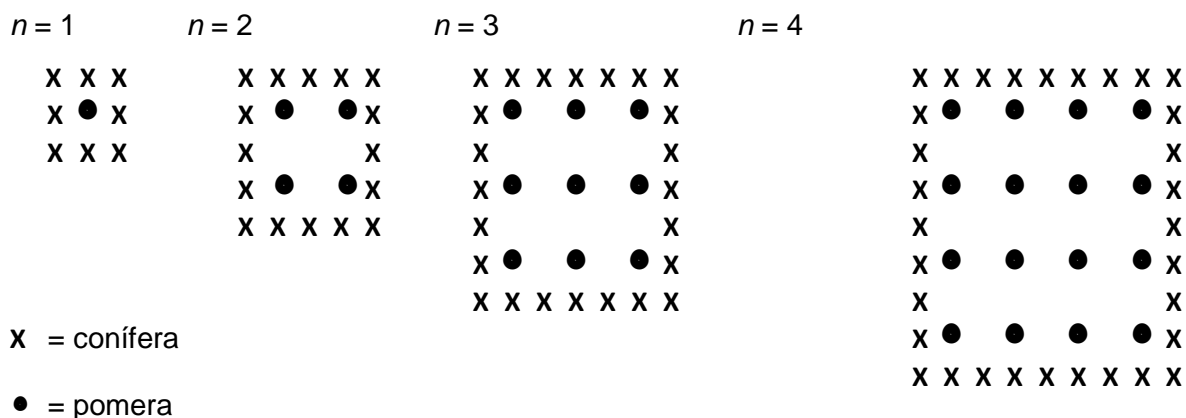
S'hi recullen els ítems alliberats de diferents edicions de PISA, la majoria dels quals han estat publicats en els números 1, 2 i 3 de la col·lecció «Documents», editada pel Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu des de l'any 2004.

5.1. Ítems alliberats de PISA 2000

LES POMES

Un pagès planta pomeres en un terreny quadrat. Per tal de protegir les pomeres del vent, planta coníferes al voltant de l'hort.

Aquí podeu veure un esquema d'aquesta situació on es pot apreciar la col·locació de les pomeres i les coníferes per a qualsevol nombre (n) de files de pomeres:



Pregunta 1

Completeu la taula:

$n =$	Nombre de pomeres	Nombre de coníferes
1	1	8
2	4	
3		
4		
5		

Dificultat: 548

Resposta correcta:

n	pomeres	coníferes
1	1	8
2	4	16
3	9	24
4	16	32
5	25	40

Encerts: Espanya 44,2%

OCDE 49,1%

Pregunta 2

Per calcular el nombre de pomeres i el de coníferes amb el plantejament descrit anteriorment es poden utilitzar dues fórmules:

Nombre de pomeres = n^2

Nombre de coníferes = $8n$

essent n el nombre de files de pomeres

Existeix un valor de "n" per al qual el nombre de pomeres coincideix amb el de coníferes. Trobeu aquest valor i mostreu el mètode utilitzat per calcular-lo.

.....

Dificultat: 655

Resposta correcta: $n=8$

Encerts: Espanya 21,5%

OCDE 24,9%

Pregunta 3

Suposem que el pagès vol plantar un hort molt més gran, amb moltes files d'arbres. A mesura que vagi creixent la grandària de l'hort, què augmentarà més de pressa: el nombre de pomeres o el de coníferes? Expliqueu com heu trobat la resposta.

.....

.....

.....

Dificultat: 723

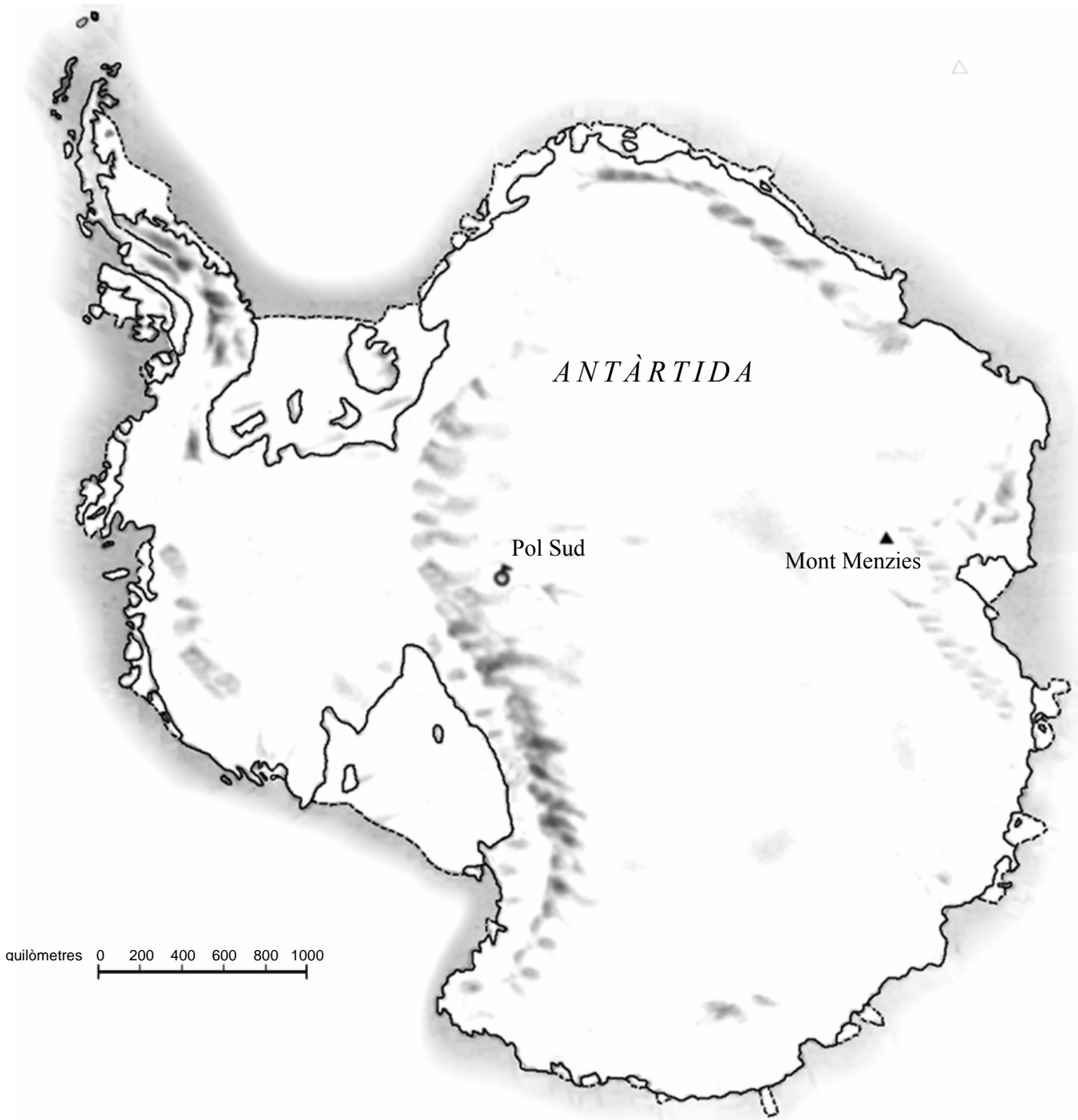
Resposta correcta: pomeres

Encerts: Espanya 10,4%

OCDE 13,2%

L'ANTÀRTIDA. LA SUPERFÍCIE D'UN CONTINENT

A sota podeu veure un mapa de l'Antàrtida.



Pregunta 1

Feu servir l'escala del mapa.

Feu una estimació de l'àrea de l'Antàrtida.

Expliqueu com heu fet el càlcul.

Dificultat: 712

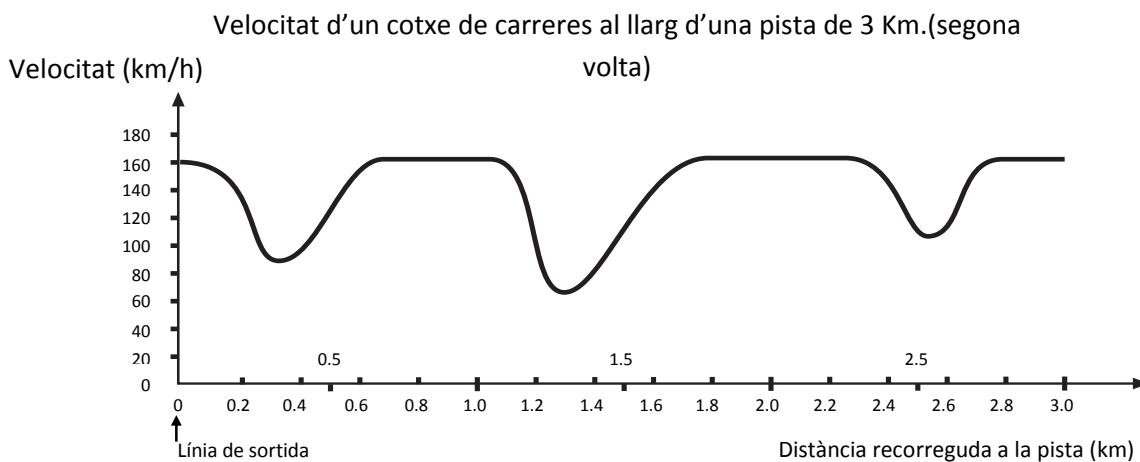
Resposta correcta: Entre 12.000.000 i 18.000.000 km

Encerts: Espanya 10,9%

OCDE 19,3%

LA VELOCITAT D'UN COTXE DE CARRERES

Aquesta gràfica mostra com varia la velocitat d'un cotxe de carreres al llarg d'una pista plana de 3 km durant la segona volta.

**Pregunta 1**

Quina és la distància aproximada des de la línia de sortida fins al començament del tram recte més llarg que hi ha a la pista?

- A 0,5 km
- B 1,5 km
- C 2,3 km
- D 2,6 km

Dificultat: 492
Resposta correcta: B

Encerts: Espanya 65,0%
OCDE 66,9%

Pregunta 2

En quin punt del circuit la velocitat del cotxe durant la segona volta era més baixa?

- A. A la línia de sortida.
- B. Aproximadament en el km 0,8.
- C. Aproximadament en el km 1,3.
- D. A la meitat del recorregut.

Dificultat: 403
Resposta correcta: C

Encerts: Espanya 88,6%
OCDE 83,3%

Pregunta 3

Què es pot dir sobre la velocitat del cotxe entre el Km 2,6 i el 2,8?

- A. La velocitat del cotxe és constant.
- B. La velocitat del cotxe és creixent.
- C. La velocitat del cotxe és decreixent.
- D. No és possible determinar la velocitat d'aquest cotxe a partir d'aquesta gràfica.

Dificultat: 413
Resposta correcta: B

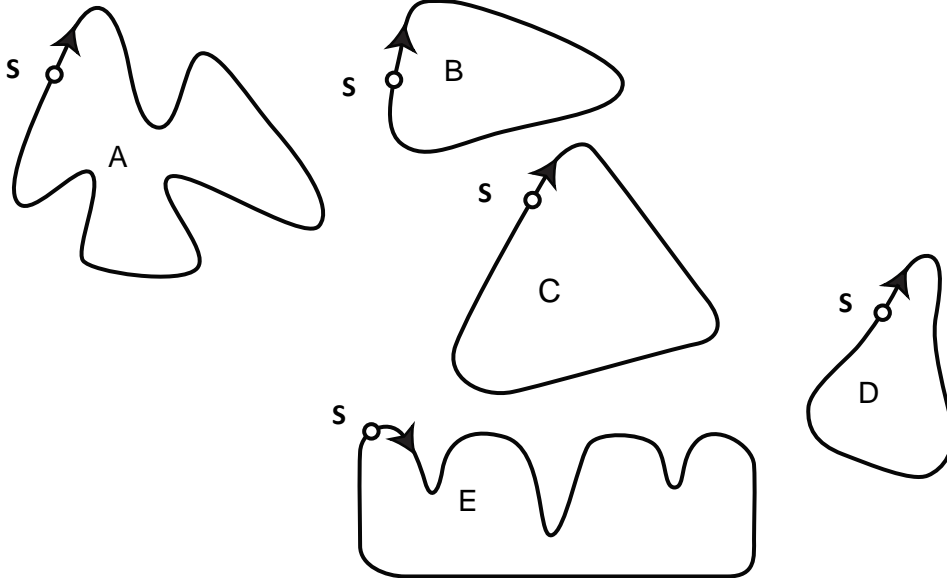
Encerts: Espanya 80,6%
OCDE 82,5%

Pregunta 4

Aquí hi ha dibuixades cinc pistes:

Quina d'aquestes pistes correspondria a la gràfica de velocitat mostrada anteriorment?

Selecció de pistes:



S: Punt de sortida

Dificultat: 655
Resposta correcta: B

Encerts: Espanya 23,0%
OCDE 28,3%

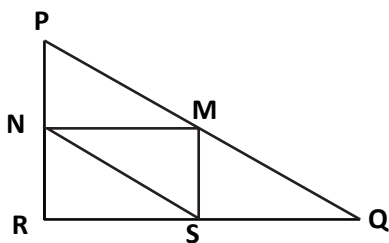
ELS TRIANGLES

Pregunta 1

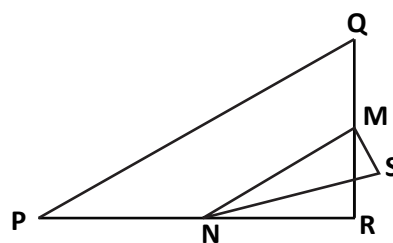
Encercleu la figura de sota que s'ajusti a la descripció següent.

El triangle PQR és un triangle rectangle amb l'angle recte a R. El costat RQ és menor que el costat PR. M és el punt mitjà del costat PQ i N és el punt mitjà del costat QR. S és un punt de l'interior del triangle. El segment MN és major que el segment MS.

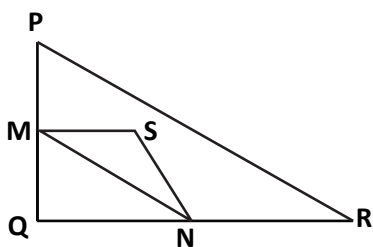
A



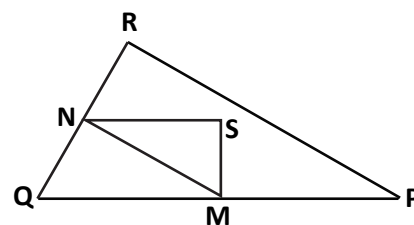
B



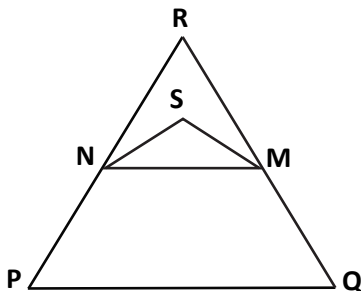
C



D



E



Dificultat: 537
Resposta correcta: D

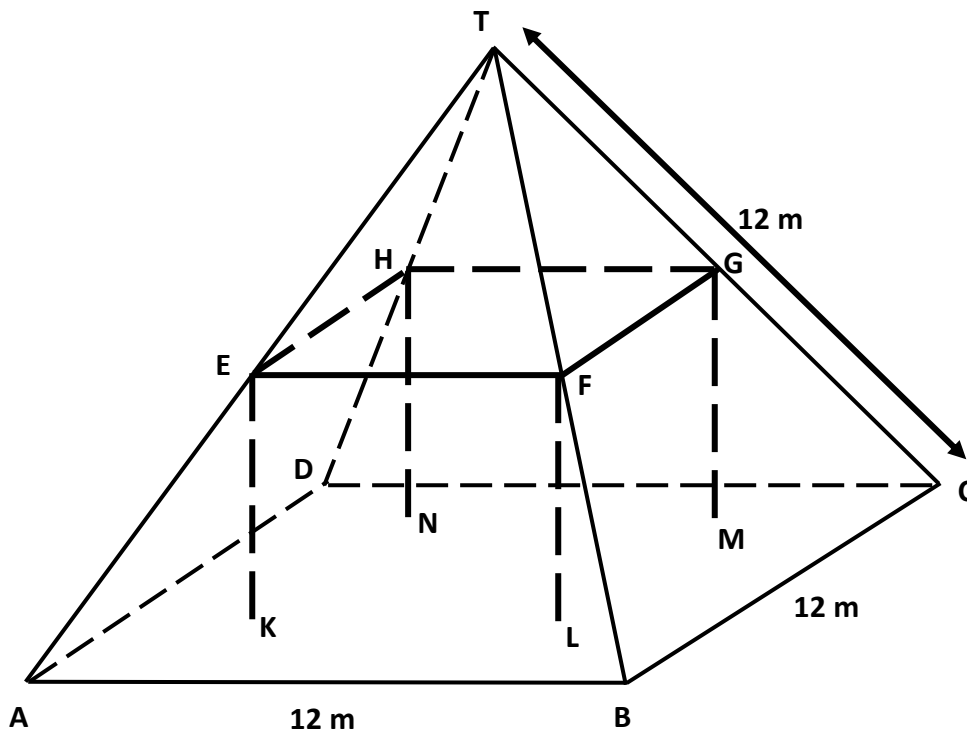
Encerts: Espanya 53,2%
OCDE 58,5%

LES GRANGES

Aquí teniu una fotografia d'una casa de camp amb la teulada en forma de piràmide.



A sota hi ha un model matemàtic de la **teulada** de la casa amb les mesures corresponents.



En el model, la planta de l'àtic ABCD és un quadrat. Les bigues que suporten la teulada són les arestes d'un bloc (prisma rectangular) EFGHKL MN. E és el punt mig de AT, F és

el punt mig de BT, G és el punt mig de CT, i H és el punt mig de DT. Totes les arestes de la piràmide tenen 12 m de longitud.

Pregunta 1

Calculeu l'àrea total de la planta de l'àtic ABCD.

