

Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic

**A FAVOR
DE L'ÈXIT
ESCOLAR**

Identificació i desplegament
a l'educació primària

Competències bàsiques de l'àmbit matemàtic

Identificació i desplegament
a l'educació primària

URL: www.gencat.cat/ensenyament



Aquest llibre està publicat amb una llicència Creative Commons Reconeixement-No comercial-

Compartir igual 3.0 Espanya.

Per veure'n una còpia, visiteu:

<http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/es/legalcode.ca>

Els termes de la llicència impliquen que aquest material pot ser:

- reproduït, distribuït i comunicat públicament sempre que se'n reconegui l'autoria;
- reproduït, distribuït i comunicat públicament sempre que l'ús no sigui comercial, i
- utilitzat per generar una obra derivada sempre que aquesta quedi subjecta a una llicència idèntica a aquesta.

Aquest document ha estat elaborat per un grup de treball coordinat per la Dra. Carme Burgués i el Dr. Jaume Sarramona

© **Generalitat de Catalunya**
Departament d'Ensenyament

Elaboració: **Direcció General d'Educació Infantil i Primària**

Edició: **Servei de Comunicació i Publicacions**

1a edició: **gener de 2013**

Disseny de la coberta: **Estudi Carme Vives**

Impressió: **Milenio Serveis**

Tiratge: **500 exemplars**

Dipòsit legal: **B-2884-2013**

Índex

Presentació	5
Introducció	6
Competències matemàtiques	8
Dimensió Resolució de problemes	9
• Competència 1. Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l.....	10
• Competència 2. Donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades	13
• Competència 3. Fer preguntes i generar problemes de caire matemàtic.....	16
Dimensió Raonament i prova	19
• Competència 4. Fer conjectures matemàtiques adients en situacions quotidianes i comprovar-les	20
• Competència 5. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers.....	23
Dimensió Connexions	26
• Competència 6. Establir relacions entre diferents conceptes, així com entre els diversos significats d'un mateix concepte	27
• Competència 7. Identificar les matemàtiques implicades en situacions quotidianes i escolars i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes.....	30
Dimensió Comunicació i representació	33
• Competència 8. Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit).....	34
• Competència 9. Usar les diverses representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació	37
• Competència 10. Usar les eines tecnològiques amb criteri, de forma ajustada a la situació, i interpretar les representacions matemàtiques que ofereixen.....	40
Annex 1	
Continguts clau de les competències	45
Annex 2	
Connexions entre continguts clau	46
Annex 3	
Correspondència entre els continguts clau vinculats a les competències i la formulació dels blocs del currículum	47

Annex 4	
Competències i nivells de gradació	48
Annex 5	
ARC (aplicació de recursos al currículum)	50

Presentació

El Govern de la Generalitat de Catalunya, mitjançant el Departament d'Ensenyament, promou i lidera una **ofensiva de país a favor de l'èxit escolar**, que vol implicar i comprometre tota la societat catalana, amb l'objectiu de millorar els resultats educatius i reduir les taxes de fracàs escolar i d'abandó dels estudis.

La Unió Europea ha establert objectius educatius, en el marc de l'Estratègia Europa 2020 (ET-2020), que han de permetre l'assoliment d'una economia intel·ligent, inclusiva i sostenible. Uns objectius que Catalunya assumeix i que l'obliguen a focalitzar els esforços del Govern en la millora dels resultats escolars i del nivell formatiu dels ciutadans, per aconseguir el ple desenvolupament personal, professional i social al llarg de la vida. Dins d'aquests objectius europeus s'inclou que, en l'horitzó 2020, *el percentatge d'alumnes de 15 anys amb baix rendiment en competències bàsiques en lectura, matemàtiques i ciències hauria de ser inferior al 15%*.

En els darrers cursos, el Departament d'Ensenyament ha realitzat diverses avaluacions externes de caràcter mostral (avaluacions diagnòstiques, proves PISA, etc.) i ha portat a terme avaluacions externes a tot l'alumnat de 6è d'educació primària i de 4t curs d'educació secundària obligatòria, on l'objectiu és determinar el grau d'assoliment de l'alumnat en competències bàsiques, amb la finalitat de promoure l'adopció de mesures que permetin la millora de la qualitat del sistema educatiu i dels centres, així com la millora de l'activitat docent del professorat.

D'altra banda, d'acord amb l'article 97 de la LEC (Llei 12/2009, de 10 de juliol, d'educació), els centres exerceixen l'autonomia pedagògica, a partir del marc curricular establert, i en poden concretar els objectius, les **competències bàsiques**, els continguts, els mètodes pedagògics i els criteris d'avaluació.

Dins d'aquest marc de referència, el Departament d'Ensenyament ha impulsat l'elaboració de diversos documents per al desplegament i concreció de les competències associades a les diferents matèries del currículum. El document que ara presentem correspon a la competència bàsica de **l'àmbit matemàtic** per a l'educació primària.

Els elements que componen el document aporten informació relativa a la gradació de l'assoliment de les competències de l'àmbit al final de cada etapa educativa, la identificació dels continguts clau associats a cada competència, les orientacions metodològiques per a l'aplicació a l'aula, exemples d'activitats d'avaluació amb indicadors relacionats amb els diferents graus d'assoliment i, finalment, una referència als recursos actualment disponibles on es poden trobar exemples pràctics d'activitats d'aula relacionats amb el desenvolupament de les competències (aplicació de recursos al currículum - ARC).

Aquest document ha estat elaborat amb la participació de professionals de l'àmbit universitari i de professorat dels centres públics i privats de Catalunya.

El treball dut a terme ha de contribuir a continuar avançant en la millora de la qualitat del sistema educatiu del nostre país, en l'actualització professional dels nostres docents i, en definitiva, en la millora de l'èxit educatiu del nostre alumnat.

Irene Rigau i Oliver

Consellera d'Ensenyament

Introducció

El Departament d'Ensenyament ha elaborat aquest document d'orientacions per al desplegament de les competències bàsiques de l'etapa de primària amb la finalitat d'ajudar els centres a l'hora de desenvolupar el currículum de l'àrea de matemàtiques.

Aquest document incorpora les competències matemàtiques específiques de l'etapa, graduades en tres nivells de consecució, i posa en evidència les relacions entre les competències i els processos i continguts del currículum actual.

Els elements que componen el document són: les dimensions, les competències amb les seves gradacions respectives, els continguts clau relatius a cada competència, les orientacions metodològiques i les orientacions d'avaluació de cada competència.

En l'elaboració de la proposta de competències matemàtiques de primària s'ha optat per quatre dimensions que es corresponen amb els processos del currículum vigent: resolució de problemes, raonament i prova, connexions i comunicació i representació.

Aquestes dimensions tenen elements comuns i això es tradueix en relacions entre les competències. En la resolució de problemes hi ha components de comunicació i representació (*comunicació del procés de resolució i de la solució, traducció de l'enunciat al llenguatge matemàtic*), de connexions (*entre matemàtiques i realitat, entre conceptes i algorismes*) i de raonament i prova (*en la comprovació de solucions*). La dimensió de raonament i prova, a més de la resolució de problemes, té components de comunicació i representació (*en la presentació d'argumentacions, en l'expressió oral i/o escrita de les idees matemàtiques*).

Les competències, que concreten les dimensions, s'han de considerar totalment integrades en els continguts del currículum. Encara que tots els continguts estan relacionats amb totes les competències, s'ha fet una tria d'aquells que contribueixen en major mesura al desenvolupament de cada competència. Són els anomenats continguts clau de la competència. A l'annex 1 es troba el quadre complet de relació entre els continguts clau i les competències.

Els continguts clau també estan relacionats entre ells. La mesura geomètrica i les transformacions geomètriques posen en relació els nombres i la geometria. L'obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques posen en relació nombres i estadística. Finalment, els patrons, l'equivalència i les taules i gràfics són comuns a tots els blocs (vegeu l'annex 2). Els continguts clau han estat trets del currículum vigent. La llista completa es troba a l'annex 3.

Cada competència s'ha graduat en tres nivells de consecució: satisfactori (nivell 1), notable (nivell 2) i excel·lent (nivell 3), que van des de l'assoliment fins a l'excel·lència en la competència i tenint en compte que cada nivell porta implícit l'assoliment de l'anterior. Els criteris usats per fer la gradació estan relacionats amb la complexitat de les eines i estratègies matemàtiques emprades, així com amb els nivells d'abstracció del llenguatge i les representacions i el grau de consciència per part de l'alumne/a de les matemàtiques emprades. (Vegeu taula completa a l'annex 4.)

El tres nivells positius d'adquisició s'exemplifiquen en els indicadors d'avaluació i en les activitats d'avaluació que es troben en cadascuna de les competències.

L'adquisició de les competències matemàtiques demana maneres de treballar que en potenciïn el desenvolupament. Encara que cada competència va acompanyada d'orientacions metodològiques específiques, a continuació s'esmenten algunes consideracions d'aplicació general.

