



Premis Extraordinaris de Batxillerat. Convocatòria 2018-2019

Les proves s'estructuren en:

- **Primera prova** (1 hora i 30 minuts): comentari crític d'un tema general.
- **Segona prova** (1 hora i 15 minuts): redacció en llengua estrangera.
- **Tercera prova (1 hora i 30 minuts): matèria de modalitat.**

Matemàtiques

Etiqueta identificadora de l'alumne/a

Qualificació:

Instruccions

La prova consisteix en una activitat creativa, seqüenciada en diferents passos. L'alumne podrà emprar els coneixements matemàtics que cregui convenients per tal de resoldre el repte plantejat. Tots els raonaments, proves, conjectures i estratègies diferents s'han de reflectir per escrit.

S'ha de respondre en aquest quadernet. Si necessiteu fulls per fer esborranys, el tribunal us en proporcionarà, i caldrà lliurar-los juntament amb el quadernet. La prova no es pot fer a llapis ni amb bolígraf esborrable.

Si s'han provat estratègies diverses abans de construir l'objecte definitiu, cal que ho indiqueu.

Material

- Regle graduat.
- Calculadora (no s'autoritza l'ús de les que portin informació emmagatzemada, que puguin transmetre-la o que incorporin tractament gràfic).

Criteris generals d'avaluació

- Identificar les matemàtiques implicades en la situació plantejada.
- Expressar la situació en llenguatge matemàtic utilitzant variables, símbols, diagrames...
- Emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre la situació plantejada.
- Mantenir una actitud de recerca provant diferents estratègies i demostrant la capacitat de triar les solucions més senzilles, útils o elegants.
- Construir i expressar arguments que justifiquin el procés que s'ha seguit per resoldre la situació plantejada.
- Expressar idees matemàtiques amb claredat i precisió.

La copa

L'objectiu d'aquesta activitat és aconseguir que dissenyeu un objecte de la vida real a partir dels vostres coneixents matemàtics, concretament una copa.

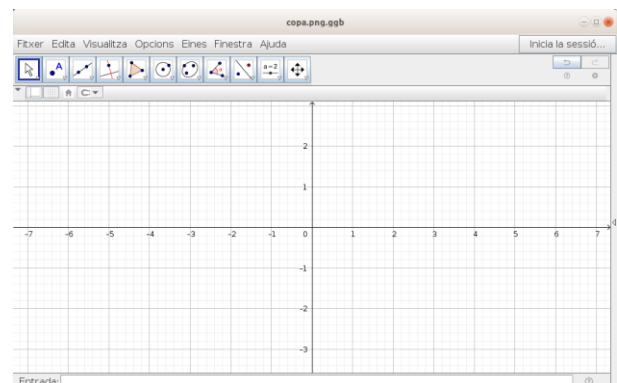
Hi ha molts tipus de copes, de formes i mides diferents en funció dels gustos i de l'ús que se'ls vulgui donar.



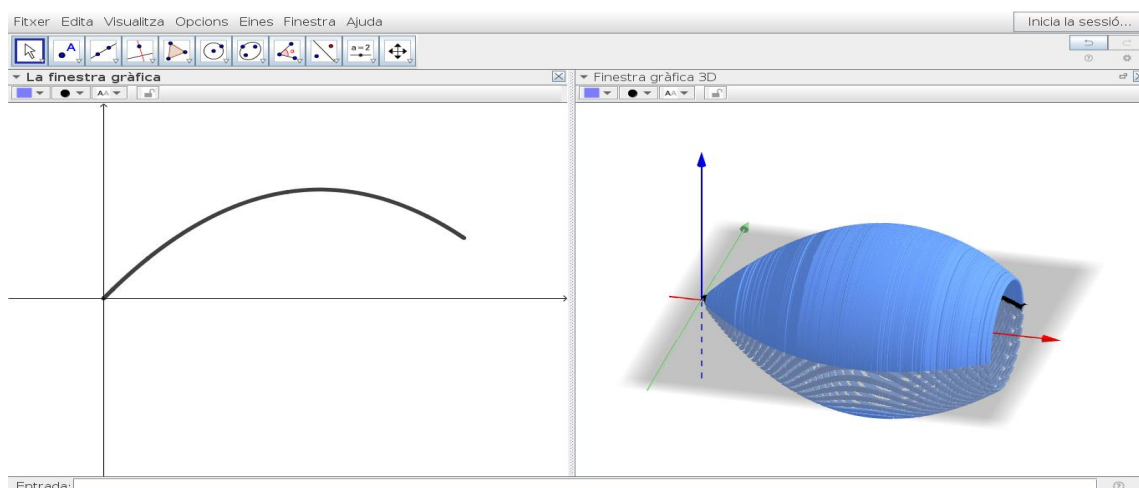
El que se us demana és que dissenyeu la vostra pròpia copa. Anem per parts:

La forma

Per decidir la forma de la vostra copa cal que us la imagineu tombada dins uns eixos de coordenades.



Haureu de pensar una funció matemàtica, la que vulgueu, que, en un interval determinat, mostri la forma de la vora de la vostra copa. La copa es generarà fent girar la corba al voltant de l'eix d'abscisses. Observeu el següent exemple fet amb Geogebra:



Es demana la **funció matemàtica triada i l'interval de definició [a, b] (domini)**.

Condicions de la funció:

- De moment no importa la mida, únicament la forma.
- No interessa la part de la base de la copa, únicament la part on hi hauria la beguda.
- Cal que la funció tingui un màxim a l'interval del seu domini.
- Cal que trieu l'interval de la funció que defineix la copa, és a dir, un domini de la funció.
- La imatge Geogebra no és més que un exemple que no us ha de condicionar, hi ha moltes solucions vàlides, cal que trobeu la vostra.
- Cal que **dibuixeu i justifiqueu la vostra elecció**.

El volum

Per calcular la capacitat de la copa es calcula el volum de la funció que gira al voltant de l'eix d'abscisses i es fa amb la integral definida en l'interval $[a, b]$ $V = \int_a^b \pi(f(x))^2 dx$.

Calculeu el volum de la vostra copa (com que no ens ha preocupat la mida, no importa si el volum és inversemblant).

(Nota: si heu triat una funció de la qual no es pot trobar la primitiva, haureu d'utilitzar la tecla específica de la calculadora que resol integrals definides.)

La mida

Si es vol modificar la mida però no la forma d'una funció en un interval $[a, b]$, es modifica el paràmetre k de dilatació: $y = kf\left(\frac{x}{k}\right)$ i l'interval $[ka, kb]$.

Si el volum original de la figura definida per $f(x)$ és V en $[a, b]$, el volum dilatat, definit per $y = kf\left(\frac{x}{k}\right)$ en $[ka, kb]$, és k^3V .

Calculeu el paràmetre k per tal que la copa que es genera amb $y = kf\left(\frac{x}{k}\right)$ en l'interval $[ka, kb]$ tingui un volum aproximat de 400 cm³. Escriviu, també, la funció definitiva amb el paràmetre.

Les seves característiques

Un cop dissenyada la copa, es poden determinar les seves característiques, com per exemple:

- Les mesures generals de la copa que considereu significatives, com alçària, amplada màxima, amplada de l'obertura, etc.
- L'àrea del cercle, just a la seva amplada màxima, és a dir, la superfície de màxima oxigenació de la copa.
- La superfície de la copa, és a dir, la quantitat de vidre (en superfície) que caldria per construir-la (sols la part on posem la beguda, no la base). La superfície lateral es pot calcular amb la integral definida

$$S = \int_a^b 2\pi(f(x)) dx$$

La defensa de la copa

Redacteu un escrit de defensa de la copa en què indiqueu raonadament quines seran les seves virtuts pel que fa a la forma, capacitat, usabilitat, estètica, etc. Indiqueu també quins defectes de disseny li trobeu, especificant les modificacions que faríeu al disseny si disposéssiu de més temps i del GeoGebra.

L'exercici es valorarà d'acord amb el barem següent:

Identificar les matemàtiques que permeten efectuar la construcció.	3 punts
Fer una proposta de l'objecte amb llenguatge matemàtic.	3 punts
Resoldre els problemes matemàtics que se'n deriven, és a dir resoldre la situació plantejada.	3 punts
Mantenir una actitud de recerca i fer propostes i proves diverses.	1 punts
Expressar les idees, les propostes i les conclusions amb un llenguatge matemàtic de qualitat.	3 punts