L'àrea de la planta de l'àtic és igual a _____m²

Dificultat: 492
Resposta correcta: 144

Encerts: Espanya 28,6%
OCDE 61,0%

Pregunta 2

Calculeu la longitud d'EF, una de les arestes horitzontals del bloc.

La longitud d'EF és igual a _____m

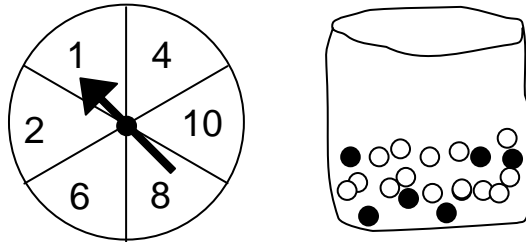
Dificultat: 524
Resposta correcta: 6

Encerts: Espanya 44,1%
OCDE 55,2%

5.2. Ítems alliberats de la prova pilot de PISA 2002

FIRA

En un joc d'una caseta de fira s'utilitza en primer lloc una ruleta. Si la ruleta s'atura en un nombre parell, es permet al jugador treure una bala d'una bossa. La ruleta i les bales de la bossa es representen en els dibuixos de sota.



Quan es treu una bala negra, es guanya un premi. La Daniela juga una vegada.

Quina probabilitat hi ha que la Daniela guanyi un premi?

- A. Impossible.
- B. No és gaire probable.
- C. Aproximadament el 50% de probabilitat.
- D. És molt probable.
- E. Segur.

Subescala: Incertesa (educatiu – connexions)
Resposta correcta: B

SABATES INFANTILS

La taula següent mostra els números de sabata recomanats a Zedlàndia corresponents a diverses llargades de peus.



Des de (en mm)	Fins a (en mm)	Talla de la sabata
107	115	18
116	122	19
123	128	20
129	134	21
135	139	22
140	146	23
147	152	24
153	159	25
160	166	26
167	172	27
173	179	28
180	186	29
187	192	30
193	199	31
200	206	32
207	212	33
213	219	34
220	226	35

Taula de conversió per a talles de sabates infantils a Zedlàndia

Pregunta 1

El peu de la Marina fa 163 mm de llargada. Fes servir la taula per determinar quina és la talla de sabates de Zedlàndia que la Marina hauria d'emprovar-se.

Resposta:

Subescala: Canvi i relacions (personal – reproducció)
Resposta correcta: 26

CAMPIONAT DE PING-PONG



Pregunta 1

En Tomàs, en Ricard, en Lluís i en David han format un grup d'entrenament en un club de ping-pong. Cada jugador vol jugar una vegada contra cadascun dels altres jugadors. Han reservat dues taules de ping-pong per a aquests partits.

Completa la plantilla de partits següent escrivint els noms dels jugadors que juguen a cada partit.

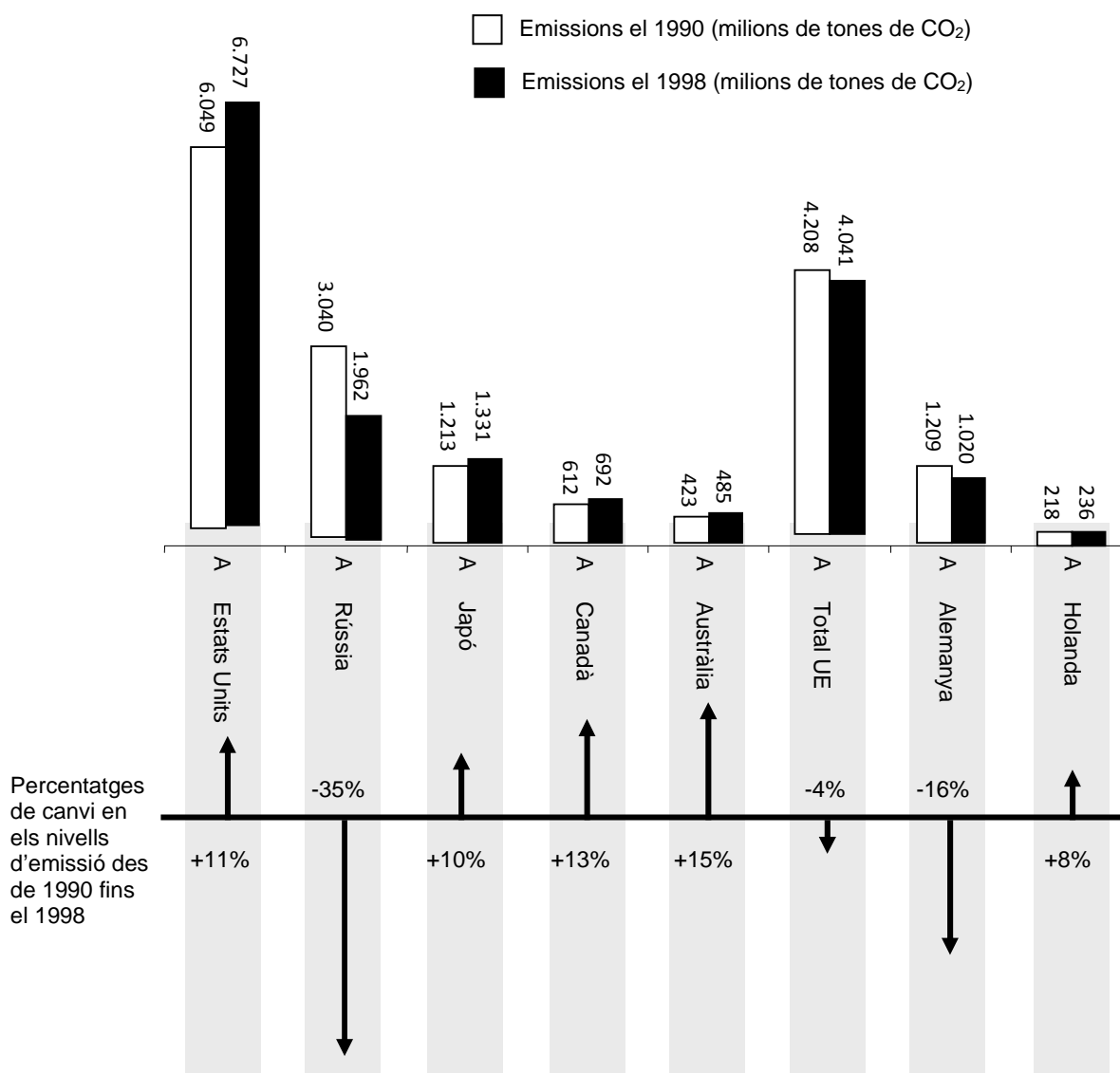
	Taula 1	Taula 2
1^a ronda	Tomàs – Ricard	Lluís – David
2^a ronda - -
3^a ronda - -

Subescala: Incertesa (personal – reproducció)
Resposta correcta: T-L; R-D
T-D; R-L

ELS NIVELLS DE CO₂

Molts científics temen que l'augment del nivell de gas CO₂ a la nostra atmosfera estigui causant canvis climàtics.

El diagrama següent mostra els nivells d'emissió de CO₂ el 1990 (les barres clares) per a diversos països (o regions), els nivells d'emissió el 1998 (les barres fosques), i el percentatge de canvi en els nivells d'emissió entre el 1990 i el 1998 (les fletxes amb percentatges).



Pregunta 1

En el diagrama es pot llegir que l'augment d'emissions de CO₂ als Estats Units, entre 1990 i 1998, va ser de l'11%.

Escriu els càlculs per demostrar com s'obté l'11%.

Subescala: Quantitat (científica - connexions)

Resposta correcta: $6.727-6.049=678$

$678/6.049= 0,11$

$0,11 \times 100 = 11$

Pregunta 2

La Lluïsa va analitzar el diagrama i va afirmar que havia descobert un error en el percentatge de canvi en nivells d'emissió: "El descens del percentatge d'emissió a Alemanya (16%) és més gran que el descens del percentatge d'emissió a tota la Unió Europea (total de l'UE, 4%). Això no és possible, ja que Alemanya forma part de la Unió Europea".

Estàs d'acord amb la Lluïsa quan diu que això no és possible? Dóna una explicació que justifiqui la teva resposta.

Subescala: Quantitat (científica - connexions)

Resposta correcta: No. Amb l'explicació adient

Pregunta 3

La Lluïsa i l'Antoni discuteixen sobre quin país (o regió) va tenir l'augment més gran en emissions de CO₂.

Cadascun arriba a conclusions diferents basant-se en el diagrama.

Dóna dues possibles respostes "correctes" a aquesta pregunta i explica com es pot obtenir cadascuna.

Subescala: Quantitat (científica - reflexió)

Resposta correcta: Cal fer una explicació que faci referència a les emissions d'Estats Units i Austràlia

VOL ESPACIAL

L'estació espacial Mir va romandre en òrbita 15 anys i durant aquest temps va girar al voltant de la Terra unes 86.500 vegades.

L'estada més llarga d'un astronauta a la Mir va ser de 680 dies.

Pregunta 1

La Mir girava al voltant de la Terra a una altura aproximada de 400 quilòmetres. El diàmetre de la Terra és aproximadament de 12.700 Km i la seva circumferència és d'uns 40.000 Km. ($\Pi \times 12.700$).

Calcula aproximadament la distància total recorreguda per la Mir durant les seves 86.500 voltes a la Terra mentre va estar en òrbita. Arrodoneix el resultat al múltiple de 10 milions més proper.

Subescala: Quantitat (científica - connexions)

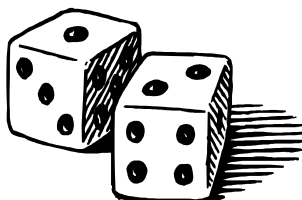
Resposta correcta: entre 3.600 i 3.800 milions de quilòmetres (3.680 milions)

DAUS

A la dreta, hi ha un dibuix de dos daus.

Els daus són cubs amb un sistema especial de numeració en els quals s'aplica la regla següent:

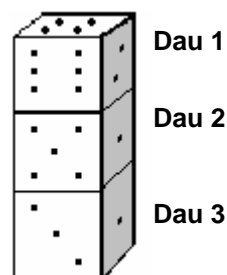
El nombre total de punts en dues cares oposades és sempre set.



Pregunta 1

A la dreta es poden veure tres daus col·locats un damunt de l'altre. El dau 1 té quatre punts a la cara de dalt.

Quants punts hi ha **en total** a les cinc cares horitzontals que no es poden veure (cara inferior del dau 1, cares superior i inferior dels daus 2 i 3)?



Subescala: *Espai i forma (personal - connexions)*
 Resposta correcta: 17

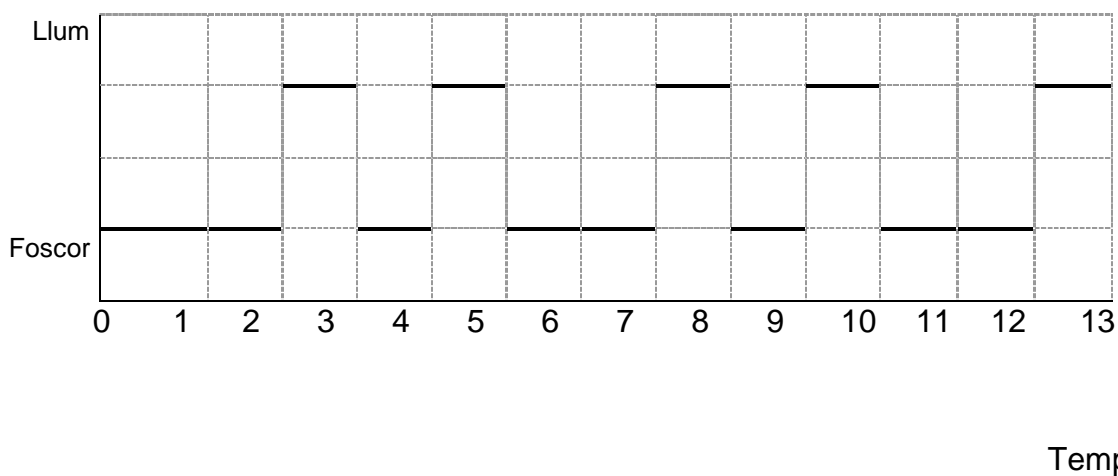
EL FAR

Els fars són torres amb un focus lluminós en la part superior.

Els fars ajuden als vaixells a seguir el seu rumb durant la nit quan naveguen prop de la costa.



Un far emet raigs de llum segons una seqüència regular fixa. Cada far té la seva pròpia seqüència.



En el diagrama de sobre es pot veure la seqüència d'un far concret. Els raigs de llum alternen amb períodes de foscor.

Es tracta d'una seqüència regular. Després d'algun temps la seqüència es repeteix. Es diu període de la seqüència el temps que dura un cicle complet, abans que comenci a repetir-se. Quan es descobreix el període de la seqüència, és fàcil ampliar el diagrama per als següents segons, minuts o fins i tot, hores.

Pregunta 1

Quant dura el període de la seqüència d'aquest far?

- A. 2 segons.
- B. 3 segons.
- C. 5 segons.
- D. 12 segons.

Resposta correcta: Resposta C (5 segons).

Tipus de pregunta: Elecció múltiple

Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Canvi i relacions

Situació: Pública

Pregunta 2

Durant quants segons emet aquest far raigs de llum al llarg d'1 minut?

- A. 4
- B. 12
- C. 20
- D. 24

Resposta correcta: D (24)

Tipus de pregunta: Elecció múltiple

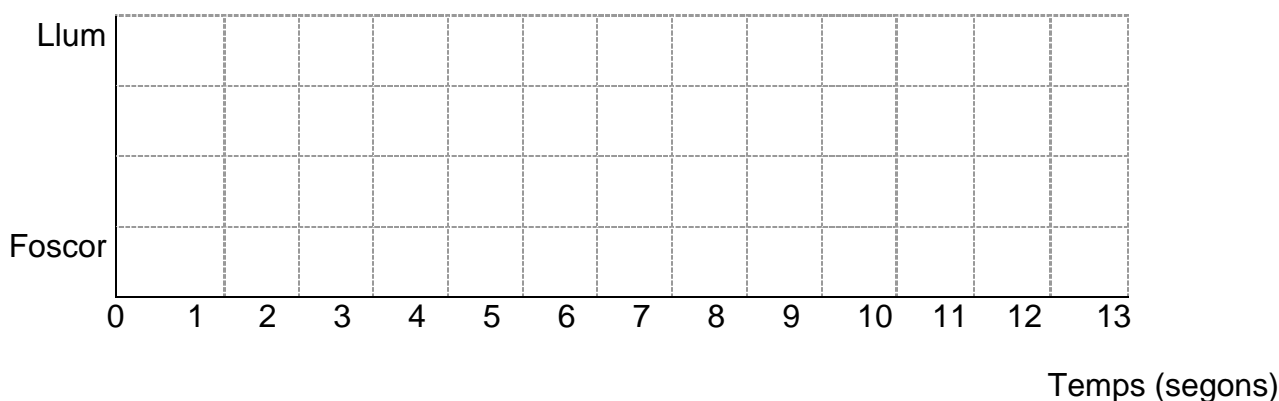
Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Canvi i relacions

Situació: Pública

Pregunta 3

En la quadrícula de sota traça el gràfic d'una possible seqüència de raigs de llum d'un far que emeti 30 segons de raigs de llum cada minut. El període d'aquesta seqüència ha de ser de 6 segons.



Resposta correcta: Respostes en les quals el gràfic mostra una seqüència de llum i fosc amb raigs de llum de 3 segons per cada 6 segons, i un període de 6 segons

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Reflexió

Subdimensió: Canvi i relacions

Situació: Pública

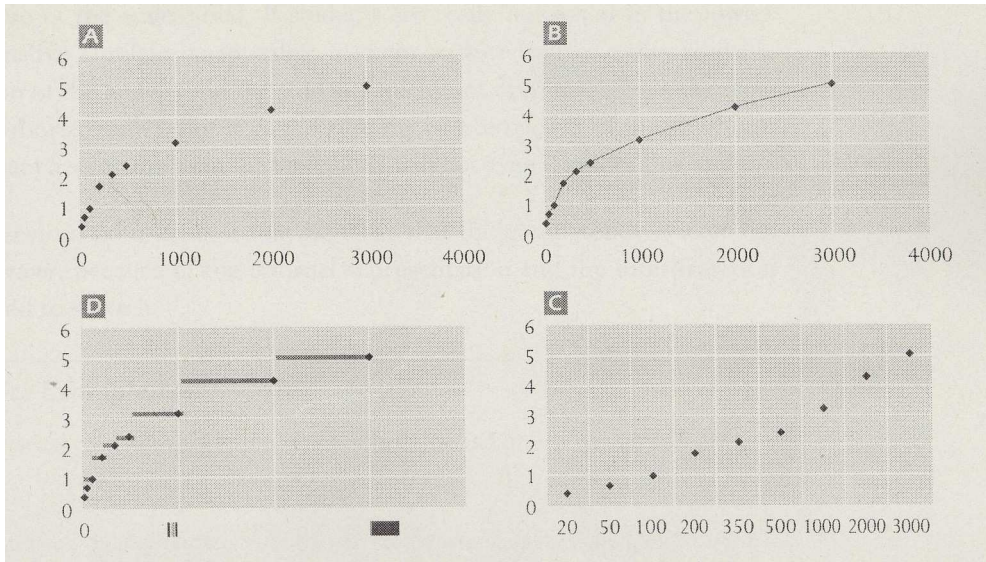
TARIFES POSTALS

Les tarifes postals de Zedlàndia estan basades en el pes dels paquets (arrodonit al gram més pròxim), com es mostra en la taula següent:

Pes (arrodonit al gram més pròxim)	Tarifes
Fins a 20 g	0,46 zeds
21 g – 50 g	0,69 zeds
51 g – 100 g	1,02 zeds
101 g – 200 g	1,75 zeds
201 g – 350 g	2,13 zeds
351 g – 500 g	2,44 zeds
501 g – 1000 g	3,20 zeds
1001 g – 2000 g	4,27 zeds
2001 g – 3000 g	5,03 zeds

Pregunta 1

Quin dels gràfics següents és la millor representació de les tarifes postals a Zedlàndia?
 (L'eix horitzontal mostra el pes en grams, i l'eix vertical mostra el preu en zeds.)