El mestre/a ha de provocar curiositat i proposar reptes i donar prou temps per investigar i reflexionar. Ha d'encoratjar l'alumne/a a construir els seus aprenentatges i ajudar-lo a prendre consciència del seu progrés. Això s'ha de fer en un ambient de classe que afavoreixi l'intercanvi d'idees i que animi a la reflexió, on l'alumne/a no tingui por d'arriscar-se a fer propostes i exposar la seva manera de pensar. L'acceptació que tothom pot fer contribucions interessants, el respecte a les intervencions dels altres i el fet de saber-ne treure coneixement ajudarà a crear una cultura de classe més basada en la interrogació que en la de buscar respostes immediates.

Tot plegat contribuirà que l'alumne/a desenvolupi actituds com ara el plaer de comprendre les matemàtiques, de considerar-les una construcció personal i d'aplicar-les en la seva vida quotidiana. Considerar els errors com a font d'informació, les situacions problemàtiques com a reptes engrescadors i el llenguatge matemàtic com una eina potent de comunicació són aspectes actitudinals de les matemàtiques estretament teixits amb les competències proposades.

Els contextos propers a l'alumne/a, les altres àrees de coneixement i, naturalment, les mateixes matemàtiques han de ser el suport de l'activitat matemàtica. Els contextos adients per treballar els diversos temes del currículum permeten descobrir, i alhora aplicar, matemàtiques. Pel que fa als processos i els continguts clau, cal fer-ne un plantejament completament integrat. Aspectes concrets de com es poden fer aquests lligams es donen en les orientacions metodològiques de cada competència.

També és molt important el paper dels recursos, com ara els materials manipulatius, visuals i les TIC, ja que afavoreixen l'experimentació, el raonament i la comprensió. En la web del Creamat (<http://phobos.xtec.cat/creamati/joomla/>) es poden trobar exemples d'activitats (a l'ARC) i recursos per a l'ensenyament i l'aprenentatge de les matemàtiques.

L'avaluació ha de formar part del procés d'ensenyament, tant durant el seu transcurs com en la comprovació dels aprenentatges assolits. Les activitats d'avaluació final de la competència han de ser prou riques perquè l'alumne/a pugui mostrar tot el que sap. Han de tenir més d'una solució, han de poder ser resoltes de diverses maneres, han de fer possible que l'alumne/a prengui decisions i apliqui connexions i han de demanar justificacions dels processos i les solucions. La caracterització de les activitats d'avaluació final i els exemples que es donen en cada competència orienten sobre la proposta d'activitats i sobre la seva valoració, atenent als tres nivells d'adquisició de la competència.

L'observació dels comportaments de l'alumne/a durant tota l'etapa donarà informació que permetrà adaptar la planificació de les activitats a la realitat de l'alumne/a. Els indicadors que s'ofereixen en cada competència poden ser útils per a aquest objectiu.

Competències matemàtiques

DIMENSIÓ RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

Competència 1. Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l.

Competència 2. Donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades.

Competència 3. Fer preguntes i generar problemes de caire matemàtic.

DIMENSIÓ RAONAMENT I PROVA

Competència 4. Fer conjectures matemàtiques adients en situacions quotidianes i comprovar-les.

Competència 5. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers.

DIMENSIÓ CONNEXIONS

Competència 6. Establir relacions entre diferents conceptes, així com entre els diversos significats d'un mateix concepte.

Competència 7. Identificar les matemàtiques implicades en situacions quotidianes i escolars i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes.

DIMENSIÓ COMUNICACIÓ I REPRESENTACIÓ

Competència 8. Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit).

Competència 9. Usar les diverses representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació.

Competència 10. Usar les eines tecnològiques amb criteri, de forma ajustada a la situació, i interpretar les representacions que ofereixen.

Dimensió Resolució de problemes

La resolució de problemes és una de les activitats més genuïnes del quefer matemàtic. S'hi posen en joc i prenen significat pràcticament tots els aspectes treballats en l'educació matemàtica. Un problema és una proposta d'enfrontament amb una situació desconeguda que es planteja a través d'un conjunt de dades dins d'un context, per a la qual, en principi, no es disposa d'una resposta immediata i que requereix reflexionar, prendre decisions i dissenyar estratègies. Cal distingir bé entre un problema i un exercici. Aquesta és una tasca que pot portar-se a terme mitjançant la simple aplicació de tècniques, algorismes o rutines més o menys automatitzades. Un problema sempre convida a la recerca i, en la seva resolució, hi ha una espurna de descobriment que permet experimentar l'encant d'assolir la solució.

La resolució de problemes no és una tasca per fer al final d'un trajecte d'aprenentatge sinó que pot ser el desencadenant del procés. No tan sols cal ensenyar matemàtiques per resoldre problemes, sinó també ensenyar matemàtiques a partir i a través de la resolució de problemes. Una metodologia centrada en la resolució de problemes dóna l'oportunitat de desvetllar en l'alumnat el gust per enfrontar-se a un repte, lluitar-hi de manera tenaç, experimentar, cercar ajut adequat, si cal, assaborir l'èxit i adquirir confiança en les pròpies capacitats.

En el procés de resolució d'un problema hi ha diverses etapes:

- Entendre bé el que el problema demana, les dades que aporta i el context on es planteja.
- Fer un dibuix, un gràfic, una taula, un esquema...
- Experimentar, estimar, temptejar, conjecturar...
- Recordar problemes semblants que puguin resultar més familiars i idees matemàtiques que puguin ser útils.
- Planificar estratègies de resolució.
- Aplicar conceptes i eines matemàtiques per desenvolupar aquestes estratègies.
- Comprovar la correcció de la solució respecte al plantejament matemàtic i la seva raonabilitat en el context.
- Comunicar adequadament el resultat i el procés seguit.
- Prendre consciència del procés seguit i incorporar-lo al seu bagatge d'estratègies resolutives.

Aquestes etapes no es desenvolupen necessàriament en aquest ordre, a vegades l'estimació o l'experimentació fan entendre millor el problema. En general, a primària, quan hi ha dificultats de resolució l'alumne/a torna a iniciar el problema.

Aquesta dimensió està integrada per tres competències:

- **Competència 1.** Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l.
- **Competència 2.** Donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades.
- **Competència 3.** Fer preguntes i generar problemes de caire matemàtic.

COMPETÈNCIA 1

Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l

Explicació

Davant d'un problema el primer que cal és comprendre l'enunciat a partir d'imaginar o visualitzar la situació, d'identificar les dades i les relacions entre elles destriant les importants de les irrelevantes. Després cal traduir-ho a llenguatge matemàtic, emprant des de representacions personals fins a d'altres de més abstractes.

Un cop traduït el problema cal estimar possibles resultats i aleshores resoldre'l utilitzant les estratègies més adients: codificació, inducció (experimentar i treure pautes), analogia (relacionant amb problemes semblants), inversió (començar el problema per darrere), tempteig i les eines matemàtiques com ara representacions geomètriques, nombres i operacions, taules, diagrames, material manipulable, tot raonant els passos seguits de forma oral o escrita. La diversitat de maneres d'abordar un problema pot comportar l'ús de models materials o d'eines tecnològiques que permetin experimentar, fer simulacions i realitzar descobertes.

Per al desenvolupament d'aquesta competència són rellevants els continguts relacionats amb el significat de les operacions i les seves propietats, totes les formes de càlcul, els patrons, la mesura, les figures geomètriques, la representació i interpretació de dades i les taules i les gràfiques. Introduir, connectar i aplicar aquests continguts són aspectes de l'aprenentatge que es poden dur a terme mitjançant la resolució de problemes.

La gradació s'ha establert atenent la complexitat del llenguatge emprat en la traducció de la situació problema i de les estratègies i eines utilitzades, així com de la complexitat en la justificació del procés.

Gradació

- 1.1.** Explicar un problema en llenguatge propi, usant materials, dibuixos, esquemes o expressions aritmètiques, i emprar estratègies personals i eines matemàtiques elementals, que serveixin per resoldre'l.
- 1.2.** Traduir un problema al llenguatge matemàtic bàsic i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l i explicar el procés seguit.
- 1.3.** Traduir un problema a llenguatge matemàtic i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l, justificant els passos seguits en el procés.

Continguts clau

- Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles.
- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Patrons.
- Magnituds mesurables. Unitats estàndards.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Obtenció, representació i interpretació de les dades estadístiques.
- Taules i gràfiques.

Orientacions metodològiques

Resoldre problemes és essencial per a l'aprenentatge de les matemàtiques. Al llarg de la jornada escolar hi ha força moments per provocar situacions a resoldre: calcular les cartolines que ens faran falta per fer un mural, calcular la quantitat d'ametlla ratllada al moment de fer panellets, resoldre amb formes geomètriques l'elaboració de màscares, preparar un berenar a la classe, fer grups per a la gimcana... Els problemes de magnituds i mesura, els de geometria i els de càlcul... Totes aquestes situacions necessiten una planificació, unes dades inicials, un objectiu final i saber organitzar el procés a seguir.

