Matemàtiques

Criteris específics d'avaluació

La prova s'avaluarà seguint el criteri d'avaluació a tres nivells d'assoliment. Per tant, cada criteri pot valorar-se amb 1, 2 o 3 punts, excepte el criteri que fa referència a provar diferents estratègies i l'ús de la calculadora, que es valora amb 1 punt. La suma total de punts és de 14.

Entenem per error significatiu aquell error d'operació que distorsioni clarament algun resultat i generi una incoherència que l'alumne o alumna no detecti. També seran errors significatius els errors conceptuals o que mostrin una mancança de l'estudiant. Aquests tipus d'errors es penalitzaran explícitament.

Un error no significatiu serà aquell error d'operació que no implica una mancança de coneixement, sinó què és fruit d'un descuit fortuït. No es penalitzaran en cap moment els errors no significatius.

La suma dels punts totals és 14, per tant caldrà dividir la qualificació final entre 1,4 per ajustar-la al màxim estàndard de 10 punts.

Criteris d'avaluació	Indicadors	Valor
1. Identificar les matemàtiques implicades en la situació plantejada	Planteja bé el problema i identifica l'arc tangent i la derivada com a eina per resoldre el problema.	**1**
2a. Expressar la situació en llenguatge matemàtic utilitzant variables, símbols, diagrames...	Utilitza el llenguatge matemàtic de manera correcta, expressant les funcions i tot el contingut matemàtic de manera acurada. Afegeix croquis clarificadors amb una notació útil.	**3**
2b. Expressar la situació en llenguatge matemàtic utilitzant variables, símbols, diagrames...	Utilitza el llenguatge de funcions amb una correcció formal però amb alguns errors i/o mostrant-se poc explícit en l'ús del llenguatge matemàtic. Fa croquis però poc rigorosos.	**2**
2c. Expressar la situació en llenguatge matemàtic utilitzant variables, símbols, diagrames...	Resol la situació amb un llenguatge matemàtic pobre o amb errors, o escrivint de manera caòtica. No incorpora croquis de la situació.	**1**

Criteris d'avaluació	Indicadors	Valor
3a. Emprar eines, estratègies i conceptes matemàtics per resoldre la situació plantejada	Troba la posició òptima tant en un exemple com en la generalització. Per fer-ho, utilitza les eines matemàtiques adequades.	**3**
3b. Emprar eines, estratègies i conceptes matemàtics per resoldre la situació plantejada	Troba la solució correcta amb un exemple però no és capaç de fer la generalització.	**2**
3c. Emprar eines, estratègies i conceptes matemàtics per resoldre la situació plantejada	Troba solucions aproximades amb eines matemàtiques pobres.	**1**
4. Usar amb soltesa la calculadora	Utilitza la calculadora amb correcció, posant els resultats sense trobar els valors decimals quan està fent una tasca més genèrica i arrodonint amb correcció quan necessita trobar valors aproximats per descriure els resultats obtinguts.	**1**
5a. Mantenir una actitud de recerca provant diferents estratègies i demostrant la capacitat de triar les propostes més originals, versemblants i estèticament interessants	Resol la situació genèrica mostrant un esforç a trobar totes les respostes plantejades, per exemple intenta raonar amb coherència per què la solució en el cas genèric és veritablement un màxim.	**3**
5b. Mantenir una actitud de recerca provant diferents estratègies i demostrant la capacitat de triar les propostes més originals, versemblants i estèticament interessants	Resol la situació plantejada però no va més enllà i dona resultats amb justificacions poc elaborades.	**2**
5c. Mantenir una actitud de recerca provant diferents estratègies i demostrant la capacitat de triar les propostes més originals, versemblants i estèticament interessants	Mostra una actitud conformista a l'hora de resoldre la situació, per exemple no intenta justificar que l'extrem és un màxim.	**1**
6a. Expressar idees matemàtiques amb claredat i precisió	Evita l'esquema "pregunta-resposta" i redacta el document que se li demana elaborant una normativa versemblant en la qual incorpora el llenguatge matemàtic amb elegància i coherència.	**3**
6b. Expressar idees matemàtiques amb claredat i precisió	Redacta d'una manera ordenada però incompleta, amb un llenguatge pobre.	**2**
6c. Expressar idees matemàtiques amb claredat i precisió	No respecta el que es demana a l'enunciat i no escriu un document que podria incorporar-se en una normativa.	**1**