Resposta correcta: Resposta C
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Incertesa
Situació: Pública

Pregunta 2

Jan vol enviar a un amic dos objectes que pesen 40 grams i 80 grams respectivament.

Segons les tarifes postals de Zedlàndia, decideix si és més barat enviar els dos objectes en un únic paquet o enviar els objectes en dos paquets separats. Escriu els teus càlculs per a trobar el cost en els dos casos.

Resposta correcta: Respostes que especifiquen que serà més barat enviar els objectes en dos paquets separats. El cost serà d'1,71 zeds per a dos paquets separats, i d'1,75 zeds per a un únic paquet que contingui els dos objectes.

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Quantitat

Situació: Pública

BATECS DEL COR

Per raons de salut la gent hauria de limitar els seus esforços, al fer esport, per exemple, per no superar una determinada freqüència cardíaca.

Durant anys la relació entre la màxima freqüència cardíaca recomanat per a una persona i la seva edat es descrivia mitjançant la fórmula següent:

Màxima freqüència cardíaca recomanada = 220 – edat

Investigacions recents han demostrat que aquesta fórmula hauria de modificar-se lleugerament. La nova fórmula és la següent:

Màxima freqüència cardíaca recomanada = 208 – (0,7 × edat)

Pregunta 1

Un article de diari afirma: “El resultat d'usar la nova fórmula en comptes de l'antiga és que el màxim nombre recomanat de batecs cardíacs per minut disminueix lleugerament per als joves i augmenta lleugerament per als més grans.”

A partir de quina edat augmenta la màxima freqüència cardíaca recomanada com a resultat d'introduir la nova fórmula? Escriu els teus càlculs.

Resposta correcta: Respostes que especifiquen 41 o 40.
Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Canvi i relacions
Situació: Pública/Personal

Pregunta 2

La fórmula per a la *màxima freqüència cardíaca recomanada* = $208 - (0,7 \times \text{edat})$ es fa servir també per determinar quan és més eficaç l'exercici físic. Les investigacions han demostrat que l'exercici físic és més eficaç quan els batecs cardíacs arriben al 80% de la màxima freqüència cardíaca recomanada.

Escriu una fórmula que calculi la freqüència cardíaca recomanada perquè l'exercici físic sigui més efectiu, expressada en termes d'edat.

Resposta correcta: Respostes que presentin qualsevol fórmula que sigui l'equivalent de multiplicar la fórmula del màxim ritme cardíac recomanat pel 80%.
Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Canvi i relacions
Situació: Pública/Personal

PAGAMENTS PER SUPERFÍCIE

Els habitants d'un edifici de pisos decideixen comprar l'edifici. Posaran els diners entre tots de manera que cadascun pagui una quantitat proporcional a la mida del seu pis.

Per exemple, una persona que visqui en un pis que ocupa la cinquena part de la superfície del conjunt de pisos, haurà de pagar la cinquena part del preu total de l'edifici.

Pregunta 1

Envolta amb un cercle la paraula *Correcte* o *Incorrecte* per a cada una de les afirmacions següents:

Afirmació	Correcte / Incorrecte
La persona que viu al pis més gran pagarà més diners per cada metre quadrat del seu pis que la persona que viu al pis més petit.	Correcte / Incorrecte
Si es coneixen les superfícies de dos pisos i el preu d'un d'ells, llavors es pot calcular el preu de l'altre.	Correcte / Incorrecte
Si es coneix el preu de l'edifici i quant pagarà cada propietari, llavors es pot calcular la superfície total de tots els pisos.	Correcte / Incorrecte
Si el preu total de l'edifici es reduís en un 10%, cadascun dels propietaris pagaria un 10% menys.	Correcte / Incorrecte

Resposta correcta: incorrecte, correcte, incorrecte, correcte, en aquest ordre.

Tipus de pregunta: Elecció múltiple complexa

Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Canvi i relacions

Situació: Pública

Pregunta 2

Hi ha tres pisos a l'edifici. El més gran d'ells, el pis 1, té una superfície total de 95 m². Els pisos 2 i 3 tenen superfícies de 85 m² i 70 m² respectivament. El preu de venda de l'edifici és de 300.000 zeds.

Quant haurà de pagar el propietari del pis 2? Escribeu els teus càlculs.

Resposta correcta: 102.000 zeds.

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Quantitat

Situació: Pública

ESTATURA DE L'ALUMNAT**Pregunta 1**

Un dia, a la classe de matemàtiques, es mesura l'estatura de tot l'alumnat. L'estatura mitjana dels nois és de 160 cm i l'estatura mitjana de les noies és de 150 cm. L'Elena ha estat la més alta: mesura 180 cm. En Zdenek ha estat el més baix: mesura 130 cm.

Dos estudiants van faltar a classe aquest dia, però van ser a classe l'endemà. Es van mesurar les seves estatures i es van tornar a calcular les mitjanes. Sorprenentment, l'estatura mitjana de les noies i l'estatura mitjana dels nois no va canviar.

Quines de les conclusions següents poden deduir-se d'aquesta informació?

Envolta amb un cercle la paraula *Sí* o *No* per a cada conclusió.

Conclusió	Pot deduir-se aquesta conclusió
Els dos estudiants són noies.	Sí / No
Un dels estudiants és un noi i l'altre és una noia.	Sí / No
Els dos estudiants tenen la mateixa estatura.	Sí / No
L'estatura mitjana de tots els estudiants no va canviar.	Sí / No
En Zdenek continua sent el més baix.	Sí / No

Resposta correcta: Respostes que especifiquen "No" a totes les conclusions.

Tipus de pregunta: Elecció múltiple complexa

Grup de competència: Reflexió

Subdimensió: Incertesa

Situació: Educativa

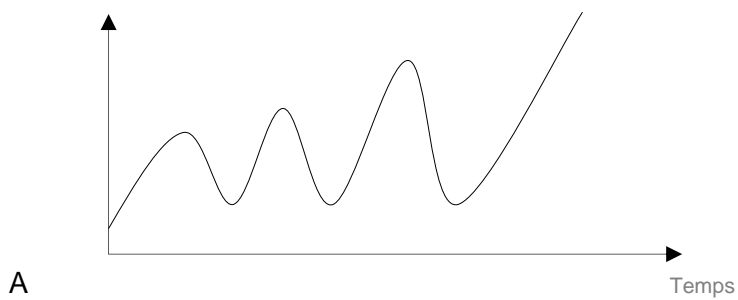
EL GRONXADOR

Pregunta 1

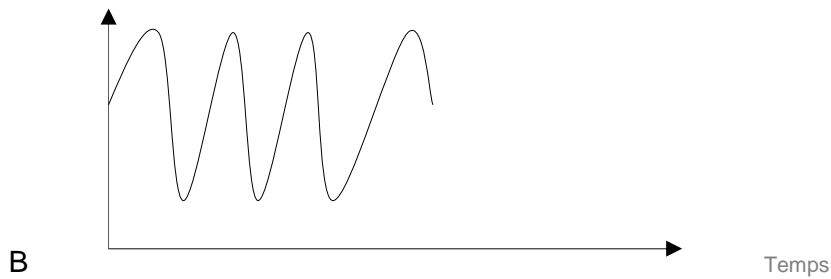
Mohammed està assegut en un gronxador. Comença a gronxar-se. Està intentant arribar tan alt com sigui possible.

Quin d'aquests gràfics representa millor l'altura dels seus peus per damunt del terra mentre es gronxa?

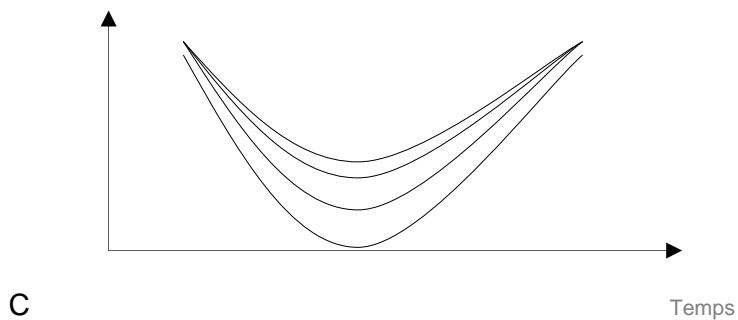
Altura dels peus



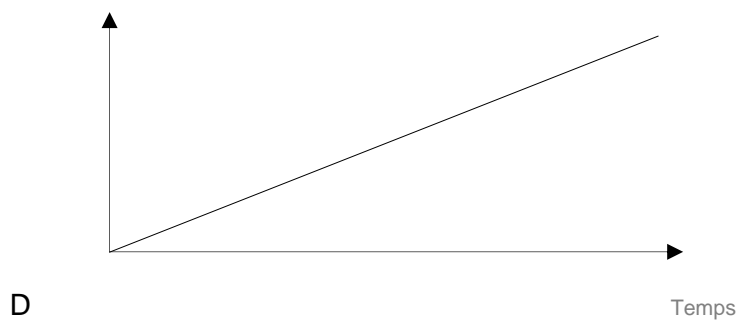
Altura dels peus



Altura dels peus



Altura dels peus



Resposta correcta: A
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Canvi i relacions
Situació: Personal

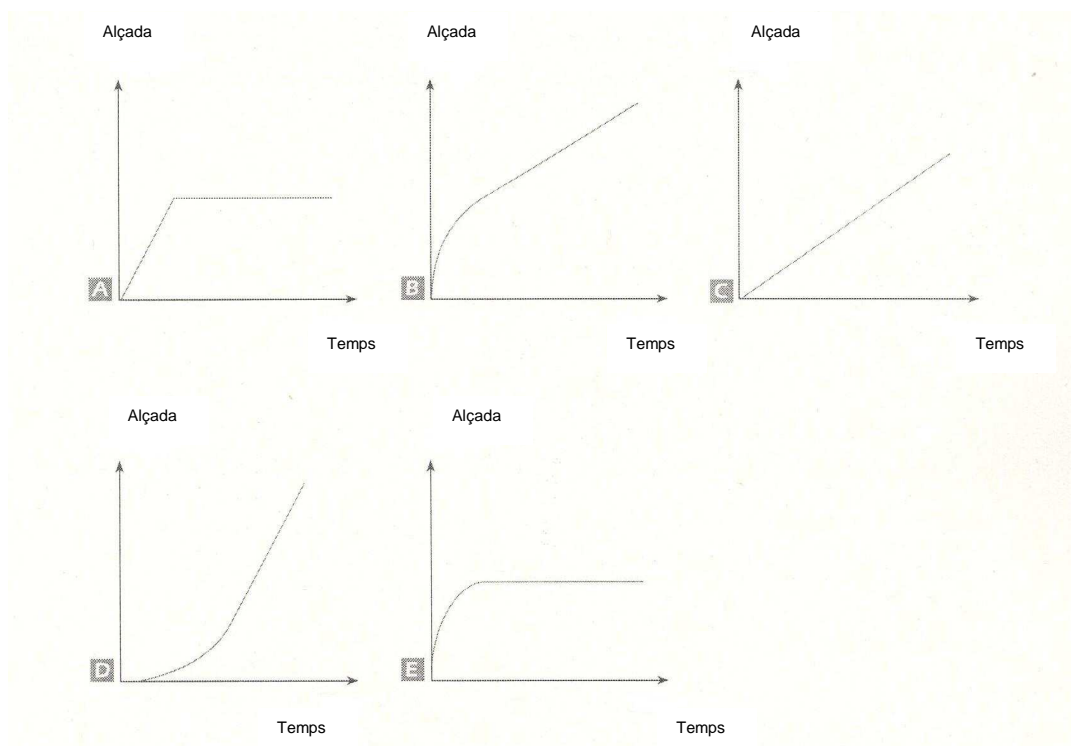
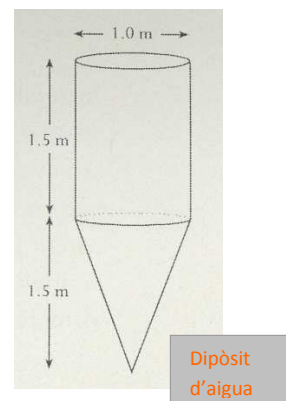
EL DIPÒSIT D'AIGUA

Pregunta 1

Un dipòsit d'aigua té la forma i dimensions que es mostren en el dibuix. Inicialment el dipòsit està buit.

Després s'omple d'aigua a raó d'un litre per segon.

Quin dels gràfics següents mostra com va canviant l'altura de l'aigua en la cisterna en funció del temps?



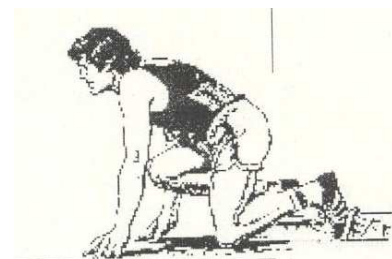
Resposta correcta: B
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Canvi i relacions
Situació: Científica

TEMPS DE REACCIÓ

En una carrera de velocitat, el temps de reacció és el temps que transcorre entre el tret de sortida i l'instant que l'atleta abandona el tac de sortida. El temps final inclou tant el temps de reacció com el temps de carrera.

En la taula següent figura el temps de reacció i el temps final de 8 corredors en una carrera de velocitat de 100 metres.

Carrer	Temps de reacció (segons)	Temps final (segons)
1	0,147	10,09
2	0,136	9,99
3	0,197	9,87
4	0,180	No va acabar la cursa
5	0,210	10,17
6	0,216	10,04
7	0,174	10,08
8	0,193	10,13



Pregunta 1

Identifica els corredors que van guanyar les medalles d'or, plata i bronze en aquesta carrera. Completa la taula següent amb el seu número de carrer, el seu temps de reacció i el seu temps final.

Medalla	Carrer	Temps de reacció (seg.)	Temps final (seg.)
Or			
Plata			
Bronze			

Resposta correcta:

<i>Medalla</i>	<i>Carrer</i>	<i>Temps de reacció (seg.)</i>	<i>Temps final (seg.)</i>
<i>Or</i>	<i>3</i>	<i>0,197</i>	<i>9,87</i>
<i>Plata</i>	<i>2</i>	<i>0,136</i>	<i>9,99</i>
<i>Bronze</i>	<i>6</i>	<i>0,216</i>	<i>10,04</i>

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Reproducció

Subdimensió: Quantitat

Situació: Científica

Pregunta 2

Fins avui, ningú ha estat capaç de reaccionar al tret de sortida en menys de 0,110 segons.

Si el temps de reacció registrat per un corredor és inferior a 0,110 segons, llavors es considera que s'ha produït una sortida falsa perquè el corredor deu haver sortit abans de sentir el senyal.

Si el temps de reacció del corredor que ha guanyat la medalla de bronze hagués estat menor, podria haver guanyat la medalla de plata? Justifica la teva resposta.

Resposta correcta: Sí.

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

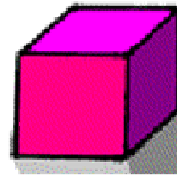
Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Quantitat

Situació: Científica

CONSTRUINT BLOCS

A la Susanna li agrada construir blocs amb cubs petits com el que es mostra en la figura següent:



Cub petit

La Susanna té molts cubs petits com aquest. Utilitza goma d'enganxar per unir els cubs i construir altres blocs.



Figura A

Primer la Susanna enganxa vuit cubs per fer el bloc que es mostra a la figura A:

Després la Susanna fa els blocs massissos que es mostren a les figures B i C següents:



Figura B



Figura C

Pregunta 1

Quants cubs petits necessitarà la Susanna per fer el bloc que es mostra en la figura B?

Resposta:cubs.

Resposta correcta: 12 cubs.

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Reproducció

Subdimensió: Espai i forma

Situació: Personal

Pregunta 2

Quants cubs petits necessitarà la Susanna per fer el bloc massís que es mostra en la figura C?

Resposta: cubs.

Resposta correcta: 27 cubs

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Reproducció

Subdimensió: Espai i forma

Situació: Personal

Pregunta 3

La Susanna s'adona que ha d'utilitzat més cubs petits dels que realment necessitava per fer un bloc com el que es mostra en la figura C. S'adona que podia haver construït un bloc com el de la figura C enganxant els cubs petits, però deixant-lo buit per dins.

Quin és el mínim nombre de cubs que necessita per fer un bloc com el que es mostra en la figura C, però buit?

Resposta: cubs.

Resposta correcta: 26 cubs

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Espai i forma

Situació: Personal

Pregunta 4

Ara la Susanna vol construir un bloc que sembli un bloc massís i que tingui 6 cubs petits de llarg, 5 d'ample i 4 d'alt. Vol usar el menor nombre possible de cubs deixant el major buit possible a l'interior. Quin és el mínim nombre de cubs que necessitarà la Susanna per fer aquest bloc?

Resposta: cubs.

*Resposta correcta: 96 cubs.
 Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta
 Grup de competència: Reflexió
 Subdimensió: Espai i forma
 Situació: Personal*

CONCENTRACIONS D'UN FÀRMAC

Pregunta 1

A una dona ingressada en un hospital li posen una injecció de penicil·lina. El seu cos va eliminant gradualment la penicil·lina de manera que, una hora després de la injecció, només el 60% de la penicil·lina queda activa.

Aquesta pauta continua: al final de cada hora només queda actiu el 60% de la penicil·lina present al final de l'hora anterior.

Suposa que a la dona se li administra una dosi de 300 mil·ligrams de penicil·lina a les 8 del matí. Completa aquesta taula escrivint el total de penicil·lina que quedarà activa en la sang de la dona a intervals d'una hora des de les 08:00 fins a les 11:00 hores.