Davant d'un problema cal ajudar l'alumne/a a prendre consciència que hi ha alguna cosa a resoldre. Aquesta presa de consciència serveix per voler comprendre la situació i esbrinar d'on es parteix, què s'ha de resoldre i què ens falta per poder-ho fer i quines eines i estratègies es poden emprar. El mestre/a ha de facilitar que l'alumne/a verbalitzi el que ha entès o bé que ho representi usant dibuixos, esquemes, quadres de doble entrada..., i que ho comparteixi amb d'altres. Moltes vegades el fet d'explicar-ho als companys fa que s'ordenin les idees i es faciliti la comprensió.

Cal apropar els alumnes a diferents estratègies de resolució, per tal d'afavorir l'aprenentatge de camins alternatius que els permetin vèncer les dificultats i la por davant d'un problema. En aquest sentit cal que el mestre/a utilitzi explícitament algunes estratègies didàctiques com ara ajudar a llegir, analitzar, fer previsions de resultats, prendre consciència de les dades conegudes i de les desconegudes, reformular què cal esbrinar, encadenar els diferents passos de raonament, realitzar les operacions numèriques, en el cas que es tracti d'un problema aritmètic, o els canvis d'unitats en d'altres i verbalitzar el procés seguit. També pot proposar problemes de raonament lògic que obliguen a llegir bé la situació, a transcriure-la, codificar-la, a fer quadres de doble entrada, a conjecturar i a preveure possibles solucions.

És important oferir diferents presentacions dels problemes: orals, escrits, en imatges, amb TIC, etc. I en diferents contextos: reals, a partir d'un conte, matemàtics i en d'altres àrees (coneixement del medi, música, plàstica, etc.).

El mestre/a ha de deixar temps de reflexió i ha de transmetre que el procés és tan important com la solució. També ha d'afavorir l'intercanvi entre les diferents maneres de resoldre per l'enriquiment que representa.

Cal que el mestre/a proposi problemes amb una intenció estratègica concreta com el tempteig, l'analogia, la codificació, la representació..., i en acabar és convenient que faci adonar als alumnes de quina han usat. En el cas de posar en comú la resolució de recerques o problemes oberts, la reflexió posterior hauria de portar a la presa de consciència del procés de resolució dut a terme. D'aquesta manera es facilitarà la transferència d'estratègies de resolució.

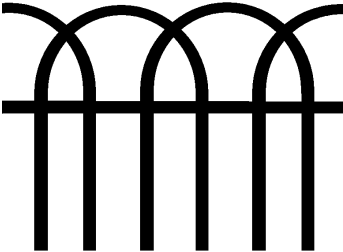
Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència es proposaran problemes que combinin diversos blocs de continguts com ara nombres i geometria, patrons i nombres, patrons i figures geomètriques, mesura i estadística, etc. També que es puguin resoldre de diverses maneres. Cal demanar explícitament que expliquin l'estratègia emprada i els passos seguits per resoldre'ls. Poden ser problemes amb múltiples solucions o bé que impliquin algun grau de generalització. Cal deixar a l'abast de l'alumne/a recursos manipulatius i les TIC perquè els usi si li calen.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
<p>Explica el problema amb les seves paraules.</p> <p>Identifica les dades i les unitats implicades en la situació.</p> <p>Representa el problema mitjançant un dibuix, un esquema, una expressió aritmètica, etc.</p> <p>Calcula usant els algorismes coneguts.</p> <p>Usa el tempteig com a estratègia preferent.</p> <p>Replanteja el problema des de l'inici si una estratègia no li funciona.</p> <p>(...)</p>	<p>Representa la situació problema usant esquemes, expressions aritmètiques o dibuixos geomètrics.</p> <p>Identifica les dades implícites.</p> <p>Situa les dades a l'esquema.</p> <p>Interpreta correctament les magnituds i les unitats de mesura.</p> <p>Usa estratègies de càlcul per aconseguir els resultats.</p> <p>Utilitza equivalències com a estratègia de resolució.</p> <p>Verbalitza l'estratègia usada i explica el procés seguit.</p> <p>Refà el procés si l'estratègia no li funciona.</p> <p>(..)</p>	<p>Usa taules i gràfics per representar i per resoldre.</p> <p>Identifica patrons.</p> <p>Connecta conceptes.</p> <p>Planifica la resolució.</p> <p>Tria l'estratègia més eficaç.</p> <p>Dóna una estratègia alternativa de resoldre.</p> <p>Adapta estratègies de resolució.</p> <p>Incorpora estratègies dels companys.</p> <p>Justifica el procés usant llenguatge matemàtic.</p> <p>Refà el procés si l'estratègia no li funciona.</p> <p>(...)</p>

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

	<p>En un jardí ens trobem amb una reixa (com la de la imatge) en arcs de 30 cm d'amplada. Quants arcs hi haurà en una reixa de 2,5 m de llargada? I en 10 m? I en 12 km? Si tinc 20 arcs, quina llargada farà la reixa?</p>
---	--

Un exemple de resposta de nivell 1 és la d'un alumne/a que tradueix l'enunciat del problema en dibuix fins i tot dibuixant la seqüència sencera. Té en compte el canvi d'unitats (cm i m). Un cop fet el dibuix s'adona com s'entrellacen els arcs. És possible que l'alumne/a anoti les mesures i faci càlculs i després compti els arcs fets. Per la segona i tercera qüestió potser torna a reproduir complet el mateix procés.

En una resposta de nivell 2 l'alumne/a relaciona els 2,5 m amb els 10 m a partir de continuar el patró. Explica el patró i aclareix com acaba el final de la reixa.

En una resposta de nivell 3 l'alumne/a justifica la relació trobada i fins i tot pot argumentar la relació entre el nombre d'arcs i les diferents longituds i arribar a trobar el patró de manera general.

COMPETÈNCIA 2

Donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades

Explicació

Aquesta competència pretén potenciar la utilització de la solució d'un problema com l'oportunitat de validar i comprovar tot el procés realitzat. Abans de donar per resolt el problema, cal valorar la raonabilitat de les solucions, és a dir, si són lògiques atenent al context i descartar les que convingui, cosa que pot portar a refer el procés de resolució. Així mateix l'alumne/a ha de comprovar la correcció matemàtica de les solucions trobades.

Un cop comprovada la raonabilitat i la correcció de la solució, amb la seva expressió oral o escrita no finalitza la resolució del problema fins que s'explora l'existència o no de més solucions.

La comunicació de les solucions ha de transmetre clarament el resultat en el seu context.

Els continguts més rellevants per al desenvolupament d'aquesta competència estan relacionats amb les operacions aritmètiques, la mesura, les figures geomètriques i les relacions espacials.

Els nivells d'adquisició de la competència s'han establert atenent al grau de validació de la solució: des de la comprovació de la raonabilitat fins a plantejar-se si hi ha més solucions, passant per la comprovació de la correcció matemàtica.

Gradació

- 2.1.** Donar la solució d'un problema interpretant la pregunta en el seu context i valorar si la resposta és raonable.
- 2.2.** Donar la solució d'un problema interpretant la pregunta en el seu context, i comprovar tant si és raonable com si compleix les condicions donades.
- 2.3.** Donar la solució d'un problema i comprovar tant si és raonable com correcta, i plantejar-se i explorar si hi pot haver més solucions.

Continguts clau

- Nombres. Relacions entre nombres.
- Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles.
- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Magnituds mesurables. Unitats estàndards.
- Relacions espacials.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Transformacions geomètriques.

Orientacions metodològiques

Donar la resposta a un problema implica identificar els resultats que el resolen. Les solucions a un problema poden ser limitades (única o diverses) o il·limitades. Si acostumem els alumnes a resoldre problemes que tenen una única solució difícilment podrem assolir aquesta competència. Per aquest motiu és aconsellable fer propostes de resolució de problemes amb respostes múltiples.

De la mateixa manera que en altres competències, en aquesta prenen especial importància les “bones preguntes” que pot fer el mestre/a una vegada l'alumne/a creu que ha trobat la solució: per què saps que és aquesta la solució i no una altra? Has provat si pot haver-hi més d'una solució? La solució donada compleix amb els requisits del problema? La solució és possible en el context del problema?...

Es pretén que l'alumne/a tingui criteri, encara que sigui de forma intuïtiva, per pronunciar-se sobre si una solució donada és raonable en el context del problema. Una bona pràctica, abans de començar el procés de resolució del problema, seria fer una estimació de quina o quines podrien ser les solucions. El contrast de la solució final amb l'estimació inicial ajudarà a regular i perfeccionar la pròxima estimació que faci.