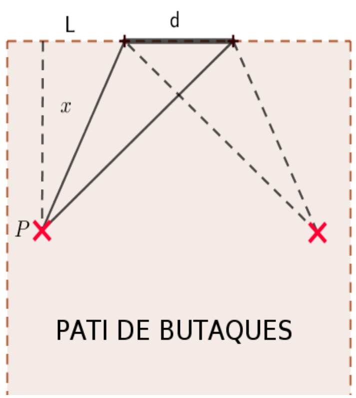
Criteris específics d'avaluació complementaris. Exemple de resolució

Comentaris per a la correcció

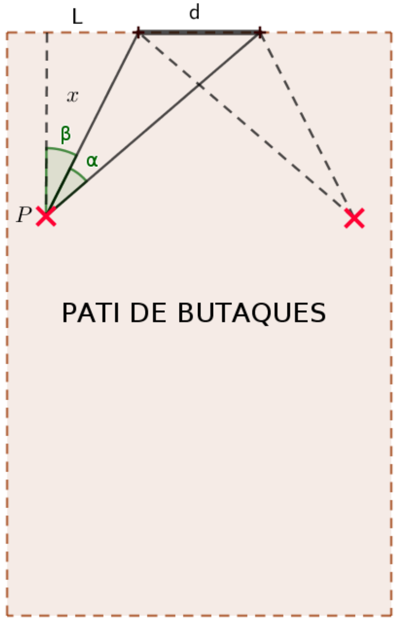
L'ordre en què l'estudiant hauria d'investigar és justament el contrari al que s'ha plantejat en la situació: començar amb un exemple a partir d'unes dades arbitràries, generalitzar després per a qualsevol paràmetre i redactar finalment la disposició demanada. Un cop fet tot això, i per tal de respectar la coherència de l'enunciat, seria lògic redactar-lo seguint l'ordre proposat:

1. Disposició addicional

S'estableix que en els teatres, cinemes i altres sales d'exhibició es reservi un espai als laterals del pati de butaques per a una cadira de rodes per a persones amb mobilitat reduïda que la necessitin. Aquest espai ha d'estar ubicat al costat d'una butaca que estigui situada a una distància de la paret de l'escenari de $\sqrt{(L^2+dL)}$, en què *L* és la distància de les butaques dels extrems frontals a l'escenari i *d* és l'amplada de l'escenari o de la pantalla.



2. Annex 1



Per tal d'obtenir les expressions matemàtiques necessàries, comencem anomenant amb lletres els diferents paràmetres a considerar. Podem utilitzar *α, β, L, d, x* i *P* tal com mostra la imatge de la dreta, on *P* indica la ubicació de la cadira de rodes; *x*, la distància a la paret frontal, i *α*, l'angle des del qual es veu la pantalla o escenari des de la posició *P*. Per resoldre la situació, ens cal aïllar *α* en funció de *x* i trobar la distància *x* que permeti que l'angle *α* sigui tan gran com sigui possible.

Si dibuixem triangles rectangles des de *P* en direcció perpendicular a la paret frontal, tenim que les tangents dels angles són:

$$\boldsymbol{tan}(\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\beta}) = \frac{\boldsymbol{d+L}}{\boldsymbol{x}} \rightarrow \alpha+\boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{arctan}(\frac{\boldsymbol{d+L}}{\boldsymbol{x}})$$

$$\boldsymbol{tan}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}} \rightarrow \beta = \boldsymbol{arctan}(\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}})$$

Per tant, $\alpha(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{arctan}(\frac{\boldsymbol{d+L}}{\boldsymbol{x}}) - \boldsymbol{arctan}(\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}})$