Hora	8:00	9:00	10:00	11:00
Penicil·lina (mg)	300			

Resposta correcta:

Hora	8:00	9:00	10:00	11:00
Penícil·lina (mg)	300	180	108	64,8 o 65

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta oberta

Grup de competència: Connexions

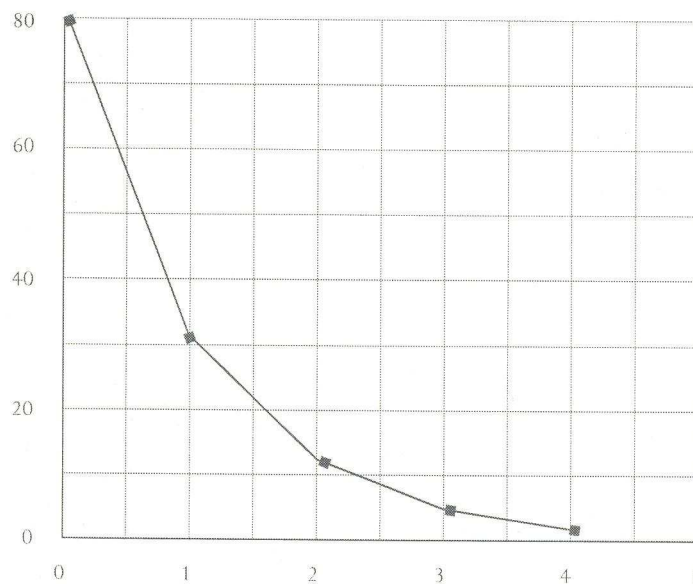
Subdimensió: Canvi i relacions

Situació: Científica

Pregunta 2

En Pere ha de prendre 80 mg d'un fàrmac per controlar la seva pressió sanguínia. El següent gràfic mostra la quantitat inicial del fàrmac i la quantitat que queda activa en la sang d'en Pere després d'un, dos, tres i quatre dies.

Quantitat de fàrmac actiu



Temps (dies) després de prendre el fàrmac

Quina quantitat de fàrmac queda activa al final del primer dia?

- A. 6 mg
- B. 12 mg
- C. 26 mg
- D. 32 mg

Resposta correcta: D (32 mg)
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Reproducció
Subdimensió: Canvi i relacions
Situació: Científica

Pregunta 3

En el gràfic de la pregunta precedent es pot veure que, cada dia, queda activa en la sang d'en Pere aproximadament la mateixa proporció de fàrmac en relació al dia anterior. Al final de cada dia, quina de les següents xifres representa el percentatge aproximat de fàrmac del dia anterior que queda actiu?

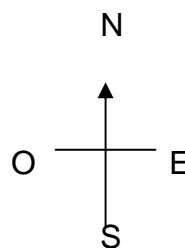
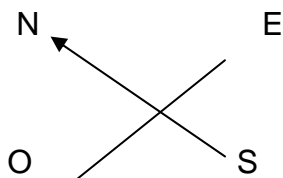
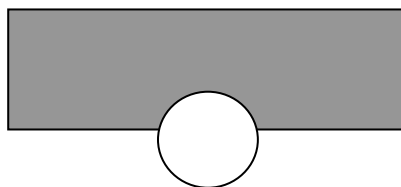
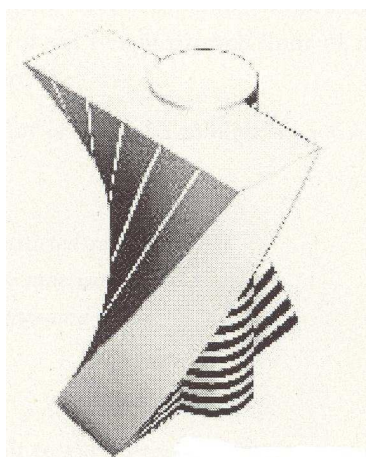
- A. 20%.
- B. 30%.
- C. 40%.
- D. 80%.

Resposta correcta: C (40%)
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Canvi i relacions
Situació: Científica
Situació: Científica

L'EDIFICI CARGOLAT

En l'arquitectura moderna els edificis sovint tenen formes inusuals. La imatge següent mostra un model dissenyat per ordinador d'un "edifici cargolat" i un pla de la planta baixa.

Els punts cardinals mostren l'orientació de l'edifici.



A la planta baixa de l'edifici hi ha l'entrada principal i un espai per a botigues. Per damunt de la planta baixa hi ha 20 pisos d'habitatges.

El pla de cada planta és similar al de la planta baixa, però l'orientació de cada planta és lleugerament diferent de la de la planta immediatament inferior. En el cilindre es troben el forat de l'ascensor i un vestíbul per a cada planta.

Pregunta 1

Calcula l'altura total de l'edifici en metres. Explica com has trobat la resposta.

Resposta correcta: entre 50 i 90 metres (cal donar una explicació correcta)

Tipus de pregunta: Pregunta de resposta construïda oberta

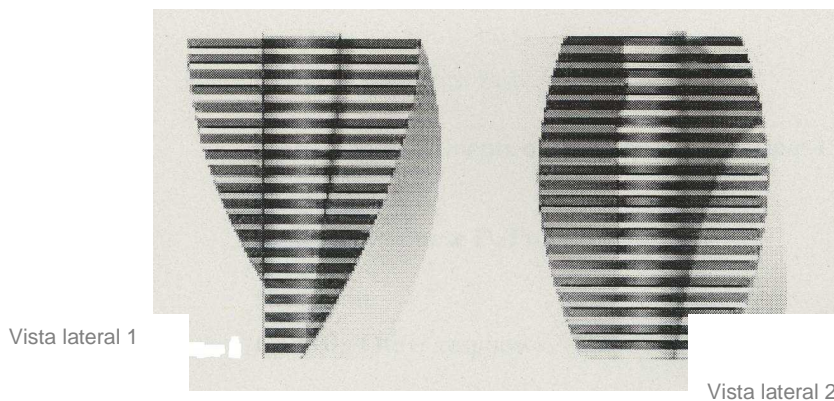
Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Espai i forma

Situació: Pública

Pregunta 2

Les imatges següents són vistes laterals de l'edifici cargolat.



Des d'on s'ha obtingut la vista lateral 1?

- A. Des del nord.
- B. Des de l'oest.
- C. Des de l'est.
- D. Des del sud.

Resposta correcta: C (des de l'est).

Tipus de pregunta: Elecció múltiple

Grup de competència: Connexions

Subdimensió: Espai i forma

Situació: Pública

Pregunta 3

Des de quina orientació s'ha obtingut la vista lateral 2?

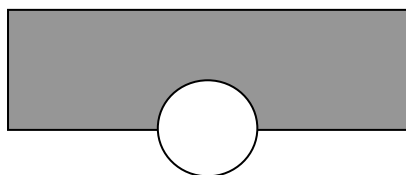
- A. Des del nord-oest.
- B. Des del nord-est.
- C. Des del sud-oest.
- D. Des del sud-est.

Resposta correcta: D (des de sud-est)
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Espai i forma
Situació: Pública

Pregunta 4

Cada planta dels habitatges té certa "torsió" pel que fa a la planta baixa. L'última planta (la 20^a per damunt de la planta baixa) forma un angle recte amb la planta baixa. La figura de sota representa la planta baixa.

Dibuixa en aquest mateix gràfic el pla de la 10^a planta, mostrant com queda situada en referència a la planta baixa.



Resposta correcta: S'accepten angles de de 40° a 50°.
Tipus de pregunta: Resposta construïda oberta
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Espai i forma
Situació: Pública

EL CONCERT DE ROCK

Pregunta 1

En un concert de rock es va reservar per al públic un terreny rectangular amb unes dimensions de 100 m per 50 m. Es van vendre totes les entrades i el terreny es va omplir de fans, tots drets.

Quina de les següents xifres constitueix la millor estimació del número total d'assistents al concert?

- A. 2.000
- B. 5.000
- C. 20.000
- D. 50.000
- E. 100.000

Resposta correcta: C (20.000)
Tipus de pregunta: Elecció múltiple
Grup de competència: Connexions
Subdimensió: Quantitat
Situació: Pública

PASSADISSOS MÒBILS

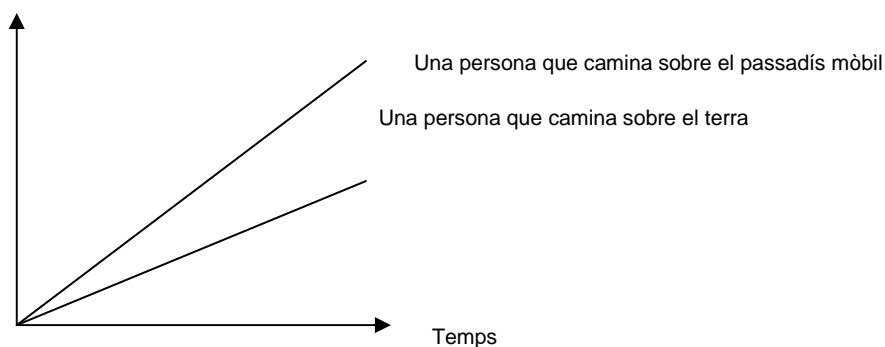
Pregunta 1

A la dreta hi ha una fotografia de passadissos mòbils.



El següent gràfic distància-temps permet comparar entre “caminar sobre el passadís mòbil” i “caminar sobre el terra al costat del passadís mòbil”.

Distància des de l'inici del passadís mòbil



Suposant que, en el gràfic anterior, el ritme del pas és aproximadament el mateix per a les dues persones, afegeix una línia al gràfic que representi la distància en relació al temps per a una persona que està quieta sobre el passadís mòbil.

Resposta correcta: Respostes que mostren una línia per sota de les dues línies, però ha d'estar més a prop de la línia de Persona caminant sobre el sòl que de l'eix horitzontal.

Tipus de pregunta: Resposta construïda oberta

Grup de competència: Reflexió

Subdimensió: Canvi i relacions

Situació: Científica

5.3. Ítems alliberats de PISA 2003

CAMINANT

La fotografia mostra les petjades d'un home caminant. La longitud del pas P és la distància entre els extrems posteriors de dues petjades consecutives.



Per als homes, la fórmula $n/P = 140$ dona una relació aproximada entre n i P essent,
 n = nombre de passos per minut, i

P = longitud del pas en metres

Pregunta 1

Si s'aplica la fórmula a l'Enric i aquest fa 70 passos per minut, quina és la longitud del pas de l'Enric? Explica com ho calcules.

Subescala: Canvi i relacions (personal – reproducció)

Resposta correcta: 0,5m o bé 50cm

Dificultat: 611 (nivell 5)

Encerts: Catalunya 33,9%

Espanya 38,4%

OCDE 36,3%

Pregunta 2

En Bernat sap que els seus passos són de 0,80 metres. Aplica la fórmula a les passes d'en Bernat.

Calcula la velocitat a què camina en Bernat en metres per minut i en quilòmetres per hora. Explica com ho calcules.

Subescala: Canvi i relacions (personal – connexions)

Resposta correcta: 89,6 m/min. 5,4 Km/h

Dificultat: 605 (nivell 4)

*Encerts: Catalunya 24,9%
Espanya 23,7%
OCDE 19,9%*

CUBS

Pregunta 1

En aquesta fotografia pots veure sis daus, etiquetats de l'(a) fins a l'(f).

Per a tots els daus és vàlida la regla següent:

La suma dels punts de dues cares oposades és sempre set.



Escriu en cada cel·la el nombre de punts que té la cara **inferior** de cadascun dels daus que surten a la fotografia.

(a) (b) (c)

(d) (e) (f)

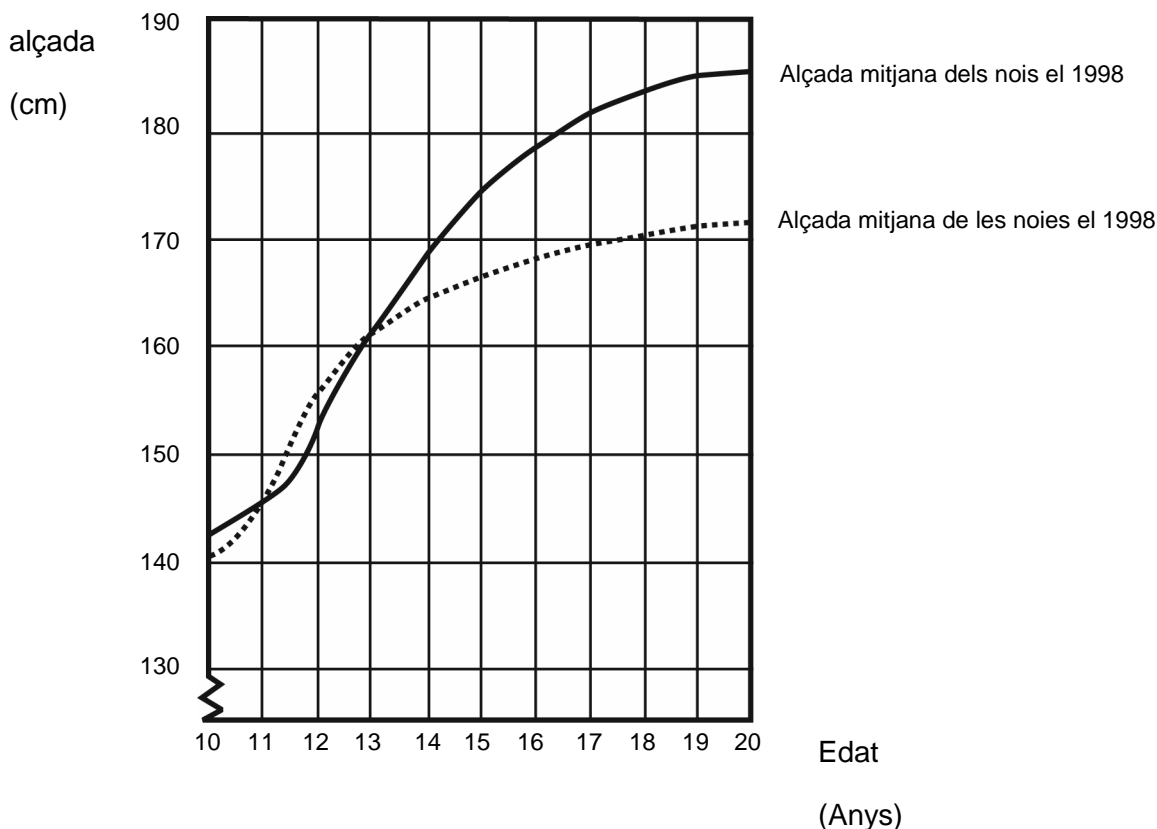
*Subescala: Espai i forma (ocupacional– reproducció)
Resposta correcta: (1,5,4) (2,6,5)
Dificultat: 478 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 78,0%
Espanya 72,5%
OCDE 68,0%*

CREIXENT

EL JOVENT CADA VEGADA CREIX MÉS

En el gràfic següent es representa l'alçada mitjana dels nois i noies dels Països Baixos l'any 1998.



Pregunta 1

Des de 1980, l'alçada mitjana de les noies de 20 anys ha augmentat 2,3 cm, fins a arribar als 170,6 cm. Quina era l'alçada mitjana de les noies de 20 anys el 1980?

Resposta: cm

Subescala: Canvi i relacions (científica - reproducció)

Resposta correcta: 168,3 cm

Dificultat: 477 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 68,7%

Espanya 66,6%

OCDE 67,0%

Pregunta 2

Explica com està reflectit en el gràfic que la taxa de creixement de l'alçada mitjana de les noies disminueix a partir dels 12 anys.

.....

Subescala: Canvi i relacions (científica - connexions)
Resposta correcta: Cal referir-se a la pendent de la corba
Dificultat: 574 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 52,0%
Espanya 36,5%
OCDE 44,8%

Pregunta 3

Segons aquest gràfic, a quin període de la vida l'alçada mitjana de les noies supera la dels nois de la mateixa edat?

.....

Subescala: Canvi i relacions (científica - reproducció)
Resposta correcta: Entre els 11 anys i els 13 anys
Dificultat: 420 (nivell 1)

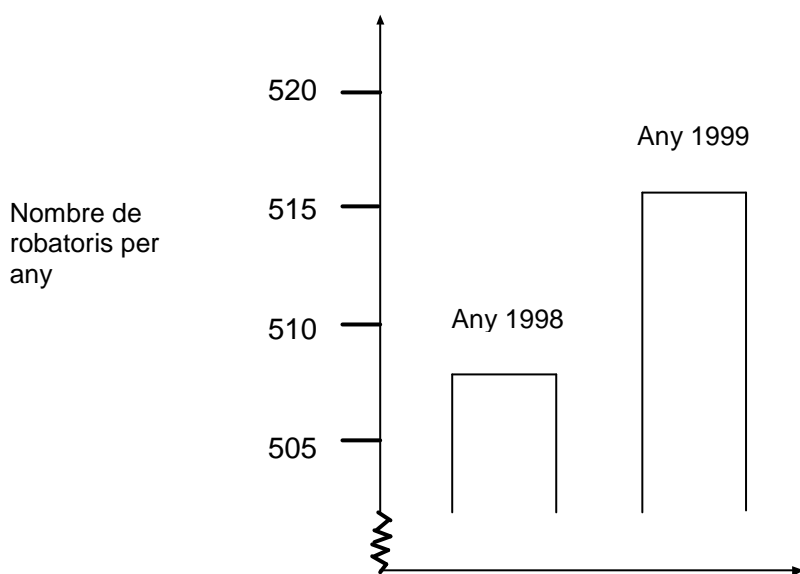
Encerts: Catalunya 57,0%
Espanya 62,4%
OCDE 54,7%

ROBATORIS

Pregunta 1

Un periodista de TV va mostrar aquest gràfic i va dir:

“El gràfic mostra que el nombre de robatoris ha augmentat enormement des del 1998 fins al 1999.”



Consideres que l’afirmació del periodista és una interpretació raonable del gràfic? Explica-ho breument de manera raonada.

.....

.....

.....

.....

.....