Una de les maneres d'aconseguir donar sentit al treball de la raonabilitat seria proposar activitats que oferissin diverses solucions a un mateix problema i demanar als alumnes que argumentessin la possible validesa de la resposta en funció del context en el qual es desenvolupa. Per exemple: “La suma dels pesos de tres amics de sisè de primària és de 153 quilograms. Sabem que el que més pesa supera en 12 quilograms el segon i el que pesa menys no supera els 45 quilograms. El Raül i el Manel han fet dues propostes de solucions al problema però no s'acaben de posar d'acord sobre si són correctes o no. Els podríeu ajudar? Solució 1: 71, 59 i 23 quilograms; solució 2: 61, 49 i 43 quilograms”.

Com es veu en l'exemple, per validar la solució no podem utilitzar exclusivament els resultats de les operacions realitzades sense contrastar-les amb el context en què s'emmarca el problema ja que ens podria portar a falses solucions.

Per tractar correctament la raonabilitat o no d'una solució hem de treballar en contextos coneguts per l'alumne/a, ja formin part de la seva vida quotidiana, del treball en altres àrees o de la seva experiència matemàtica. Compartir i contrastar els resultats amb la resta de companys ajudarà a definir la validesa i la raonabilitat de la solució donada així com a comprovar si la solució és única o múltiple.

Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència es proposaran problemes amb diverses solucions i plantejats en contextos propers a l'alumne/a o bé d'altres àrees. Els problemes han de forçar a considerar la raonabilitat de les solucions (pels tipus de nombres, per les unitats...) i han d'implicar o demanar explícitament la seva comprovació i que aquesta es comenti o s'escrigui.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
Dóna la solució expressada clarament.	Dóna la solució i comenta per què és o no raonable.	Expressa la solució usant llenguatge matemàtic.
Dóna una o dues solucions, en el cas de problemes de solució múltiples.	Comprova si la solució compleix les condicions de l'enunciat.	Es planteja si la solució és raonable encara que sigui correcta matemàticament.
Usa el coneixement sobre el seu entorn per valorar si la solució és raonable.	Compara l'estimació prèvia amb el resultat obtingut.	Dóna diverses solucions, tria les raonables i ho justifica.
Refà el procés quan valora la solució com a no raonable.	Sap que hi ha més solucions, en el cas de problemes de solució múltiples, però no sap com trobar-les totes.	Explora més solucions, en el cas de problemes de solució múltiples.
(...)	(...)	(...)

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

Aquest estiu volem anar a casa l'àvia que viu a 1.450 km de casa nostra. La mare diu que podem fer uns 250 o màxim 300 km cada dia. M'ha preguntat quin dia arribarem si sortim dilluns al matí a primera hora.

He demanat ajuda als meus amics i han fet això:

- Emma $1.450 : 250 = 5,8$
- Joan $1.450 : 300 = 4,833$
- Rita $1.450 : 290 = 5$
- L'Òscar m'ha dit que tardarem 3 dies.

Quina resposta li puc donar a la meua mare i com li explico?

Una resposta que mostra un nivell d'adquisició 1 és aquella en què l'alumne/a interpreta els nombres decimals en el seu context, és a dir, si per exemple tria el 5,8 i explica que representa el sisè dia, és a dir, el dissabte; també que 3 dies no es corresponen amb la relació entre el recorregut i les etapes diàries.

Si l'alumne/a comprova les solucions triant les tres primeres com a correctes i, a més, arrodoneix els decimals tenim un exemple de resposta de nivell 2.

Si, a més, comparant les tres respostes encertades dedueix que hi ha més possibilitats de solució però dóna com a resposta 5 o 6 dies, argumentant que les diverses possibilitats afecten només l'hora d'arribada, tenim un exemple de resposta de nivell 3.

COMPETÈNCIA 3

Fer preguntes i generar problemes de caire matemàtic

Explicació

Formular-se preguntes de caire matemàtic va més enllà de respondre les que vénen donades. Requereix conèixer quins són els aspectes que la matemàtica estudia i els instruments que ofereix per investigar i trobar respostes i implica poder associar conceptes i procediments a situacions diverses.

Fer preguntes i arribar a posar problemes implica una tasca d'alt nivell. És l'aspecte que completa la resolució de problemes. Potencia l'aprofundiment dels conceptes, les estratègies i la manera de treballar de les matemàtiques.

Les situacions de la vida quotidiana ofereixen moltes ocasions per formular-se preguntes. En el treball escolar, en totes les àrees es presenten oportunitats per fer-ho. La mateixa àrea de matemàtiques és un context en el qual es poden formular preguntes, especialment durant la resolució d'un problema o durant una recerca.

Fer-se preguntes i servir-se de les matemàtiques per resoldre-les és una forma de veure la utilitat dels coneixements i les tècniques que s'hi aprenen i de donar-hi visibilitat i utilitat. Els nombres, el càlcul, els patrons, l'equivalència, les relacions espacials, les tècniques de mesura, les transformacions geomètriques, així com l'obtenció, representació i interpretació de les dades estadístiques són continguts clau en l'adquisició d'aquesta competència.

La gradació de la competència s'ha fet atenent a la complexitat matemàtica de les preguntes o problemes plantejats: des del reconeixement de conceptes fins a generar problemes que impliquin un cert grau de generalització.

Gradació

- 3.1.** Fer preguntes de caire matemàtic i generar problemes que impliquin reconeixement d'un concepte, fer una operació aritmètica o interpretar un gràfic, taula o figura.
- 3.2.** Fer preguntes de caire matemàtic i generar problemes que impliquin més d'una etapa en la resolució, estendre un patró o usar la informació donada per un gràfic, taula o figura per resoldre el problema.
- 3.3.** Fer preguntes de caire matemàtic i generar problemes que impliquin diverses etapes i on calgui prendre decisions i buscar dades, generalitzar un patró o usar diverses representacions.

Continguts clau

- Nombres. Relacions entre nombres.
- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Patrons.
- Equivalència.
- Tècniques, instruments de mesura.
- Relacions espacials.
- Transformacions geomètriques.
- Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques.

Orientacions metodològiques

Plantejar preguntes interessants en contextos propers, d'altres àrees escolars o de la mateixa matemàtica i que puguin respondre's usant les matemàtiques no és una activitat que calgui provocar especialment. Hi ha moltes situacions d'aprenentatge on de manera natural l'alumnat té i fa preguntes, per exemple en una recerca que ha provocat el mestre/a apareixen qüestions que es poden recollir i plantejar després. En la discussió d'un problema apareixen preguntes alternatives a la del problema. Quan s'enfronta un problema complex es pot simplificar per resoldre'n un de més senzill i després plantejar-se el complex.

Una altra mena d'activitats, també a partir de problemes proposats, és dissenyar altres problemes canviant els nombres, les figures, les operacions, el context, afegir o treure condicions...

En altres casos es pot donar una part del problema i que els alumnes hagin de completar la resta: donar la pregunta, donar una o diverses operacions com a resolució, donar el patró que ha d'estar implicat en el problema, donar un context i algunes dades, donar un gràfic a partir del qual cal plantejar el problema... També es pot demanar que redactin dos problemes diferents amb la mateixa solució.

Una tercera tipologia és la proposta de preguntes o problemes que permetin obtenir informació rellevant sobre un context proper o d'una altra àrea escolar. El context ha d'interessar realment l'alumnat, en cas contrari ens trobarem amb propostes banals. Abans de respondre-les posant en joc les matemàtiques, caldrà discutir l'interès de les respostes amb tot el grup.

Una activitat que es pot proposar és "el problema setmanal" on cada setmana un alumne/a aporta un problema com a repte perquè sigui resolt. No cal que l'alumne/a se l'inventi, la recerca i tria de problemes contribueix a veure la resolució de problemes com una cosa divertida, un repte interessant i una victòria.

Perquè l'alumnat es faci preguntes cal que se senti en un ambient de prou confiança per fer-ho. Convé estimular la curiositat i l'espontaneïtat de l'alumnat i transmetre la seguretat que el que pensa, el que es pregunta, és valuós i digne de ser considerat. Cal, doncs, acollir les iniciatives i ajudar a donar-hi forma. Sovint caldrà reconduir-les perquè siguin més concretes i acotades i per tant més abastables.

Convertir una pregunta individual en objectiu col·lectiu té una gran força. Qui l'ha formulat se sent reconegut i veu tot el grup col·laborant per trobar-hi una solució. Possiblement el treball prendrà un caire diferent al que havia imaginat però la col·laboració dels altres pot enriquir-lo. Sovint hi ha preguntes que no tenen una resposta exacta sinó que es basen en unes previsions i cal també que aprenguin a valorar en quin interval es pot moure el grau d'exactitud de la resposta.

Cal que de mica en mica es doni més autonomia i el mestre/a condueixi menys la situació. El mateix alumne/a o un petit grup pot liderar el projecte, prenent decisions i fent-se cada vegada més independents.

Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència es pot donar una situació concreta d'interès per a l'alumne/a i demanar que plantegin preguntes que es puguin respondre usant les matemàtiques. També es pot donar una taula o una gràfica amb dades significatives per a l'alumne/a i demanar-li que plantegi preguntes que ajudin a esbrinar la informació que la taula o la gràfica contenen.

Un altre tipus d'activitat pot ser donar algun dels elements d'un problema (situació i dades, pregunta, resolució i solucions), i demanar que generin un problema o més que els continguin.

Avaluar la capacitat de fer preguntes de caire matemàtic a partir de la realitat passa per fixar-se en les situacions que es donen en el dia a dia. Hi ha alumnat amb molta iniciativa i seguretat mentre que altres no mostren tanta curiositat. Anotar-ho en fulls d'observació és interessant per fer-ne el seguiment i per tenir en compte aquells que no ho fan i mirar d'ajudar-los.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
<p>Es fa preguntes durant la resolució d'un problema.</p> <p>Es fa preguntes sobre quantitats, formes, mesures, etc. en situacions quotidianes.</p> <p>Modifica problemes d'aplicació directa per crear-ne d'altres.</p> <p>Es fa preguntes quan investiga formes geomètriques usant materials manipulatius.</p> <p>(...)</p>	<p>Es fa preguntes sobre quantitats, formes, mesures, etc., mentre està treballant amb temes d'altres àrees.</p> <p>Proposa problemes que impliquen relacions entre operacions.</p> <p>Fa preguntes que impliquen una certa generalització.</p> <p>(...)</p>	<p>Proposa preguntes més senzilles quan afronta un problema complex.</p> <p>Es fa preguntes sobre el funcionament, la possible generalització de fets matemàtics o les causes d'alguns dels temes treballats, sense que el context hi acompanyi.</p> <p>Distingeix entre les dades necessàries i les supèrflues.</p> <p>Fa preguntes rellevants en contextos propers.</p> <p>Fa preguntes que impliquen generalització.</p> <p>(...)</p>

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

Amb motiu de la festa de final de curs a l'escola volem fer un berenar per a tothom. Què necessitem saber per planificar-lo?

Si la resposta és "quantes persones són?" i "què haurem de comprar per fer el berenar?" la considerariem del nivell 1.

Si la resposta, a més, imagina què es podria donar per berenar i diu que cal quantificar els ingredients que es necessitarien i per exemple preveu que caldrà comptar quantes taules cal col·locar perquè tothom pugui estar assegut, pensarem que està en el nivell 2.

Si veu que no es tracta de trobar un resultat exacte sinó de fer una mitjana del que menjarà cadascú i només cal saber les quantitats movent-se en aquest interval, o bé calcula el nombre de taules que calen sabent que hi caben 6 persones a cada una i s'adona que el nombre serà diferent si es fa per classes o considerant tota l'escola com un grup, llavors estarà en el nivell 3.

Dimensió Raonament i prova

El raonament és consubstancial a la construcció del coneixement matemàtic i per tant ha d'estar present en l'aprenentatge de les matemàtiques. Provar, conjuntament amb raonar, permet donar sentit i validar el coneixement matemàtic.

El desenvolupament de la capacitat de raonar que es fa dins de l'educació matemàtica hauria de tenir com a objectiu que l'alumne/a l'apliqui a tots els àmbits de la seva vida quotidiana amb prou precisió lògica. Quan el raonament fet es pot comprovar augmenta la confiança i seguretat en la resolució de situacions, siguin matemàtiques o no.

L'alumne/a ha d'entendre que refusar un raonament té un aspecte positiu, el de cercar unes altres vies i, també, que la validació d'una afirmació no és el final sinó l'obertura cap a noves argumentacions.

Utilitzar el raonament matemàtic comporta:

- Analitzar situacions, per comparació i per contrast.
- Fer conjeitures adaptades a la situació.
- Comprovar, validar o refutar conjeitures.
- Precisar i ampliar conjeitures.
- Generalitzar, establint models i patrons.
- Particularitzar models generals a casos concrets.
- Argumentar per comunicar i validar processos i resultats.

Aquests aspectes es poden presentar de forma conjunta.

El raonament i la prova han de poder aplicar-se a la vida quotidiana en entorns no necessàriament matemàtics i contribuir als raonaments propis de les altres àrees de coneixement.

El disseny i la gestió de les activitats ha de permetre l'alumne/a:

- Fer i fer-se preguntes.
- Tenir una visió global del procés seguit des de la situació inicial fins al resultat final.
- Admetre que la solució potser no existeix o que no és única.
- Admetre que l'error forma part del procés.
- Adonar-se que la resolució d'un problema o d'una activitat és un pas per continuar resolent més situacions.
- Tenir sentit crític.

Aquesta dimensió està integrada per dues competències:

- **Competència 4.** Fer conjeitures matemàtiques adients en situacions quotidianes i comprovar-les.
- **Competència 5.** Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers.

COMPETÈNCIA 4

Fer conjectures matemàtiques adients en situacions quotidianes i comprovar-les

Explicació

La conjectura s'entendrà com una anticipació dels fets. A partir de l'observació i de l'exploració i la recerca de fets matemàtics sorgeixen afirmacions basades en suposicions.

Fer conjectures forma part del procés d'abstracció que implica la descoberta i expressió de relacions, propietats i, en particular, de patrons, és a dir, de regularitats.

Les conjectures poden sorgir en activitats vinculades a:

- Seguiment de sèries de repetició i de creixement, tant numèriques com geomètriques.
- Observació de patrons en taules i gràfics.
- Observació de nombres i operacions (nombres primers, compostos, múltiples de, quadrats, si multiplico per 50 és com si..., si multiplico per 0,5 és com si...).
- Descoberta i aplicació d'equivalències numèriques i geomètriques.
- Observació de figures geomètriques (relació entre les longituds de les diagonals i el tipus de quadrilàter).

Per comprovar que una conjectura no és certa cal trobar casos concrets on no es compleix (contraexemples). Aquesta constatació pot comportar modificar-la o canviar el conjunt d'elements on és vàlida.

Els diferents nivells de la competència s'han establert atenent el grau d'aprofundiment de la conjectura: expressar, comprovar i millorar.

Gradació

- 4.1.** Fer conjectures matemàtiques a partir de l'observació de casos concrets.
- 4.2.** Fer conjectures matemàtiques en situacions quotidianes i comprovar-les usant exemples i contraexemples.
- 4.3.** Fer conjectures matemàtiques en situacions quotidianes, comprovar-les i, si cal, millorar-les.

Continguts clau

- Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles.
- Patrons.
- Equivalència.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Taules i gràfics.

Orientacions metodològiques

És important proposar situacions que portin a fer conjectures amb una certa freqüència per tal que l'alumnat s'habitui a fer-les de manera autònoma i tingui ocasió de progressar en la seva elaboració i justificació. També cal aprofitar totes les situacions on les conjectures sorgeixin de manera espontània.

Són especialment adients les activitats obertes, que donen cabuda a la creativitat i iniciativa dels alumnes i, alhora, suposen un repte. En aquest sentit, les que comporten exploració estimulen l'expressió de conjectures. Per exemple: construcció de triangles amb tires de cartolina o mecano per tal d'analitzar propietats dels angles o dels costats; buscar totes les representacions rectangulars d'un nombre i associar-les als seus divisors. L'exploració pot estar vinculada a d'altres àrees i a situacions quotidianes com ara moblar una habitació sobre plànol.

L'observació d'una col·lecció ordenada de dades en gràfics i taules també provoca l'expressió de conjectures. Per exemple: una recollida continuada de temperatures, de creixement d'una planta... L'observació de taules i diagrames numèrics, relacionats amb els nombres naturals o decimals i amb les operacions i les seves propietats i la descoberta d'estratègies de càlcul mental també són contextos adients per a la creació de conjectures. D'altra banda, les situacions relacionades amb el treball amb patrons geomètrics també ho faciliten, com per exemple la relació entre el nombre de diagonals i de costats d'un polígon.

El mestre/a ha de gestionar la classe de manera que s'ofereixi als alumnes una atmosfera de confiança i respecte, que faciliti que els nens i nenes puguin expressar, sense pors i neguits, les seves iniciatives. Això suposa donar el temps per pensar, per explorar i per dir. El mestre/a ha de ser receptiu a les propostes dels alumnes i, mitjançant exhortacions, reformulacions, retornar als alumnes allò que ells proposen.

El plantejament de preguntes per part del mestre/a o dels alumnes pot suposar el motor de treball i la font d'expressió de conjectures:

- a) Algunes ajuden a fer conjectures, com per exemple: què hi veus?, com continuarà?, com s'acaba?, per què no hi ha...?, veus alguna relació entre ells?, què tenen en comú?
- b) Altres porten a explicar o raonar la conjectura: com ho saps?, per què?, pots trobar altres maneres de saber-ho?
- c) I unes altres inciten a comprovar i estendre la conjectura: pots trobar alguna situació en què no passi?, passa sempre?, per què saps que està bé?, com pots comprovar que està bé? Si estigués malament, com ho canviaries?