Per tal de poder optimitzar l'angle derivem i igualem a zero:

$$\frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}+(\frac{\boldsymbol{d+L}}{\boldsymbol{x}})^2}\cdot\frac{-(\boldsymbol{d+L})}{\boldsymbol{x}^2} - \frac{\boldsymbol{1}}{\boldsymbol{1}+(\frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}})^2}\cdot\frac{-(\boldsymbol{L})}{\boldsymbol{x}^2} = \boldsymbol{0} \rightarrow \frac{-\boldsymbol{d}-\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{d}^2+\boldsymbol{2dL}+\boldsymbol{L}^2} + \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{L}^2} = \boldsymbol{0} \rightarrow$$

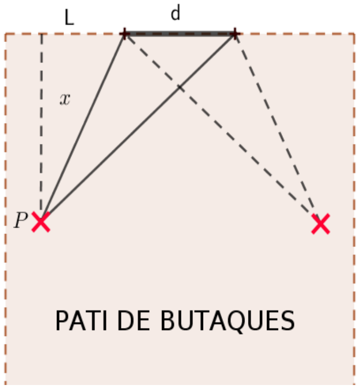
$$\boldsymbol{L}(\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{d}^2+\boldsymbol{2dL}+\boldsymbol{L}^2) - (\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{L}^2)(\boldsymbol{d}+\boldsymbol{L}) = \boldsymbol{0} \quad \rightarrow \boldsymbol{x}^2\boldsymbol{L}+\boldsymbol{d}^2\boldsymbol{L}+\boldsymbol{2dL}^2+\boldsymbol{L}^3-\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{d}-\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{L}-\boldsymbol{L}^2\boldsymbol{d}-\boldsymbol{L}^3 = \boldsymbol{0},$$ simplificant obtenim:

$\boldsymbol{x}^2\boldsymbol{d} = \boldsymbol{d}^2\boldsymbol{L}+\boldsymbol{L}^2\boldsymbol{d}$ d'on $x^2 = \frac{d^2L+L^2d}{d} = dL + L^2$ i, per tant, $x = \sqrt{L^2+dL}$

Amb això no tenim la garantia que el valor de *x* obtingut es correspongui a un màxim de l'angle i cal demostrar que és un màxim.

Fer la segona derivada i substituir el valor de *x* és una possibilitat que, amb valors paramètrics arbitraris *L* i *d* generen una expressió força complexa el signe de la qual no resulta senzill d'establir. Una possibilitat més senzilla consisteix a observar que a l'expressió $\alpha'(\boldsymbol{x}) = \frac{-\boldsymbol{d}-\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{d}^2+\boldsymbol{2dL}+\boldsymbol{L}^2} + \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{L}^2} = \frac{-(\boldsymbol{d+L})}{\boldsymbol{x}^2+(\boldsymbol{d+L})^2} + \frac{\boldsymbol{L}}{\boldsymbol{x}^2+\boldsymbol{L}^2}$ que s'anul·la per a $x = \sqrt{L^2+dL}$, si prenem un valor per sota i el substituïm a la derivada, disminuiran els valors dels denominadors.

3. Annex 2



Per posar un exemple és important prendre valors versemblants i no serien raonables valors molt petits o molt grans. Per exemple, una sala pot tenir files d'uns 30 metres de seients amb un escenari de 10 metres; així, *L* = 10 i *d* =10. Aplicant aquests valors, tenim:

$$x = \sqrt{10^2 + 10 \cdot 10} = 10\sqrt{2} = 14.14\, m$$

L'espai per a la cadira de rodes hauria d'estar a uns catorze metres de la paret de l'escenari.

En aquest cas, podem comprovar que la derivada per a valors inferiors a 14,14 és positiva i per a valors superiors és negativa, la qual cosa demostra que es tracta d'un màxim.

Resultaria raonable que els estudiants facin primer un exemple amb valors numèrics per passar després a la generalització.