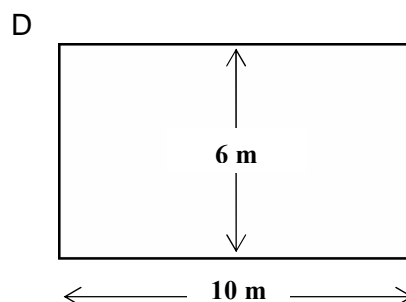
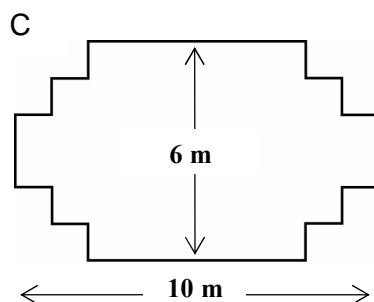
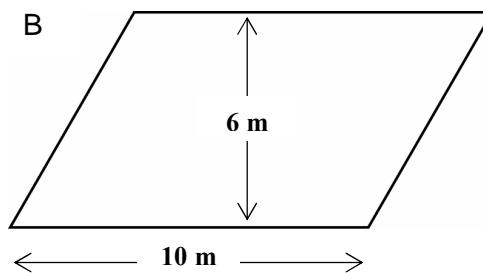
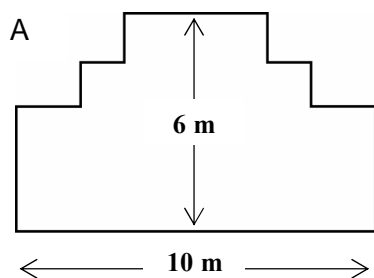
Subescala: Incertesa (públic – connexions)
Resposta correcta: No. Però cal raonar-ho
Dificultat: 577 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 26,6%
Espanya 31,3%
OCDE 28,1%

FUSTER

Pregunta 1

Un fuster té 32 metres de fusta i vol construir un parterre en el jardí. Per fer-ho, imagina els dissenys següents.



Encercla "sí" o "no" per a cada disseny per indicar si es pot tapiar o no el parterre amb els 32 metres de fusta.

Disseny del parterre	Amb aquest disseny es pot tapiar o no el parterre, amb els 32 metres de fusta?
Disseny A	sí / no
Disseny B	sí / no
Disseny C	sí / no
Disseny D	sí / no

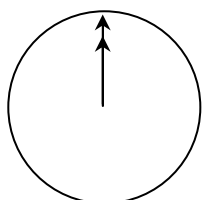
Subescala: Espai i forma (educativa – connexions)
 Resposta correcta: sí, no, sí, sí.
 Dificultat: 687 (nivell 6)

Encerts: Catalunya 7,0%
 Espanya 12,9%
 OCDE 20,0%

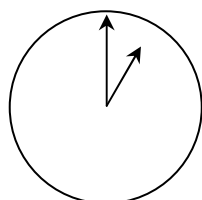
FER UN XAT

Mark (de Sidney, Austràlia) i Hans (de Berlín, Alemanya) es comuniquen sovint a través d'Internet mitjançant el "xat". Per poder fer el "xat" han de connectar-se a Internet tots dos alhora.

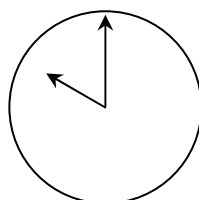
Per trobar una hora apropiada per al "xat", Mark va buscar un mapa horari mundial i va trobar el següent:



Greenwich 12 de la nit



Berlín 1:00 de la nit



Sidney 10:00 del matí

Pregunta 1

Quan són les 7:00 de la tarda a Sidney, quina hora és a Berlín?

Resposta: _____

Subescala: Canvi i relacions (personal – connexions)

Resposta correcta: 10.00h

Dificultat: 533 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 47,1%

Espanya 46,0%

OCDE 53.7%

Pregunta 2

Mark i Hans no poden mantenir el "xat" entre les 9:00 del matí i les 4:30 de la tarda, de les seves respectives hores locals, perquè han d'anar al col·legi. Tampoc no ho poden fer des de les 11:00 de la nit fins a les 7:00 del matí de les seves respectives hores locals perquè estaran dormint.

A quines hores podrien fer el "xat" Mark i Hans? Escriu les respectives hores locals a la taula.

Lloc	Hora
Sidney	
Berlín	

Subescala: Canvi i relacions (personal – reflexió)
Resposta correcta: Sidney. 4.30-6.00 de la tarda
Berlín: 7.30-9.00 del matí
(Hi ha altres respostes possibles amb 9 hores de diferència)
Dificultat: 636 (nivell 5)

Encerts: Catalunya 22,4%
Espanya 21,6%
OCDE 28,8%

TIPUS DE CANVI

Mei-Ling de Singapur s'estava preparant per anar a Sudàfrica com a estudiant d'intercanvi durant 3 mesos. Necessitava canviar uns quants dòlars de Singapur (SGD) en rands sud-africans (ZAR).

Pregunta 1

Mei-Ling es va assabentar que el tipus de canvi entre els dòlars de Singapur i els rands sudafricans era de:

1 SGD = 4,2 ZAR

Mei-Ling va canviar 3.000 dòlars de Singapur en rands sudafricans amb aquest tipus de canvi.

Quants diners va rebre Mei-Ling en rands sudafricans?

Resposta: _____

Subescala: Quantitat (pública – reproducció)
Resposta correcta: 12.600 ZAR
Dificultat: 406 (nivell 1)

Encerts: Catalunya 81,2%
Espanya 79,0%
OCDE 79,7%

Pregunta 2

En tornar a Singapur, tres mesos després, a Mei-Ling li quedaven 3.900 ZAR. Els va canviar en dòlars de Singapur, i es va adonar que el tipus de canvi havia canviat a:

1 SGD = 4,0 ZAR

Quants diners va rebre en dòlars de Singapur?

Resposta: _____

Subescala: Quantitat (pública – reproducció)

Resposta correcta: 975 SGD

Dificultat: 439 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 71,9%

Espanya 72,0%

OCDE 73,9

Pregunta 3

Durant aquests 3 mesos, el tipus de canvi havia passat de 4,2 a 4,0 ZAR per 1 SGD.

Va afavorir a Mei-Ling que el tipus de canvi fos de 4,0 ZAR en lloc de 4,2 ZAR quan va canviar els rands sudafricans per dòlars de Singapur? Dóna una explicació que justifiqui la teva resposta.

.....

.....

.....

Subescala: Quantitat (pública – reflexió)

Resposta correcta: Sí. Però cal l'explicació adequada

Dificultat: 586 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 36,8%

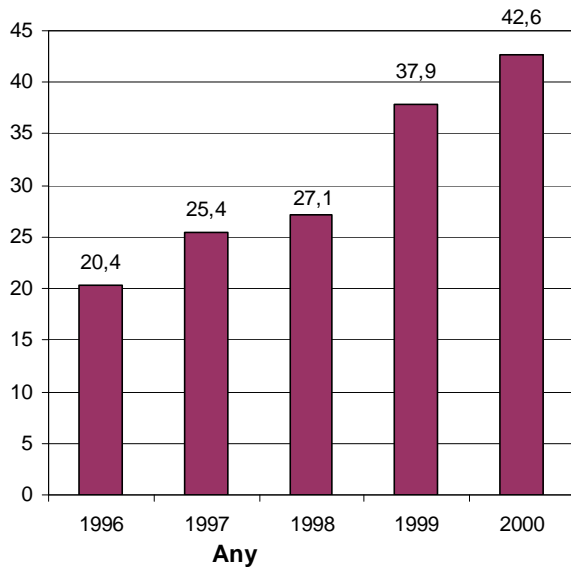
Espanya 30,3%

OCDE 40,3%

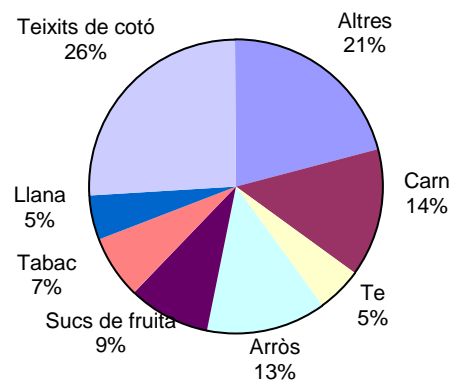
EXPORTACIONS

Els diagrames següents mostren informació sobre les exportacions de Zedlàndia, un país la moneda del qual és el zed.

Import total de les exportacions anuals de Zedlàndia en milions de zeds, 1996-2000



Distribució de les exportacions de Zedlàndia durant l'any 2000



Pregunta 1

Quin va ser l'import total (en milions de zeds) de les exportacions de Zedlàndia el 1998?

Resposta: _____

Subescala: Incertesa (pública – reproducció)

Resposta correcta: 27,1 milions de zeds

Dificultat: 427 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 83,8%

Espanya 82,6%

OCDE 78,8%

Pregunta 2

Quin va ser l'import dels suc de fruita exportats per Zedlàndia l'any 2000?

- A 1,8 milions de zeds.
- B 2,3 milions de zeds.
- C 2,4 milions de zeds.
- D 3,4 milions de zeds.
- E 3,8 milions de zeds.

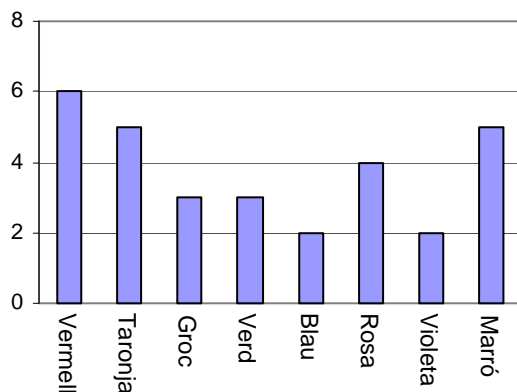
Subescala: Incertesa (pública –connexions)
Resposta correcta: 3,8 milions de zeds
Dificultat: 565 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 42,9%
Espanya 41,9%
OCDE 48,3

CARAMELS DE COLORS

Pregunta 1

La mare d'en Robert li deixa agafar un caramel d'una bossa. Ell no pot veure els caramels. El nombre de caramels de cada color que hi ha a la bossa es veu en el gràfic següent.



Quina és la probabilitat que en Robert agafi un caramel vermell?

- A 10%
- B 20%
- C 25%
- D 50%

Subescala: Incertesa (personal – reproducció)

Resposta correcta: 20%

Dificultat: 549 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 45,2%

Espanya 42,1%

OCDE 50,2%

EXAMEN DE CIÈNCIES

Pregunta 1

Al col·legi de la Irene, la seva professora de ciències els fa exàmens que puntuen de 0 a 100. La Irene té una mitjana de 60 punts en els seus primers quatre exàmens de ciències. En el cinquè examen va treure 80 punts.

Quina és la mitjana de les seves notes en ciències després dels cinc exàmens?

Mitjana =

Subescala: Incertesa (educativa – reproducció)

Resposta correcta: 64

Dificultat: 556 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 41,3%

Espanya 30,4%

OCDE 46,8%

PRESTATGERIES

Pregunta 1

Per construir una prestatgeria, un fuster necessita els elements següents:

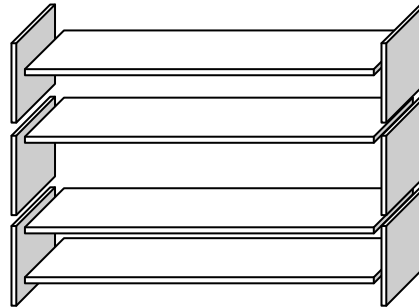
4 plafons llargs de fusta,

6 plafons curts de fusta,

12 clips petits,

2 clips grossos,

14 cargols



El fuster té, al magatzem, 26 plafons llargs de fusta, 33 plafons curts de fusta, 200 clips petits, 20 clips grossos i 510 cargols.

Quantes prestatgeries senceres pot construir el fuster?

Resposta:..... prestatgeries

Subescala: Quantitat (ocupacional – connexions)

Resposta correcta: 5

Dificultat: 449 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 60,9%

Espanya 57,0%

OCDE 60,9%

ESCOMBRARIES

Pregunta 1

Per fer un treball sobre el medi ambient, uns estudiants han recollit informació sobre el temps de descomposició de diversos tipus d'escombraries que la gent llença:

Tipus d'escombraries	Temps de descomposició
Pela de plàtan	1–3 anys
Pela de taronja	1–3 anys
Capses de cartró	0,5 anys
Xiclets	20–25 anys
Diaris	Uns pocs dies
Gots de plàstic	Més de 100 anys

Un estudiant pensa com representar els resultats mitjançant un diagrama de barres.

Dóna **una** raó per la qual no és adequat representar aquestes dades mitjançant un diagrama de barres.

.....

.....

.....

Subescala: Incertesa (científica – reflexió)
Resposta correcta: Raona la gran variació entre les dades
Dificultat: 551 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 45,5%
Espanya 54,7%
OCDE 51,6%

TERRATRÈMOL

Pregunta 1

Es va emetre un documental sobre terratrèmols i la freqüència amb què aquests ocorren. El documental incloïa una discussió sobre la possibilitat de predir els terratrèmols.

Un geòleg va dir: "En els pròxims vint anys, la possibilitat que ocorri un terratrèmol a la ciutat de Zed és de dos sobre tres".

Quina de les següents opcions reflecteix millor el significat de l'afirmació del geòleg?

- A. $2/3 \times 20 = 13,3$ llavors entre 13 i 14 anys a partir d'ara hi haurà un terratrèmol a la ciutat de Zed.
- B. $2/3$ és més gran que $1/2$, per la qual cosa es pot estar segur que hi haurà un terratrèmol a la ciutat de Zed en algun moment en els pròxims 20 anys.
- C. La probabilitat que hi hagi un terratrèmol a la ciutat de Zed en algun moment en els pròxims 20 anys és més gran que la probabilitat que no hi hagi cap terratrèmol.
- D. No es pot dir què passarà, perquè ningú no pot estar segur de quan tindrà lloc un terratrèmol.

Subescala: Incertesa (científica – reflexió)

Resposta correcta: C

Dificultat: 557 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 46,2%

Espanya 38,8%

OCDE 46,5%

ELECCIONS

Pregunta 1

En una pizzeria es pot escollir una pizza bàsica amb dos ingredients: formatge i tomàquet. A més, els clients poden triar els ingredients **addicionals** de la seva pròpia pizza. Es poden escollir d'entre quatre ingredients addicionals diferents: olives, pernil, xampinyons i salami.

En Jaume vol encarregar una pizza amb dos ingredients **addicionals** diferents.

Quantes combinacions diferents podria escollir en Jaume?

Resposta: combinacions.

Subescala: Quantitat (ocupacional – connexions)
Resposta correcta: 6
Dificultat: 559 (nivell 4)

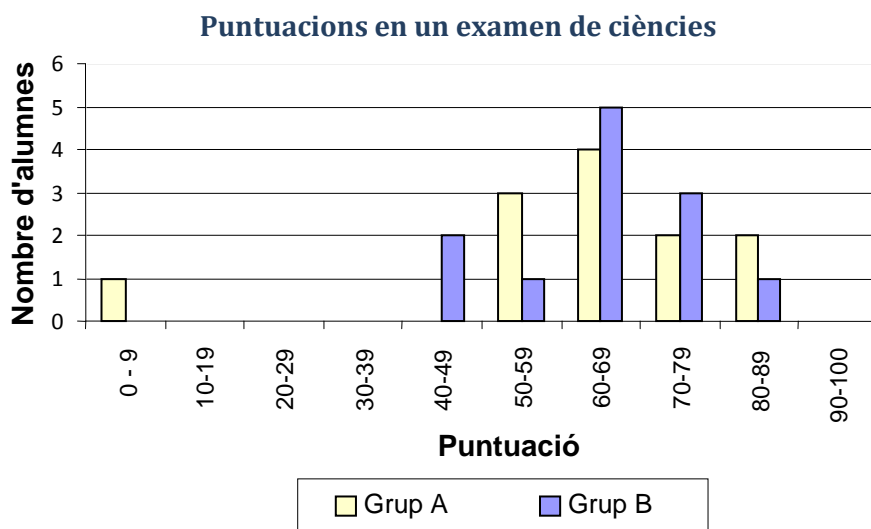
Encerts: Catalunya 47,7%
Espanya 51,7%
OCDE 48,8%

PUNTUACIONS EN UN EXAMEN

Pregunta 1

El diagrama següent mostra els resultats en un examen de ciències per a dos grups d'alumnes, denominats grup a i grup b.

La puntuació mitjana del grup a és 62,0 i la mitjana del grup b és 64,5. Els alumnes aproven aquest examen quan la seva puntuació és 50 o més.



En observar el diagrama, el professor afirma que, en aquest examen, el Grup B va ser millor que el Grup A.

Els alumnes del Grup A no hi estan d'acord. Intenten convèncer el seu professor que el Grup B no ha estat necessàriament el millor en aquest examen.

Dóna un argument matemàtic, utilitzant la informació del diagrama, que els alumnes del Grup A puguin fer servir per convèncer el professor.

.....

.....

.....

Subescala: Incertesa (educativa – connexions)

Resposta correcta: Cal argumentar-ho i relacionar-ho amb el nombre d'aprovat

Dificultat: 620 (nivell 5)

Encerts: Catalunya 38,0%

Espanya 27,8%






OCDE 32,2%

MONOPATÍ

En Marc és un gran fan del monopatí. Entra en una botiga anomenada PATINADORS per comprovar alguns preus.

En aquesta botiga pots comprar un monopatí complet. Però també pots comprar una fusta, un joc de 4 rodes, un joc de 2 eixos i un conjunt de peces per muntar i fer-te tu mateix el monopatí.

Els preus dels productes de la botiga són:

Producte	Preu en zeds	
Monopatí complet	82 o 84	
Fusta	40, 60 o 65	
Un joc de 4 rodes	14 o 36	
Un joc de 2 eixos	16	
Un conjunt de peces per muntar (coixinets, coixins de goma, cargols i femelles)	10 o 20	

Pregunta 1

En Marc vol muntar el seu propi monopatí. Quin és el preu mínim i el preu màxim dels monopatins muntats per un mateix amb les peces d'aquesta botiga?