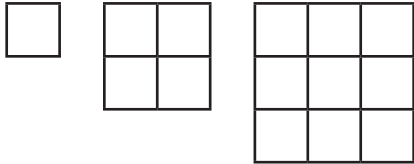
Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència es poden plantejar situacions que impliquin patrons o propietats de nombres o de figures i demanar que arribin a escriure la regla. També es pot donar una situació i exposar una conjectura, demanant que trobin contraexemples i que la modifiquin perquè sigui certa. Una tercera tipologia és donar una conjectura i que l'alumne/a determini el conjunt en què és vàlida.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
<p>Expressa la continuïtat d'una sèrie* preveient cada element a partir de l'anterior.</p> <p>Expressa patrons en una taula de nombres.</p> <p>Posa exemples per descriure un patró o una propietat.</p> <p>(...)</p> <p>* Pel que fa a les sèries cal considerar la diferent dificultat entre les de repetició i les de creixement.</p>	<p>Troba de forma directa el terme genèric d'una sèrie.</p> <p>Comprova propietats descobertes dels nombres, de les operacions o de les figures geomètriques.</p> <p>Posa exemples per descriure un patró o propietat.</p> <p>Posa contraexemples per descriure un patró o propietat.</p> <p>(...)</p>	<p>Fa explícit el patró general d'una sèrie.</p> <p>Defineix propietats dels nombres, de les operacions o de les figures geomètriques.</p> <p>Expressa en llenguatge verbal, gràfic o algebraic patrons o propietats descoberts.</p> <p>Relaciona conjectures amb coneixements adquirits.</p> <p>Amplia el conjunt d'elements en el que és vàlida la conjectura.</p> <p>Transfereix una conjectura a una altra situació semblant.</p> <p>(...)</p>

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

	<p>Pots continuar la sèrie amb dos elements més i calcular en cada cas l'àrea de la figura i el seu perímetre? Explica com ho fas.</p> <p>Quin seria el desè element de la sèrie? I la seva àrea i el seu perímetre?</p> <p>I quin seria el trentè element de la sèrie? I la seva àrea i el seu perímetre?</p> <p>Podries explicar com trobar qualsevol element de la sèrie?</p>
---	--

Una resposta de nivell 1 d'adquisició de la competència seria quan l'alumne/a troba els elements posteriors dibuixant les figures i en recompta l'àrea i el perímetre. Cal posar l'atenció en la descripció de com troba els elements, per exemple "Busco un quadrat d'una unitat més gran i compto l'àrea i el perímetre".

Una resposta de nivell 2 seria aquella en què l'alumne/a relaciona la sèrie amb els nombres quadrats. "Són nombres quadrats. Els següents seran el 4 al quadrat i el 5 al quadrat. L'àrea és el mateix nombre i per trobar el perímetre sumo els quatre costats o multiplico per quatre un costat".

En el nivell 3 ja es poden trobar respostes amb algun grau de generalització: "Qualsevol element de la sèrie és al quadrat (n^2). L'àrea és el mateix nombre. El perímetre és l'element de la sèrie multiplicat per quatre ($n \times 4$)".

COMPETÈNCIA 5

Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers

Explicació

Donar raons lògiques i matemàtiques per fonamentar conclusions i defensar-les és un pas important per arribar a comprendre que el raonament és més fiable que la intuïció, tot i que aquesta ens porti a resultats correctes en algunes ocasions. És important entendre que l'error és font de coneixement més que un obstacle o dificultat.

Argumentar va més enllà de descriure o explicar, cal que l'alumne/a arribi a sentir la necessitat de convèncer, a si mateix i als altres, de la validesa de:

- les respostes a preguntes plantejades,
- els processos emprats per calcular, per mesurar i per resoldre un problema,
- les afirmacions o conjetures que s'expressen en fer investigacions amb materials manipulatiu o visuals,
- les propietats generals que s'intueixen quan es comparen diverses situacions.

En l'argumentació, l'expressió verbal es podrà acompanyar de materials didàctics, TIC, esquemes, taules, gràfics, posant en joc conceptes, propietats, relacions, patrons, equivalències, exemples i contraexemples.

L'argumentació ha d'estar prou organitzada i ha de ser comprensible. És cabdal per comprendre els nombres i les operacions, per relacionar figures, per justificar algorismes mentals o escrits, per constatar equivalències de nombres, en la tria de les unitats de mesura, en el contrast entre l'estimació prèvia i el resultat obtingut, per distingir allò que és aleatori del que no ho és i per interpretar dades estadístiques.

Els nivells d'adquisició de la competència s'han establert tenint en compte el grau de complexitat i d'abstracció de l'argumentació: donar exemples concrets per comprovar una afirmació és de menor nivell que raonar-la lògicament; s'ha considerat nivell avançat raonar usant llenguatge matemàtic, és a dir, expressions numèriques, figures geomètriques i el vocabulari corresponent, etc.

Gradació

- 5.1. Justificar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers donant exemples.
- 5.2. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers donant raons lògiques.
- 5.3. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers donant raons lògiques expressades en llenguatge matemàtic.

Continguts clau

- Nombres. Relacions entre nombres.
- Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles.
- Equivalència.
- Transformacions geomètriques.
- Taules i gràfiques.

Orientacions metodològiques

Per oferir raons lògiques cal investigar. D'aquesta manera es troben idees que expliquen per què una afirmació és certa o bé es troben exemples que demostren que és falsa. El mestre/a procurarà que l'alumne/a investigui demanant-li que:

- Busqui exemples per observar si hi ha alguna cosa en comú (les sumes $3+5$, $5+9$, $3+9...$ donen un nombre parell).
- Faci diagrames i els modifiqui per observar coses que es mantenen o que canvien (transformar un romboide en un rectangle d'igual àrea).
- Revisi significats (dividir entès com fer grups iguals al divisor justifica que el podem restar repetidament del dividend per obtenir el quocient d'una divisió).
- Faci diverses representacions del mateix exemple (representar 4×6 com un rectangle quadriculat porta a veure que és el mateix que 6×4 , i d'ací a la propietat commutativa).
- Recordi similituds amb d'altres situacions treballades.
- Expliqui als altres les seves estratègies i les discuteixi.

A l'hora de construir l'argumentació, el mestre/a farà preguntes que fomentin la connexió d'allò que es vol comprovar amb idees apreses anteriorment. Potenciarà l'ús de diagrames, termes i símbols matemàtics, conjuntament amb l'expressió oral i escrita.

Cal aprofitar totes les ocasions que les activitats matemàtiques habituals ofereixen i preveure el temps per justificar i argumentar. Explicar al company/a o a tot el grup el que s'ha fet i per què és correcte permet al mestre/a dirigir la revisió pas a pas dels mètodes dels alumnes, incorporar suggeriments i comentaris, fer veure com treure informació dels errors i valorar l'ús dels esquemes, els diagrames i del vocabulari per explicar i comunicar matemàtiques.

La interrogació del mestre/a és fonamental. Algunes demandes poden ser:

- Què faries per saber que està bé?
- Passa sempre? Pots donar exemples en què no passi?
- Com ho canviaries perquè estigués bé?
- Fes un esquema dels passos de la teva argumentació.
- On pots aplicar la mateixa estratègia?
- Com convenceries un company que és cert el que dius?...

El mestre/a ha de promoure l'ús del raonament matemàtic i la prova adaptant-los a la situació de l'alumne/a —edat, coneixement, motivació—, al context —escolar, proper. Aquestes adaptacions comporten flexibilitat en l'exigència dels nivells de raonament i prova, que poden anar des de la simple comprovació pautaada i directa fins a argumentacions i generalitzacions més autònomes.

Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar l'adquisició d'aquesta competència es pot partir d'una situació en què l'alumne/a ha investigat i fet una conjectura, aleshores se li pot demanar que l'argumenti. També és adient donar una situació resolta i argumentada i que l'alumne/a la valori com a correcta o no; la situació hauria de contenir alguna falsedat o ambigüitat per donar peu que justifiqui/argumenti la incorrecció.

L'avaluació del progrés en l'argumentació hauria de fer-se de manera periòdica. Es poden usar quadres de registre que continguin els elements que intervenen en el procés i el nivell en què es posa en acció la com-

petència. Cal tenir en compte que un alumne/a pot manifestar indicadors de diversos nivells alhora, especialment durant el procés d'aprenentatge. El mestre/a, però, triarà els moments en què fer les anotacions; no cal fer-les des del començament, és millor donar temps per observar algun progrés. L'avaluació és personal però es pot dur a terme en situacions de treball de grup.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
Comprova les afirmacions buscant i donant exemples. Reacciona positivament davant dels errors buscant altres exemples. (...)	Per raonar usa el context, les representacions gràfiques o dona raons lògiques. Busca/proposa un exemple on no es compleixi (contraexemple). Comprova un problema resolent-lo d'una altra manera. Reacciona positivament davant dels errors buscant raons. (...)	Divideix el procés en passos per argumentar. Segueix l'argumentació presentada per un altre, l'entén. Troba errors en els raonaments d'altres. Relaciona un procés de càlcul amb l'operació, amb les seves propietats. Raona estimacions de mesura usant referents personals, relacions multiplicatives o additives. (...)