(a) Preu màxim: zeds.

(b) Preu mínim zeds.

Subescala: Quantitat (personal – reproducció)

Resposta correcta: 137 i 80

Dificultat: 496 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 71,2%

Espanya 66,6%

OCDE 66,7%

Pregunta 2

La botiga ofereix tres fustes diferents, dos jocs de rodes diferents i dos conjunts diferents de peces per muntar. Només hi ha un joc d'eixos per triar.

Quants monopatins diferents pot construir en Marc?

A. 6

B. 8

C. 10

D. 12

Subescala: Quantitat (personal – reproducció)

Resposta correcta: 12

Dificultat: 570 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 45,8%

Espanya 43,0%

OCDE 45,5%

Pregunta 3

En Marc té 120 zeds per gastar i vol comprar el monopatí més car que pugui.

Quants diners hauria de gastar en Marc en cadascun dels 4 components? Posa la teva resposta a la taula de sota.

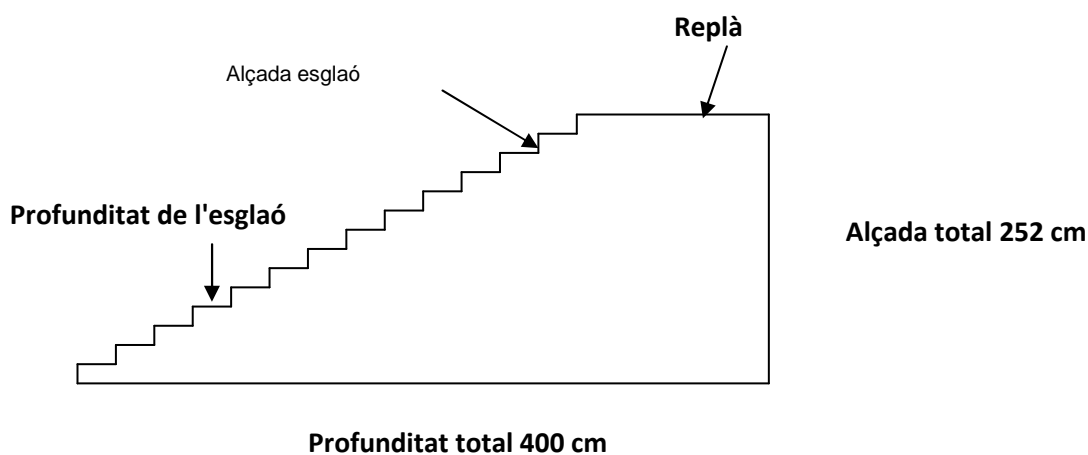
Component	Quantitat (zeds)
Fusta	
Rodes	
Eixos	
Peces per muntar	

Subescala: Quantitat (personal –connexions)
 Resposta correcta: 67, 14, 16, 20
 Dificultat: 554 (nivell 4)

Encerts: Catalunya 49,4%
 Espanya 46,0%
 OCDE 49,8%

ESCALA

Pregunta 1



L'esquema il·lustra una escala de 14 esglaons i una alçada total de 252 cm.

Quina és l'alçada de cadascun dels 14 esglaons?

Alçada = cm.

Subescala: *Espai i forma (ocupacional – reproducció)*
 Resposta correcta: 18
 Dificultat: 421 (nivell 2)

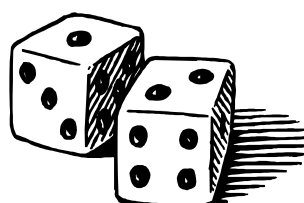
Encerts: Catalunya 76,2%
 Espanya 78,2%
 OCDE 78,0%

DAUS

Pregunta 1

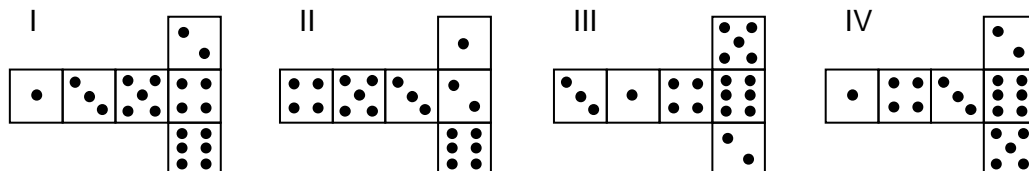
A la dreta, hi ha un dibuix de dos daus.

Els daus són cubs amb un sistema especial de numeració en els quals s'aplica la regla següent: La suma total de punts en dues cares oposades és sempre set.



Pots construir un dau senzill tallant, doblegant i enganxant cartró. Aquests daus es poden fer de moltes maneres. Al dibuix següent pots veure quatre retalls que es poden utilitzar per fer daus, amb punts a les cares.

Quina de les figures següents es pot doblegar per formar un dau que segueixi la regla que la suma de cares oposades sigui 7? Per a cada figura, envolta amb un cercle "sí" o



"no" a la taula de sota.

Forma	Segueix la regla que la suma de les cares oposades és 7?
I	Sí / No
II	Sí / No
III	Sí / No
IV	Sí / No

Subescala: Espai i forma (personal –connexions)
Resposta correcta: no, sí, sí, no, en aquest ordre
Dificultat: 503 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 62,1%
Espanya 59,6%
OCDE 63,0%

SUPORT AL PRESIDENT

Pregunta 1

A Zedlàndia, es van realitzar diversos sondeigs d'opinió per conèixer el nivell de suport al president a les properes eleccions. Quatre diaris van fer sondeigs separatament a tota la nació. Els resultats dels sondeigs dels quatre diaris es mostren a continuació:

Diari 1: 36,5% de suport (sondeig realitzat el 6 de gener, amb una mostra de 500 ciutadans triats a l'atzar i amb dret a vot).

Diari 2: 41,0% de suport (sondeig realitzat el 20 de gener, amb una mostra de 500 ciutadans triats a l'atzar i amb dret a vot).

Diari 3: 39,0% de suport (sondeig realitzat el 20 de gener, amb una mostra de 1.000 ciutadans triats a l'atzar i amb dret a vot).

Diari 4: 44,5% de suport (sondeig realitzat el 20 de gener, amb 1.000 lectors que van trucar per telèfon per votar).

Si les eleccions se celebren el 25 de gener, quin dels resultats dels diaris és més probable que sigui la millor predicció del nivell de suport al president? Dóna dues raons que justifiquin la teva resposta.

Subescala: Incertesa (públic – connexions)
Resposta correcta: Diari 3
Dificultat: 615 (nivell 5)

Encerts: Catalunya 30,6%
Espanya 26,8%
OCDE 35,7%

EL MILLOR COTXE

Una revista de cotxes utilitza un sistema de puntuacions per avaluar els nous cotxes i concedeix el premi "El millor cotxe de l'any" al cotxe amb la puntuació total més alta. S'estan avaluant cinc cotxes nous. Les seves puntuacions es mostren a la taula següent:

Cotxe	Seguretat (S)	Estalvi de combustible(C)	Disseny exterior (D)	Habitacle interior (H)
Ca	3	1	2	3
M2	2	2	2	2
Sp	3	1	3	2
N1	1	3	3	3
XK	3	2	3	2

Les puntuacions s'interpreten de la manera següent:

- 3 punts = Excel·lent
- 2 punts = Bo
- 1 punt = Acceptable

Pregunta 1

Per calcular la puntuació total d'un cotxe, la revista utilitza la regla següent, que dóna una suma ponderada de les puntuacions individuals:

$$\text{Puntuació total} = (3 \times S) + C + D + H$$

Calcula la puntuació total del cotxe "Ca". Escribeu la teva resposta a l'espai.

Puntuació total de "Ca" =

Subescala: Canvi i relacions (públic – reproducció)

Resposta correcta: 15 punts

Dificultat: 447 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 70,9%

Espanya 71,4%

OCDE 72,9%

Pregunta 2

El fabricant del cotxe "Ca" va pensar que la regla per obtenir la puntuació total no era justa.

Escriu una regla per calcular la puntuació total de manera que el cotxe "Ca" sigui el guanyador.

La teva regla ha d'incloure les quatre variables i has d'escriure la regla omplint amb nombres positius els quatre espais de l'equació següent.

Puntuació total =x S +x C +x D +x H.

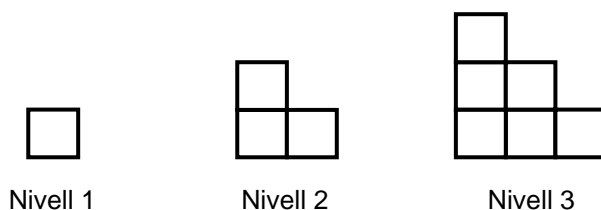
Subescala: Canvi i relacions (públic – reflexió)
Resposta correcta: La regla correcta que fa guanyador el cotxe "Ca"
Dificultat: 657 (nivell 5)

Encerts: Catalunya 22,5%
Espanya 22,2%
OCDE 25,4%

ESQUEMA D'ESCALA

Pregunta 1

En Robert construeix un esquema d'una escala fent servir quadrats. Heus aquí els passos que segueix:



Com podeu veure, utilitza un quadrat per al nivell 1, tres quadrats per al nivell 2 i sis quadrats per al nivell 3.

Quants quadrats haurà de fer servir per construir el quart nivell?

Resposta:..... quadrats.

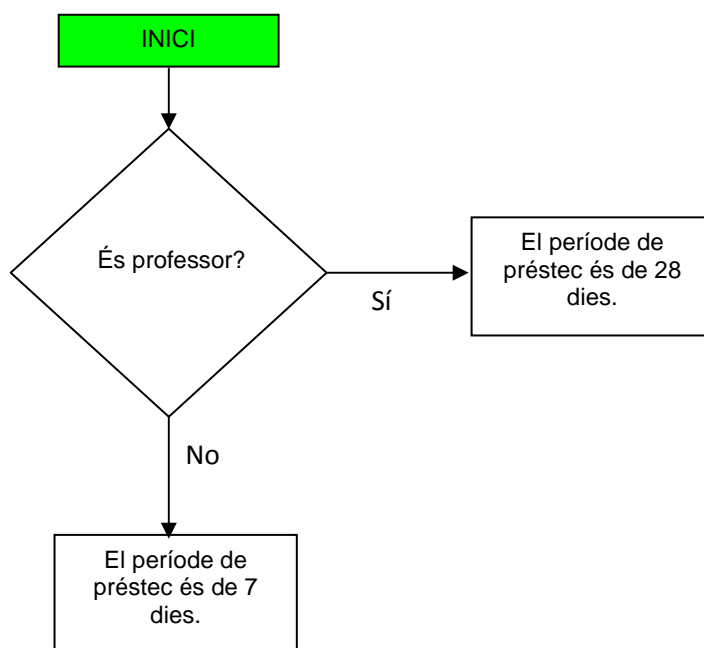
Subescala: Quantitat (educativa - reproducció)
Resposta correcta: 10
Dificultat: 484 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 68,5%
Espanya 69,4%
OCDE 66,2%

Resolució de problemes

SISTEMA DE PRÉSTEC BIBLIOTECARI

La biblioteca de l'Institut d'Ensenyament Secundari "Sèneca" té un senzill sistema de préstec de llibres: per al professorat, el període de préstec és de 28 dies; per a l'alumnat, el període de préstec és de 7 dies. L'esquema següent és un diagrama d'arbre que mostra aquest senzill sistema:



No obstant això, la biblioteca de l'Institut d'Ensenyament Secundari "Jules Verne" vol desenvolupar un altre sistema de préstec semblant però més complex:

- Les publicacions classificades com a "Reservades" tindran un període de préstec de 2 dies.
- El període de préstec per als llibres (no les revistes) que **no** siguin a la llista reservada serà de 28 dies per al professorat i de 14 dies per als estudiants.
- El període de préstec de les revistes **no** incloses en la llista reservada serà, per a tots, de 7 dies.
- Les persones que es retardin en la devolució no podran demanar cap altre préstec.

Pregunta 1

Ets un estudiant de l'Institut d'Ensenyament Secundari "Jules Verne" i no tens cap retard en les devolucions dels préstecs de la biblioteca. Vols demanar prestat un llibre que NO és a la llista dels llibres reservats. Quin és el teu període de préstec?

Resposta: _____ dies

Tipus: anàlisi i disseny de sistemes

Resposta correcta: 14 dies

Dificultat: 437 (nivell 1)

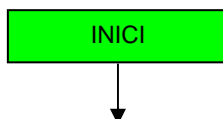
Encerts: Catalunya 73,8%

Espanya 64,9%

OCDE 74,8%

Pregunta 2

Dibuixa un diagrama d'arbre per al sistema de préstec bibliotecari de l'**Institut d'Ensenyament Secundari "Jules Verne"**, de manera que serveixi per dissenyar un sistema automatitzat de comprovació per manejar els préstecs de la biblioteca. El sistema de comprovació que dissenyis ha de ser el més eficient possible (amb el menor nombre possible de passos de comprovació). Observa que cada etapa de control només ha de presentar dues opcions que han d'anar etiquetades correctament (per exemple: "Sí" i "No").



Tipus: anàlisi i disseny de sistemes

Resposta correcta: Ordenació lògica dels quatre passos

Dificultat: 693 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 5,0%

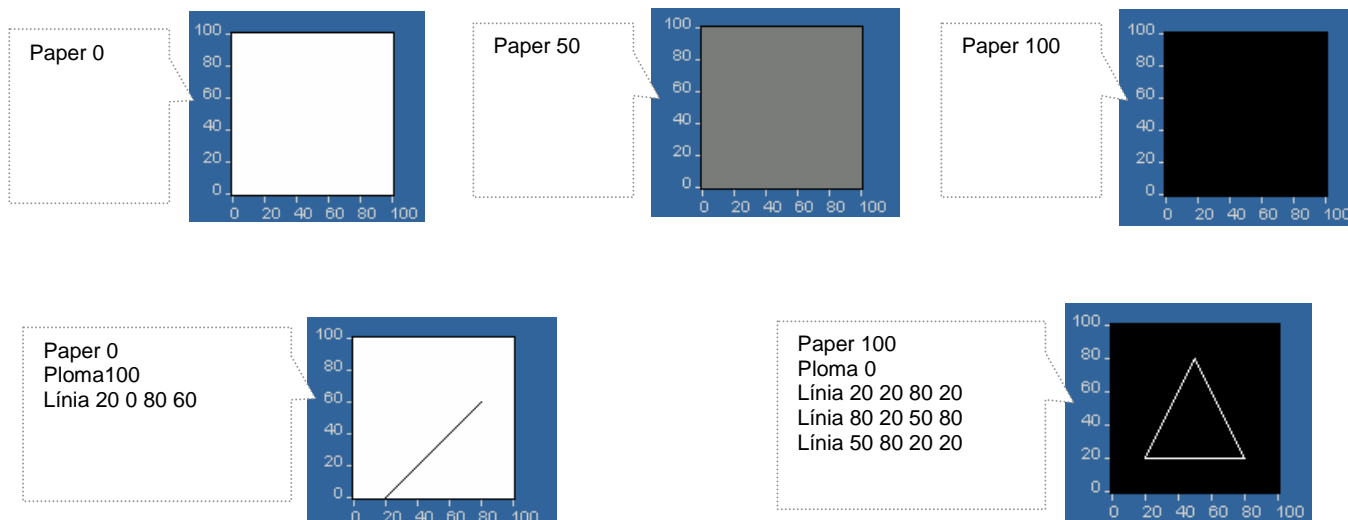
Espanya 3,4%

OCDE 9,8%

DISSENY PER ORDINADOR

Disseny per ordinador és una eina de disseny per a la creació de gràfics per ordinador. Els dibuixos es generen donant un conjunt d'ordres al programa.

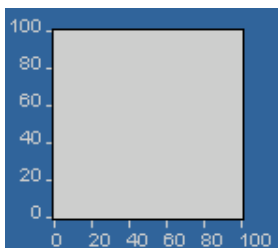
Estudia atentament les ordres i els dibuixos següents abans de contestar les preguntes.



Pregunta 1

Quina de les ordres següents va generar el gràfic que s'observa a continuació?

- A Paper 0
- B Paper 20
- C Paper 50
- D Paper 75



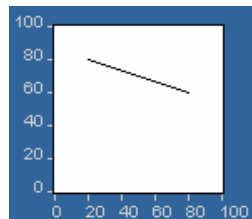
Tipus: anàlisi i disseny de sistemes
Resposta correcta: Paper 20
Dificultat: 544 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 48,8%
Espanya 42,7%
OCDE 50,3%

Pregunta 2

Quin dels següents conjunts d'ordres genera el gràfic que es mostra a continuació?

- A Paper 100 Ploma 0 Línia 80 20 80 60
- B Paper 0 Ploma 100 Línia 80 20 60 80
- C Paper 100 Ploma 0 Línia 20 80 80 60
- D Paper 0 Ploma 100 Línia 20 80 80 60



Tipus: anàlisi i disseny de sistemes

Resposta correcta: D

Dificultat: 553 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 49,9%

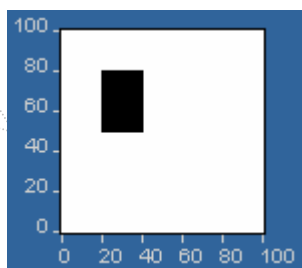
Espanya 46,0%

OCDE 48,3%

Pregunta 3

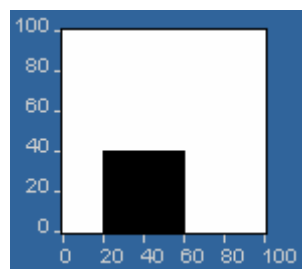
El gràfic següent mostra un exemple de la utilització de l'ordre *Repetir*.

Paper 0
 Ploma 100
 Repetir A 50 80
 {Línia 20 A 40 A}



La instrucció *Repetir A 50 80* diu al programa que repeteixi l'acció que hi ha entre claus { } per a valors successius d'A, des d'A=50 fins a A=80.

Escriu les ordres que generen el gràfic següent:



Tipus: anàlisi i disseny de sistemes
Resposta correcta: paper 0. Ploma 100. Repetir A 0 40. Línia 20 A 60 A
O bé, paper 0. Ploma 100. Repetir A 20 60. Línia A 0 A 40
Dificultat: 600 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 38,2%
Espanya 38,7%
OCDE 34,2%

PROGRAMACIÓ DE LA CARRERA

Una escola tècnica ofereix les 12 assignatures següents per a una carrera de 3 anys, en què la durada de cada assignatura és d'un any :

	Codi de l'assignatura	Nom de l'assignatura
1	M1	Mecànica. nivell 1
2	M2	Mecànica. nivell 2
3	E1	Electrònica. nivell 1
4	E2	Electrònica. nivell 2
5	B1	Estudis empresarials. nivell 1
6	B2	Estudis empresarials. nivell 2
7	B3	Estudis empresarials. nivell 3
8	C1	Sistemes informàtics. nivell 1
9	C2	Sistemes informàtics. nivell 2
10	C3	Sistemes informàtics. nivell 3
11	T1	Tecnologia i Gestió de la Informació. nivell 1
12	T2	Tecnologia i Gestió de la Informació. nivell 2

Pregunta 1

Cada estudiant cursarà 4 assignatures per any per tal d'aprovar així 12 assignatures en 3 anys.

Un estudiant només pot cursar una assignatura de nivell superior si ha aprovat la mateixa assignatura del nivell o els nivells inferiors. Per exemple, només pot cursar Estudis Empresarials de nivell 3 després d'haver aprovat Estudis Empresarials de nivell 1 i nivell 2.

A més, només pot escollir Electrònica de nivell 1 després d'haver aprovat Mecànica de nivell 1, i només pot escollir Electrònica de nivell 2 després d'haver aprovat Mecànica de nivell 2.

Completa la taula següent amb les assignatures que s'haurien d'oferir cada curs. Escriu a la taula els **codis** de cada assignatura.

	Assignatura 1	Assignatura 2	Assignatura 3	Assignatura 4
Primer curs				
Segon curs				
Tercer curs				

Tipus: anàlisi i disseny de sistemes

Resposta correcta: Mecànica no va abans que Electrònica i s'acompleixen la resta de condicions

Dificultat: 629 (nivell 3)

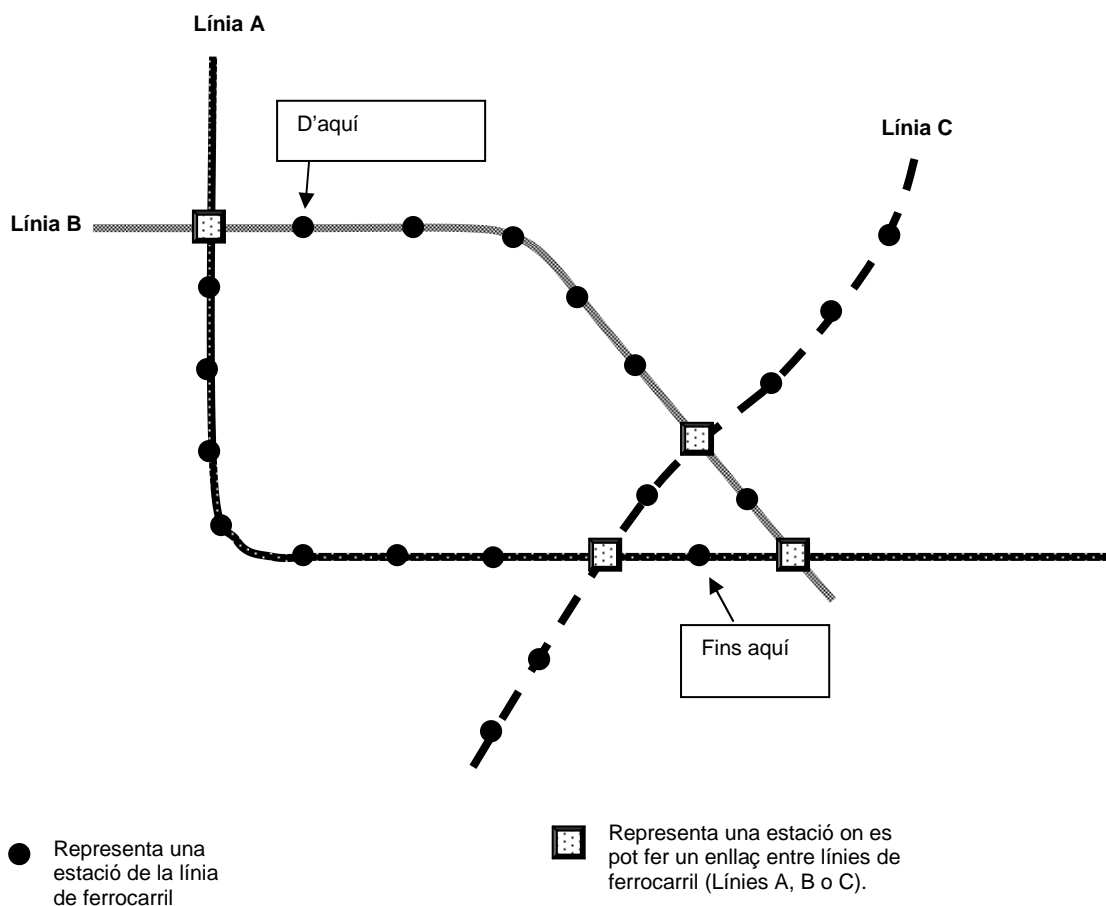
Encerts: Catalunya 28,9%

Espanya 28,2%

OCDE 26,4%

CORRESPONDÈNCIES

L'esquema següent mostra una part de la xarxa de transport públic d'una ciutat de Zedlàndia, amb tres línies de ferrocarril. Hi ha senyalat el lloc on sou i on heu d'anar:



El preu del bitllet es calcula en funció del nombre d'estacions que es recorren (sense comptar l'estació des d'on comença el viatge). Cada estació que es recorre costa 1 zed.

El temps que es triga a anar d'una estació a la següent és aproximadament de 2 minuts.

En els enllaços d'una línia a una altra, es triga uns 5 minuts.

Pregunta 1

A l'esquema anterior s'assenyala l'estació en què la persona es troba en aquest moment (*D'aquí*) i l'estació on ha d'anar (*Fins aquí*). Marca a l'esquema el millor trajecte (en termes econòmics i de temps) i indica el preu del bitllet que haurà de pagar i el temps aproximat de viatge.

Preu del bitllet: zeds

Temps aproximat de viatge:minuts

Tipus: presa de decisions

Resposta correcta: cal marcar la ruta correcta. 8 zeds. 21 minuts

Dificultat: 608 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 27,9%

Espanya 22,1%

OCDE: 25,7%

EL CAMPAMENT

El Departament de Serveis Socials de Zedlàndia està organitzant un campament de cinc dies per a joves. Se n'hi han apuntat 46 (26 noies i 20 nois), i vuit adults voluntaris (4 homes i 4 dones) hi aniran i organitzaran el campament.

Figura 1: Adults

Sra. Montserrat
Sra. Carolina
Sra. Olga
Sra. Patrícia
Sr. Esteve
Sr. Ricard
Sr. Guillem
Sr. Pere

Figura 2: Habitacions

Nom	Nombre de llits
Vermell	12
a	
Blava	8
Verda	8
Porpra	8
Taronja	8
Groga	6
Blanca	6

Normes de les habitacions:

1. Els nois i les noies han de dormir en habitacions separades.
2. A cadascuna de les habitacions hi ha de dormir almenys un adult.
3. L'adult o els adults que dormin a cada habitació ha de ser del mateix sexe que el dels joves.

Pregunta 1**Distribució de les habitacions.**

Omple la taula col·locant els 46 joves i els 8 adults a les habitacions segons les normes anteriors.

Nom	Nombre de nois	Nombre de noies	Nom o noms dels adults
Vermell a			
Blava			
Verda			
Porpra			
Taronja			
Groga			
Blanca			

Tipus: anàlisi i disseny de sistemes

Resposta correcta: s'acompleixen les sis condicions

Dificultat: 529 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 26,4%

Espanya 25,6%

OCDE 32,9%

EL CONGELADOR

La Joana va comprar un armari congelador nou. El manual dóna les instruccions següents:

- Endolli l'electrodomèstic al corrent i encengui'l.

Sentirà que el motor es posa en funcionament.

S'encendrà un llum vermell d'avís a la pantalla.

- Faci girar el control de temperatura fins a la posició desitjada. La posició 2 és la normal.

Posició	Temperatura
1	-15°C
2	-18°C
3	-21°C
4	-25°C
5	-32°C

El llum vermell d'avís restarà encès fins que la temperatura del congelador baixi prou.

Trigarà d'una a tres hores, segons la temperatura que triï.

- Posi el menjar al congelador al cap de quatre hores.

La Joana va seguir totes aquestes instruccions, però va seleccionar la posició 4 en el control de temperatura. Al cap de 4 hores, va posar el menjar al congelador.

Al cap de 8 hores, el llum vermell d'avís continuava encès, encara que el motor estava funcionant i el congelador era fred.

Pregunta 1

La Joana es preguntava si el llum d'avís funcionava correctament. Quina o quines de les accions i observacions següents indicarien que el llum funcionava correctament?

Encercleu "Sí" o "No" per a cadascun dels tres casos

Acció i observació	L'observació indica que el llum funciona correctament?
Va posar el control de temperatura en la posició 5 i el llum vermell es va apagar.	Sí / No
Va posar el control de temperatura en la posició 1 i el llum vermell es va apagar.	Sí / No
Va posar el control de temperatura en la posició 1 i el llum vermell va continuar encès.	Sí / No

Tipus: Resolució de problemes

Resposta correcta: no, sí, no, en aquest ordre

Dificultat: 573 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 37,5%

Espanya 34,2%

OCDE 44,6%

Pregunta 2

La Joana va llegir altre cop el manual per veure si havia comès algun error. Va trobar les sis advertències següents:

1. No connecti l'aparell a un endoll sense presa de terra.
2. No esculli temperatures més baixes del necessari (-18 °C és la normal).
3. No s'han d'obstruir les reixes de ventilació. Això pot disminuir la capacitat de refredament de l'aparell.
4. No congeli enciams, raves, raïm, pomes i peres senceres o carn amb greix.
5. No salpebri ni condimenti els aliments frescos abans de posar-los al congelador.
6. No obri la porta del congelador gaire sovint.

De les sis advertències anteriors, quina o quines podrien ser la causa del retard a apagar-se el llum d'avís?

Encercla *Sí* o *No* per a cadascuna de les sis advertències ignorades per la Joana.

Advertència	No fer cas d'aquesta advertència podria ser la causa del retard a apagar-se el llum d'avís?
Advertència 1	Sí / No
Advertència 2	Sí / No
Advertència 3	Sí / No
Advertència 4	Sí / No
Advertència 5	Sí / No
Advertència 6	Sí / No

Tipus: Resolució de problemes

Resposta correcta: no, sí, sí, no, no, sí, en aquest ordre

Dificultat: 551 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 47,7%

Espanya 44,3%

OCDE 49,2%

ENERGIA NECESSÀRIA

Aquest problema tracta de l'elecció d'aliments per ajustar-se a l'energia que necessita una persona de Zedlàndia. La taula següent mostra l'energia necessària recomanada per a diferents tipus de persones en quilojoules (kJ).

QUANTITAT D'ENERGIA NECESSÀRIA DIÀRIA RECOMANADA PER ALS ADULTS			
		HOMES	DONES
Edat (anys)	Nivell d'activitat	Energia necessària (kJ)	Energia necessària (kJ)
De 18 a 29	Suau	10.660	8.360
	Moderat	11.080	8.780
	Intens	14.420	9.820
De 30 a 59	Suau	10.450	8.570
	Moderat	12.120	8.990
	Intens	14.210	9.790
De 60 o més	Suau	8.780	7.500
	Moderat	10.240	7.940
	Intens	11.910	8.780

NIVELL D'ACTIVITAT D'ACORD AMB EL TREBALL

Suau:	Moderat:	Intens:
Dependent	Professor	Paleta
Oficinista	Comercial	Jornaler
Mestressa de casa	Infermera	Esportista

Figura 1**Pregunta 1**

En David Costa és un professor de 45 anys. Quina hauria de ser la seva quantitat diària recomanada d'energia necessària en kJ?

Resposta: _____ quilojoules

Tipus: presa de decisions
Resposta correcta: 12.120 quilojoules
Dificultat: 361 (nivell menor d'1)

Encerts: Catalunya 79,2%
Espanya 82,4%
OCDE 84,8%

La Joana Rius és una saltadora d'alçada de 19 anys. Un vespre, un dels seus amics la convida a sopar en un restaurant. A continuació es presenta el menú.

MENÚ		Estimació de l'energia que aporta cada plat, feta per la Joana (en kJ)
Sopes:	Sopa de tomàquet	355
	Crema de xampinyons	585

Carns:	Pollastre mexicà	960
	Pollastre caribeny	795
	Costelles de xai	920

Amanides:	Amanida de patates	750
	Amanida de formatge, pinya i nous	335
	Amanida de pasta	480

Postres:	Pastís de poma i gerds	1.380
	Pastís de formatge	1.005
	Pastís de maduixes	565

Batuts:	Xocolata	1.590
	Vainilla	1.470

<p>Menú del dia 50 zeds Sopa de tomàquet Pollastre caribeny Pastís de maduixes</p>
--

El restaurant té també un menú del dia.

Pregunta 2

La Joana anota tot el que menja cada dia. Aquell dia, abans del sopar, havia pres un total de 7.520 kJ d'energia.

La Joana **no** vol que la quantitat total d'energia que pren **sobrepassi o estigui per sota** en més o menys 500 kJ **de la quantitat diària recomanada d'energia necessària per a ella**.

Determina si el menú del dia permetria a la Joana mantenir-se dins dels ± 500 kJ respecte a la quantitat recomanada d'energia necessària per a ella. Explica la resposta escrivint els teus càlculs.

Tipus: presa de decisions

Resposta correcta: No. Però calen els càlculs correctes

Dificultat: 624 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 19,7%

Espanya 17,7%

OCDE 25,9%

ANAR AL CINE

Aquest problema tracta de com buscar un dia i una hora adequats per anar al cine.

L'Isaac, de 15 anys, vol organitzar una anada al cine amb dos amics de la seva mateixa edat durant la setmana de vacances escolars. Les vacances comencen el dissabte 24 de març i acaben el diumenge 1 d'abril.

L'Isaac va preguntar als seus amics quins dies i a quines hores podrien anar al cine. Va rebre les respostes següents:

Frederic: *“He de quedar-me a casa les tardes del dilluns i del dimecres per estudiar música de 14:30 a 15:30.”*

Sebastià: *“He d'anar a casa de la meva àvia els diumenges, de manera que no pot ser en diumenge. Ja he vist “Pokamin” i no la vull tornar a veure una altra vegada.”*

Els pares de l'Isaac insisteixen que només vagi a veure pel·lícules recomanades per a la seva edat i que no torni a casa a peu. Ells portaran els nois a les seves cases si el cine acaba més tard de les 22h.

L'Isaac mira les hores de començament de les pel·lícules de la setmana de vacances. La informació que troba és aquesta.

Reserva anticipada d'entrades. T: 924 576425 Telèfon 24 hores: 924 576303 Dimarts, dia de l'espectador: Totes les pel·lícules a 3 euros			
Pel·lícules que s'exhibeixen a partir del divendres 23 de març i que estaran en pantalla dues setmanes			
Els xiquets en la Xarxa		Pokamin	
113 minuts 14:00 (només de dl. a dv.) 21:35 (només els ds i dm.)	Recomanada per a majors de 12 anys.	105 minuts 13:40 (Cada dia) 16:35 (Cada dia)	Amb autorització dels pares. Per a tots els públics, però algunes escenes poden no ser recomanades per als més joves.
Monstres en les profunditats		Enigma	
164 minuts 19:55 (només dv i ds.)	Recomanada per a més grans de 18 anys.	144 minuts 15:00 (només de dl. a dv.) 18:00 (només ds i dm.)	Recomanada per a més grans de 12 anys.
Carnívor		El rei de la selva	
148 minuts 18:30 (Cada dia)	Recomanada per a més grans de 18 anys.	117 minuts 14:35 (només de dl. a dv.) 18:50 (només ds. i dm.)	Per a tots els públics.

Pregunta 1

Tenint en compte la informació que l'Isaac ha trobat sobre les pel·lícules i la informació dels seus amics, quines de les sis pel·lícules podrien anar a veure?

Encercla "Sí" o "No" per a cadascuna de les pel·lícules

Pel·lícula	Els tres nois poden anar a veure la pel·lícula?
Els xiquets en la Xarxa	Sí / No
Monstres en les profunditats	Sí / No
Carnívor	Sí / No

Pokamin	Sí / No
Enigma	Sí / No
El rei de la selva	Sí / No

Tipus: Presa de decisions
Resposta correcta: sí, no, no, no, sí, sí, en aquest ordre
Dificultat: 522 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 52,3%
Espanya 51,3%
OCDE 55,5%

Pregunta 2

Si triessin anar a veure “Els xiquets en la Xarxa”; quines de les dates següents serien apropiades per a ells?

- A Dilluns, 26 de març
- B Dimecres, 28 de març
- C Divendres, 30 de març
- D Dissabte, 31 de març
- E Diumenge, 1 d'abril

Tipus: Presa de decisions
Resposta correcta: C
Dificultat: 468 (nivell 1)

Encerts: Catalunya 50,3%
Espanya 62,8%
OCDE 68,1%

VACANCES

Aquest problema tracta de com organitzar el millor itinerari per a unes vacances.

Les figures 1 i 2 mostren un mapa de l'àrea i les distàncies entre les ciutats.

Figura 1: Mapa de les carreteres que hi ha entre les ciutats.