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

Es mostren dos rectangles dibuixats sobre paper quadriculat (un de 10 per 5, l'altre de 10 per 3). Es calculen els seus perímetres i àrees (30 i 50; 26 i 30). Es pregunta si hi ha rectangles en què el nombre del perímetre i el de l'àrea coincideixin, i demana raons que puguin convèncer els companys de la validesa de la resposta.

Un exemple de resposta de nivell 1 seria aquella en què l'alumne/a trobés exemples de rectangles que compleixin la condició, com ara 3 per 6 o bé 4 per 4, sense saber donar raons del perquè ho fan o si n'hi podria haver més.

Una resposta de nivell 2 seria donar els rectangles 6x3 i 4x4 abans esmentats, raonant que els quadres del rectangle contribueixen en 1 unitat al perímetre i 1 unitat a l'àrea, però els situats a les cantonades contribueixen en 2 unitats al perímetre i només 1 a l'àrea, per tant a dintre hi ha d'haver 4 quadres que només contribueixen a l'àrea.

També se situaria en el nivell 2 fer una taula sistemàtica d'exploració de molts valors, argumentant per què no preveu que en surtin més.

En un nivell 3 d'adquisició de la competència l'alumne/a podria donar raons relacionades amb el fet que el perímetre és sempre un nombre parell i, per tant, les dues longituds no poden ser senars, si no l'àrea ho seria.

També mostraria un nivell 3 si trobés que hi ha solucions no enteres, com ara 10 per 2,5, a partir d'analitzar els resultats d'una taula amb valors propers. Raonant, per exemple que, de la mateixa manera que ha procedit podria trobar altres valors no enteres.

long	amp	P	àrea
10	1	22	11
10	2	24	20
10	3	26	30
10	2,5	25	25

Dimensió Connexions

La primera connexió que cal considerar és la dels processos del currículum de matemàtiques amb els de continguts. Per tant, caldrà preveure'ls de manera integrada en la planificació i el disseny de l'activitat matemàtica.

La majoria dels conceptes estan connectats amb altres conceptes, tant en el mateix bloc de continguts com amb d'altres blocs. També els algorismes i les tècniques matemàtiques s'han de relacionar amb els conceptes i propietats en què es basen, per tal de veure que formen un tot coherent i fortament lligat.

Hi ha idees transversals que són presents en diversos blocs de continguts, com ara quantitat, patró, equivalència, canvi, mesura... Hi ha connexions entre els diversos processos. Per exemple, el raonament i la representació són cabdals en la resolució de problemes. Conèixer aquestes relacions proporciona un saber més profund i aplicable. És important que es tingui consciència que els aprenentatges adquirits són útils i són font de nous sabers. D'altra banda, les idees matemàtiques s'apliquen a un gran ventall de fenòmens (altres àrees de coneixement, vida quotidiana...).

Els alumnes han de veure que les matemàtiques són quelcom més que un seguit de temes aïllats i que les poden usar en multitud d'ocasions en els contextos més diversos, i arribar a considerar-les útils i rellevants per a la seva vida més enllà de l'escola. Ser capaç de descriure el món real usant les matemàtiques permet comprendre'l millor i preveure resultats i conseqüències.

Qualsevol tema i situació implica connectar idees matemàtiques. Trobar i aplicar relacions entre els conceptes dona major coneixement sobre el que s'està treballant, en particular, és important connectar el nou coneixement amb el que ja es té.

El mestre/a ha de fer possible que s'adquireixi el coneixement de manera integrada més que no pas fragmentat. El món real i les altres àrees tenen tant un paper de contextos on descobrir matemàtiques com el de llocs on es poden aplicar.

Aquesta dimensió està integrada per dues competències:

- **Competència 6.** Establir relacions entre diferents conceptes, així com entre els diversos significats d'un mateix concepte.
- **Competència 7.** Identificar les matemàtiques implicades en situacions quotidianes i escolars i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes.

COMPETÈNCIA 6

Establir relacions entre diferents conceptes, així com entre els diversos significats d'un mateix concepte

Explicació

La relació entre conceptes i representacions, en matemàtiques, facilita la comprensió i ajuda a la resolució de problemes.

Establir aquestes relacions fomenta la concepció de les matemàtiques com un cos integrat capaç d'oferir diferents alternatives per resoldre una mateixa situació.

Connexions clau a emprar són:

- Diversos significats d'un mateix concepte, per exemple el concepte de fracció com a part de la unitat, com a part d'un grup o com a divisió.
- Entre conceptes d'un mateix bloc de continguts.
- Entre conceptes i representacions corresponents a blocs de continguts diferents.
- I entre representacions diverses d'un mateix concepte, com ara la representació dels nombres.

En particular cal considerar les relacions entre:

- Nombres fraccionaris i decimals
- Relacions i propietats numèriques i estratègies de càlcul
- Divisió i fracció
- Operacions aritmètiques entre elles
- Multiplicació/divisió i mesura
- Sistema de numeració decimal i sistema mètric decimal
- Nombres i operacions i representació geomètrica
- Patrons numèrics i geomètrics
- Figures de dues i tres dimensions
- Figures i les seves transformacions

Per fer la gradació de la competència s'ha tingut en compte el nivell de consciència que es té de les connexions que s'estableixen. El fet de representar situacions corresponents a diversos significats amb el mateix llenguatge matemàtic indica un cert grau de

consciència; la descripció de la connexió feta, tot i que no implica donar raons, mostra un grau de consciència més explícit; la justificació de les relacions establertes i usades es considera de nivell alt.

Gradació

- 6.1.** Identificar un concepte bàsic en situacions on tinguin diferents significats, tot expressant-lo en llenguatge matemàtic.
- 6.2.** Usar i descriure relacions entre conceptes i representacions per resoldre situacions.
- 6.3.** Usar i justificar relacions entre conceptes i representacions per resoldre situacions.

Continguts clau

- Nombres. Relacions entre nombres.
- Sistema de numeració decimal.
- Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles.
- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Patrons.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Transformacions geomètriques.

Orientacions metodològiques

Connectar coneixements és imprescindible per aprendre i cal planificar ocasions de fer-ho en situacions diverses. Cal tenir en compte que en connectar continguts, se n'augmenta la presència i també es mostren en situacions que en ressalten aspectes diferents i diversitat d'aplicacions. És, doncs, una manera de contribuir a un aprenentatge més complet d'aquests continguts.

Proposem algunes situacions que porten a connectar per ampliar coneixement:

- Presentar els coneixements nous, relacionant-los amb els que ja es tenen i ajudant a integrar-los tot ampliant-ne el significat. Alguns exemples poden ser: introduir la divisió a partir de fer grups iguals i relacionar-la amb la resta reiterada; iniciar els nombres decimals partint del coneixement de la mesura i les relacions entre les diverses unitats, etc.
- Fomentar l'ús d'estratègies de càlcul basades en les connexions entre operacions i les seves propietats. Si per exemple, es tracta d'obtenir resultats ràpids d'una divisió, es pot usar la connexió amb la multiplicació i plantejar-la com una multiplicació a la qual li falta un factor o es pot descompondre algun dels termes de la divisió i fer dues o més divisions successives ($600:15$, $600:3=200$ i $200:5=40$).
- Donar suport a l'aprenentatge de continguts d'un bloc temàtic amb materials o representacions d'un altre bloc, amb el qual es donen més opcions a l'alumnat amb perfils diferents d'aprenentatge i es transmet la idea que els blocs de continguts en matemàtiques estan estretament relacionats. Així, per exemple, si es representa un nombre elevat al quadrat en forma de superfície d'un quadrat, i un nombre elevat al cub en forma de cub, es complementa la idea numèrica amb la geomètrica.
- Cercar situacions on una mateixa representació posi en relleu semblances, no sempre evidents, entre conceptes, a fi de veure formes d'expressar una situació, coincidents en uns aspectes i diferenciades en altres. Per exemple veure representades sobre la recta les expressions $0,5$, $\frac{1}{2}$ i 50% permet adonar-se que coincideixen en un mateix punt i convida a cercar les raons, amb les quals s'arribarà a un coneixement més profund de la naturalesa de les fraccions, decimals i percentatges.
- Promoure que es tradueixi una situació, d'un llenguatge a un altre, és també una manera d'ampliar coneixements. Per exemple, passar d'una taula d'alçades a un gràfic de barres ajuda a organitzar i sintetitzar les dades.
- Organitzar, entorn d'un concepte que actua de nucli, les principals connexions treballades. L'objectiu és prendre consciència de les connexions establertes fins al moment i ajudar a consolidar-les. Un exemple seria prendre el concepte de superfície com a nucli i anotar connexions amb àrea, perímetre, polígon, multiplicació, etc.