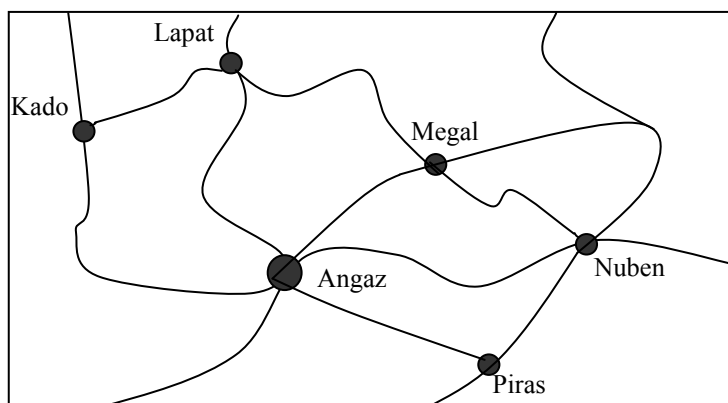


Figura 2: Distàncies més curtes entre les ciutats expressades en quilòmetres.

Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1.000	450		
Piras	300	850	800	600	250	
	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras
	z			l	n	

Pregunta 1

Calcula la distància més curta per carretera entre Nuben i Kado.

Distància: _____ quilòmetres

Tipus: Presa de decisions
Resposta correcta: 1.050 quilòmetres
Dificultat: 570 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 47,0%
Espanya 48,3%
OCDE 45,9%

Pregunta 2

La Marta viu a Angaz. Vol visitar Kado i Lapat. No pot recórrer **més de 300 quilòmetres** al dia, però pot escalonar el seu viatge fent nit als càmpings que hi ha entre les diferents ciutats.

La Marta farà **dues nits** a cada ciutat, de manera que pugui passar un dia sencer visitant cada ciutat.

Escriu a la taula següent l'itinerari de la Marta indicant on s'allotjarà cada nit.

Dia	Allotjament nocturn
1	Càmping entre Angaz i Kado.
2	
3	
4	
5	
6	
7	Angaz

Tipus: Presa de decisions

Resposta correcta: Kado, Kado, Lapat, Lapat, Camping.

Dificultat: 603 (nivell 3)

Encerts: Catalunya 28,1%

Espanya 25,09%

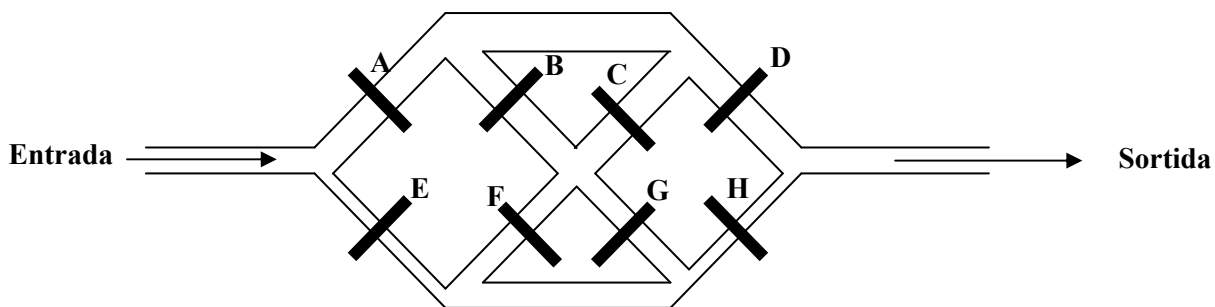
OCDE 33,5%

SISTEMA DE REC

A continuació es presenta un esquema d'un sistema de canals de rec per a zones de regadiu. Les comportes de la A fins la H es poden obrir i tancar per a deixar que l'aigua vagi allà on calgui. Quan una comporta es tanca, l'aigua no pot passar-hi.

El problema que es planteja és trobar una comporta que està encallada i que impedeix que l'aigua corri a través del sistema de canals.

Figura 1 : Un sistema de canals de rec



En Miquel s'adona que l'aigua no sempre va on se suposa que ha d'anar.

Pensa que una de les comportes està encallada, de manera que, quan se li envia l'ordre d'obrir-se, no s'obre.

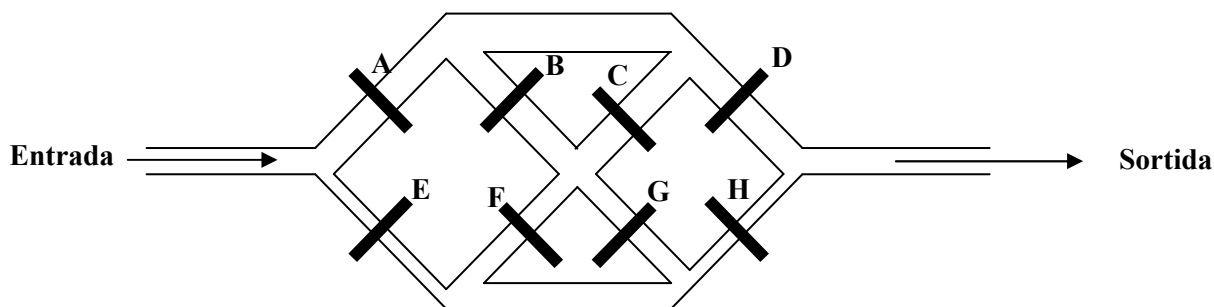
Pregunta 1

En Miquel fa servir la configuració d'ordres de la Taula 1 per comprovar les comportes.

Taula 1: Configuració d'ordres per a les comportes

A	B	C	D	E	F	G	H
Oberta	Tancada	Oberta	Oberta	Tancada	Oberta	Tancada	Oberta

Amb la configuració d'ordres per a les comportes que es mostra a la Taula 1, dibuixa a la figura que hi ha a continuació tots els camins possibles de corrent de l'aigua. Suposa que totes les comportes funcionen segons la configuració d'ordres anterior.



Tipus: resolució de problemes

Resposta correcta: Cal marcar el camí correcte en el diagrama

Dificultat: 497 (nivell 1)

Encerts: Catalunya 65,1%

Espanya 60,5%

OCDE 62,9%

Pregunta 2

En Miquel s'adona que quan les comportes reben les ordres segons la configuració d'ordres de la Taula 1 l'aigua no corre, la qual cosa indica que almenys una de les comportes que haurien d'estar "en posició oberta" està encallada i resta tancada.

Decideix per a cadascun dels problemes següents si l'aigua passarà fins a la sortida.

Encercla en cada cas "Si" o "No"

Problema	L'aigua passarà fins a la sortida?
La comporta A està encallada en posició tancada. Totes les altres comportes funcionen bé, segons l'establert a la Taula 1.	Si / No
La comporta D està encallada en posició tancada. Totes les altres comportes funcionen bé, segons l'establert a la Taula 1.	Si / No
La comporta F està encallada en posició tancada. Totes les altres comportes funcionen bé, segons l'establert a la Taula 1.	Si / No

Tipus: Resolució de problemes

Resposta correcta: no, sí, sí, en aquest ordre

Dificultat: 544 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 57,8%

Espanya 55,7%

OCDE 51,3%

Pregunta 3

En Miquel desitja poder examinar si la comporta D està encallada en posició tancada.

Assenyala a la taula següent la configuració d'ordres necessària per a les comportes per verificar si la comporta D està encallada en posició tancada quan està configurada en "posició Oberta".

*Configuració d'ordres per a les comportes
(escriu per a cadascuna d'elles Oberta o Tancada)*

A	B	C	D	E	F	G	H

Tipus: Resolució de problemes

Respostes correctes: a) H està tancada i totes les altres obertes.

b) A i E no estan tancades al mateix temps. D oberta. H només pot estar oberta si no hi arriba aigua, en cas contrari ha d'estar tancada.

Dificultat: 532 (nivell 2)

Encerts: Catalunya 39,7%

Espanya 44,6%

OCDE 54,4%

5.4. Ítems alliberats de PISA 2009

LÍQUENS

A causa de l'escalfament global del planeta, el gel d'algunes glaceres s'està desfent. Dotze anys després d'haver desaparegut el gel, unes plantes diminutes anomenades líquens començaran a créixer a les roques.

Els líquens, en créixer, van adquirint aproximadament la forma d'un cercle. La relació entre el diàmetre del cercle i l'edat del líquen es pot calcular aproximadament mitjançant la fórmula:

$$d = 7.0 \times \sqrt{t - 12} \quad \text{per a } t \geq 12$$

essent d el diàmetre del líquen en mil·límetres, i t el nombre d'anys transcorreguts des que el gel ha desaparegut.

Pregunta 1

Usant la fórmula, calcula el diàmetre que tindrà un líquen 16 anys després que el gel hagi desaparegut.

Resposta: _____

Resposta correcta: $d = 7,0 \times \sqrt{(16 - 12)} = 14$
o qualsevol altra expressió correcta més simple

Pregunta 2

L'Anna ha mesurat el diàmetre d'un líquen i fa 35 mil·límetres.

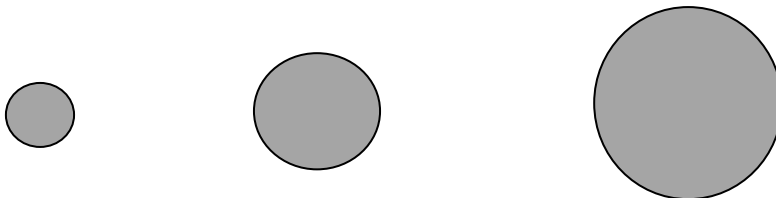
Quants anys han passat des que el gel va desaparèixer d'aquest lloc?

Mostra els teus càlculs.

*Resposta correcta: aproximadament 37 anys.
La resposta es pot obtenir mitjançant el mètode d'assaig i error/ mètode iteratiu o mètode algebraic.*

MONEDES

Et demanen que dissenyis un nou conjunt de monedes. Totes les monedes han de ser circulars i de color platejat, però de diferents diàmetres.



Els investigadors han arribat a la conclusió que un sistema ideal de monedes ha de complir els requisits següents:

- els diàmetres de les monedes no han de ser més petits de 15 mm ni més grans de 45 mm.
- el diàmetre de cada moneda ha de ser almenys un 30% major que l'anterior.
- la maquinària d'encunyar només pot produir monedes, els diàmetres de les quals estiguin expressats en un nombre enter de mil·límetres (per exemple 17 mm és vàlid, però 17,3 no).

Pregunta 1

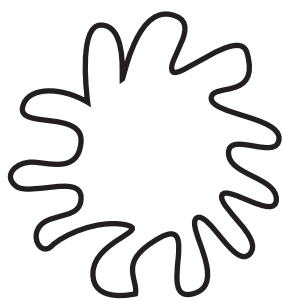
Dissenya un conjunt de monedes que satisfacin els requisits anteriors. Has de començar amb una moneda de 15 mm i el conjunt ha de tenir el major nombre de monedes possible.

Quins serien els diàmetres de les monedes del teu conjunt?

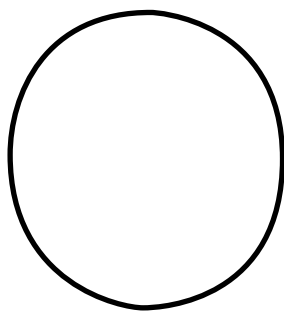
Resposta: _____

Resposta correcta: 15 – 20 – 26 – 34 – 45

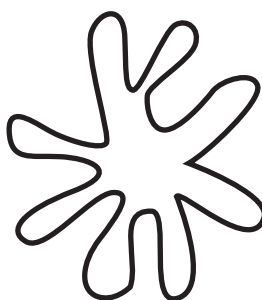
FIGURES



A



B



C

Pregunta 1

Quina de les figures té l'àrea més gran? Explica el teu raonament.

.....

Resposta correcta: La figura B, perquè les altres caben en el seu interior.

Pregunta 2

Descriu un mètode per trobar l'àrea de la figura C.

.....

Resposta correcta: Es dibuixa una quadrícula de quadrats sobre la figura i es compten els quadrats que estan plens per la figura en més de la seva meitat o bé es tallen els braços de la figura, es col·loquen les peces de tal forma que omplin un quadrat i es mesura el costat del quadrat.

Pregunta 3

Descriu un mètode per trobar el perímetre de la figura C.

.....

Resposta correcta: mètode pràctic, com per exemple mesurar la longitud d'un dels braços per trobar la seva longitud mitjana i després es multiplica per 8 (nombre de braços).

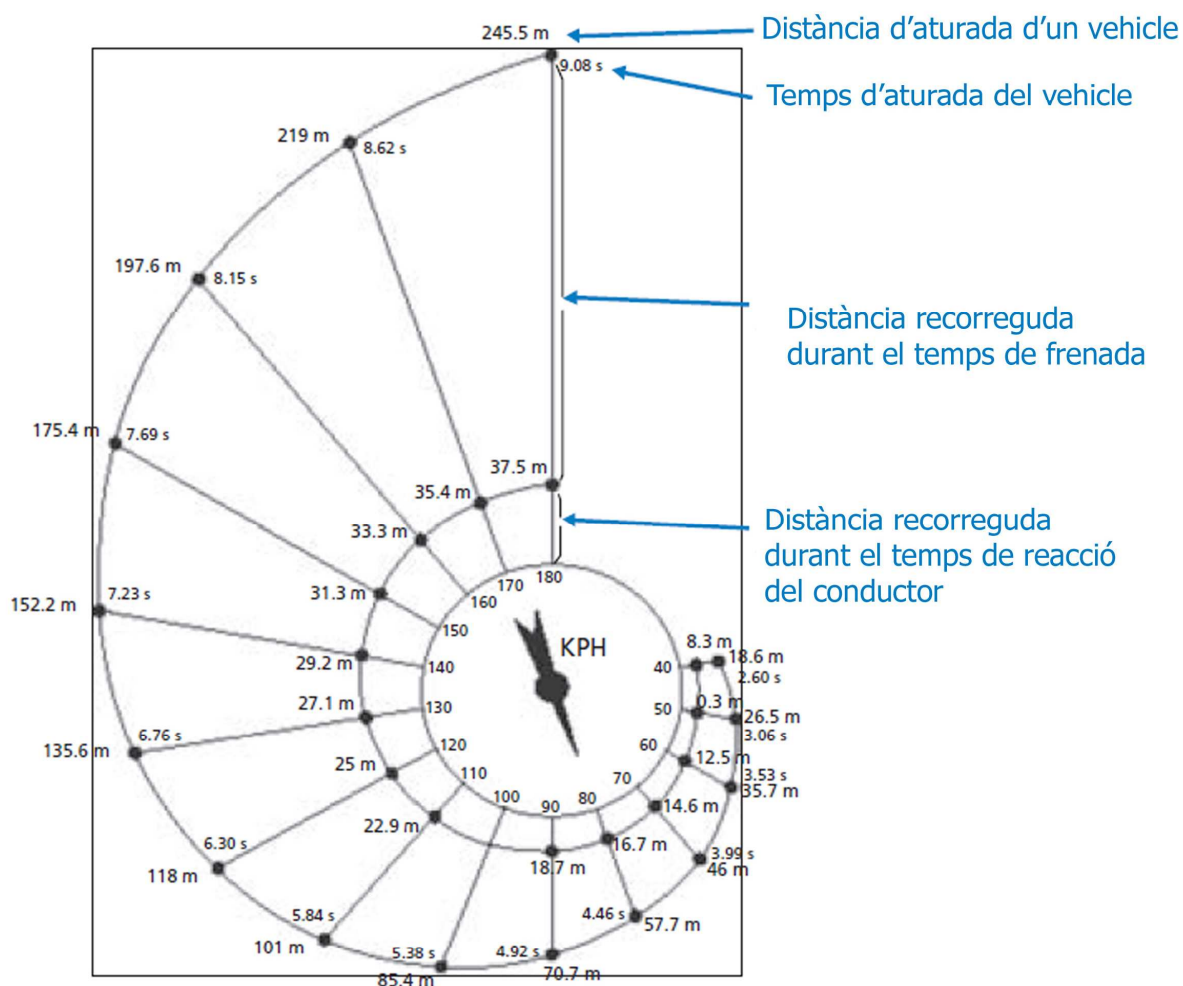
FRENANT

La distància aproximada per parar un vehicle en moviment és la suma de:

la distància recorreguda durant el temps que passa fins que el conductor comença a frenar (distància de reacció)

la distància recorreguda mentre es frena (distància de frenada)

El diagrama de cargol que es veu a sota mostra la distància teòrica de parada per a un vehicle quan les condicions per a la frenada són bones (un conductor concentrat, frens i pneumàtics en perfectes condicions, una carretera seca amb un bon paviment) i com aquesta distància depèn de la velocitat.



Font: La Prévention Routière, Ministère de l'Éducation nationale, de la Recherche et de la Technologie, França

Pregunta 1

Si un vehicle circula a 110 km/h, quina distància recorre durant el tems de reacció del conductor?

Resposta: _____

Resposta correcta: 22.9 metres

Pregunta 2

Si un vehicle circula a 110 km/h, quina distància total recorre abans d'aturar-se?

Resposta: _____

Resposta correcta: 101 metres

Pregunta 3

Si un vehicle circula a 110 km/h, quant de temps es triga a parar-lo completament?

Resposta: _____

Resposta correcta: 5.84 segons

Pregunta 4

Si un vehicle circula a 110 km/h, quina és la distància recorreguda mentre els frens s'estan accionant?

Resposta: _____

Resposta correcta: 78.1 metres

Pregunta 5

Un segon conductor, circulant en bones condicions, recorre en total 70,7 metres fins aturar el seu vehicle. A quina velocitat estava circulant el vehicle abans que s'accionessin els frens?

Resposta: _____

Resposta correcta: 90 km/h

PATI

Pregunta 1

En Joan vol pavimentar el pati rectangular de la seva casa nova. El pati medeix 5,25 metres de llarg i 3,00 metres d'ample. En Joan necessita 81 maons per metre quadrat. Calcula quants maons necessitarà en Joan per pavimentar tot el pati.

Resposta: _____

Resposta correcta: 1275; 1276; 1275,75