El mestre/a ha de promoure que sigui el mateix alumnat qui connecti continguts per aprendre i per usar els recursos de manera més eficient, deixant progressivament de presentar les situacions, de forma tutelada per afavorir que siguin ells mateixos els qui prenguin la iniciativa.

Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència cal triar situacions dissenyades perquè es puguin fer connexions. Cal demanar a l'alumne/a que expliqui/raoni la resolució per poder valorar si és conscient del que ha fet o només fa memòria d'altres situacions resoltes. També es poden donar situacions resoltes explicitant les connexions i que l'alumne/a les justifiqui.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
Representa diversos significats de la mateixa operació aritmètica utilitzant el seu signe.	Connecta propietats de les operacions per fer càlcul ràpid i explica què ha fet.	Relaciona dues formes d'abordar un mateix problema i pot explicar la relació.
Representa en forma de fracció diverses situacions on tenen diferent significat.	Connecta figures geomètriques a través de transformacions explicant què es manté i què canvia.	Canvia la forma de representar o resoldre una situació i explica en què basa les estratègies que segueix.
Justifica estratègies de càlcul mental usant propietats bàsiques dels nombres.	Connecta nombres i les seves representacions geomètriques i descriu la relació que s'ha establert.	Justifica per què es poden connectar determinats continguts.
Relaciona operacions inverses.	Connecta figures planes amb figures de l'espai.	Modifica connexions fetes per fer-ne de noves i ho pot justificar.
(...)	(...)	(...)

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

6 amics volen menjar pizza. En compren 4 i se les reparteixen, de manera que a tots els en toca la mateixa quantitat. Pensa dues maneres diferents de repartir-les perquè en toqui la mateixa quantitat a cadascú.

Cada pizza val 9 euros i ho paguen a parts iguals. Quant ha de pagar cada un?

Explica com ho han fet i digues per què les dues formes de repartir les pizzes són correctes.

Una resposta de nivell 1 seria aquella en què l'alumne/a ha repartit les 4 pizzes i ho ha expressat en forma de fracció i també ha repartit el preu total entre 6 i ho ha expressat en forma de divisió, mostrant així que té una idea de divisió i l'aplica en context en forma de fracció i d'operació aritmètica.

Una resposta de nivell 2 seria aquella en què l'alumne/a representa dues formes diferents de repartir les pizzes i explica que totes dues estan bé perquè no sobra pizza i es veu que els trossos que té cada un són igual de grans.

Una resposta de nivell 3 seria la que per exemple justificaria l'equivalència entre les dues particions, és a dir, que les fraccions que corresponen a cada nen en cada repartiment són equivalents.

COMPETÈNCIA 7

Identificar les matemàtiques implicades en situacions quotidianes i escolars i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes

Explicació

Identificar quantitats (naturals, fraccionàries, decimals), figures geomètriques, magnituds, patrons i relacions i recollir dades, en situacions quotidianes així com en les diverses àrees de coneixement escolars, és molt important per poder usar les matemàtiques per resoldre problemes, i per comprendre millor la realitat.

No es tracta només de reconèixer els símbols, signes o figures, cal saber adonar-se si en una situació cal usar nombres, quina mena de nombres, quines magnituds relacionades amb la situació, etc. També cal adonar-se que en situacions de no-exactitud cal usar fraccions o decimals, i en situacions d'agrupació pot ser útil multiplicar, dividir o comparar. Igualment reconèixer patrons permet anticipar resultats o fer prediccions. Així mateix, cal adonar-se de quines dades són les que s'han de recollir segons la situació.

I, recíprocament, és important poder donar exemples de situacions concretes on es troben implicats determinats conceptes i relacions fonamentals en l'etapa. Això afavorirà la progressiva matematització de la realitat.

La gradació de la competència s'ha fet atenent la complexitat dels continguts detectats: des de representacions i conceptes més bàsics fins a les relacions, patrons i expressions en llenguatge matemàtic. Es considera un nivell intermedi la identificació de relacions en els contextos de les àrees de coneixement de l'etapa.

Gradació

- 7.1.** Identificar les representacions bàsiques de nombres, magnituds i figures implicats en situacions quotidianes i escolars, i saber-ne trobar exemples en situacions quotidianes.
- 7.2.** Identificar relacions numèriques, relacions entre magnituds i relacions entre figures, així com reconèixer patrons simples en situacions quotidianes i escolars.
- 7.3.** Identificar conceptes, relacions, patrons i representacions matemàtiques en situacions quotidianes i escolars i saber donar exemples.

Continguts clau

- Nombres. Relacions entre nombres.
- Sistema de numeració decimal.
- Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles.
- Patrons.
- Magnituds mesurables. Unitats estàndards.
- Relacions espacials.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques.

Orientacions metodològiques

L'ús de contextos concrets, sigui la realitat propera, materials manipulables, jocs o recursos visuals, és molt important per afavorir la comprensió dels conceptes i les relacions matemàtiques. Per exemple, el context pot fer veure si un nombre té el paper de quantitat, d'ordre, de situació, de relació o de codi.

El mestre/a donarà prioritat al treball amb contextos reals des dels primers cursos per garantir que, al final de l'etapa, l'alumne/a podrà ser capaç de reconèixer les matemàtiques implicades en la realitat i fer ús dels seus coneixements.

Hi ha moltes activitats que es poden dur a terme a partir de situacions properes a l'alumnat i que afavoreixen la comprensió del nombre, de la mesura, de l'espai i de la representació d'informació. Alguns exemples són:

- Estimació de quantitats (gent que cap al pati de l'escola, estona que es tarda a fer quelcom...).
- Estimació de mesures (longituds, pesos, capacitats, àrees).
- Adquisició de referents de nombres (quin és el pes d'un adult, la grandària d'un paquet d'1 kg d'arròs, l'alçada normal d'un nen de sisè...).
- Mesurament directe de longituds, àrees. Valoració dels errors de mesurament o de càlcul.
- Interpretació d'escala de mesura (termòmetres, dials d'aparells, rectes temporals...).
- Lectura i elaboració de gràfics (temperatura, votacions, pluja...).
- Interpretació d'itineraris en plànols i mapes.
- Interpretació de figures en instruccions de funcionament, itineraris, muntatge, etc.
- Lectura de taules (d'horaris de trens...).
- Recerca de les unitats de mesura en els envasos d'aliments, medicaments, etc.

Moltes d'aquestes activitats poden fer-se en contextos interdisciplinaris, en projectes, etc. El mestre/a procurarà també preveure activitats inverses, és a dir, plantejar preguntes de l'estil: quan hem d'usar nombres decimals? I fraccions? Què puc mesurar amb metres quadrats?..., i, per exemple, recollir les respostes en un pòster.

Orientacions per a l'avaluació


Per avaluar aquesta competència cal proposar un context conegut o d'una altra àrea i demanar quines matemàtiques hi veuen. El context pot simplificar-se quan la realitat sigui massa complexa per l'edat. Una fotografia, una notícia, una narració poden ser-ne el punt de partida. A l'inrevés es pot demanar als alumnes que posin exemples de situacions en què s'usa un determinat concepte, com ara les fraccions, o una operació aritmètica, i el perquè.

Els contextos reals propers varien segons el territori i la situació social de l'alumnat. Com més adients siguin per a l'alumne/a millor serà la informació que ens donaran.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
<p>Reconeix nombres com a quantitat, codi i ordre.</p> <p>Reconeix unitats de mesura de longitud, capacitat, massa, àrea i temps.</p> <p>Reconeix polígons, cercles, cubs, prismes, cons, cilindres i esferes.</p> <p>Dóna exemples de situacions on cal usar nombres naturals, fraccions i decimals.</p> <p>Dóna exemples d'objectes amb formes geomètriques concretes.</p> <p>Dóna exemples de situacions de mesures de magnituds lineals i superficials.</p> <p>(...)</p>	<p>Identifica relacions additives i multiplicatives en contextos propers.</p> <p>Sap les mides a prendre per calcular àrees d'espais concrets.</p> <p>Compara longituds i superfícies de manera aproximada.</p> <p>Reconeix les figures elementals que componen figures més complexes.</p> <p>Identifica patrons de repetició i creixement de formes geomètriques.</p> <p>Interpreta o calcula percentatges senzills en situacions de descomptes.</p> <p>(...)</p>	<p>Usa taules horàries.</p> <p>Interpreta itineraris.</p> <p>Identifica formes tridimensionals a partir dels seus desenvolupaments plans i viceversa.</p> <p>Identifica situacions on cal aproximar mitjançant nombres decimals.</p> <p>Identifica patrons numèrics de creixement en taules de recollida de dades (poblacions...).</p> <p>Sap donar exemples de situacions on calen nombres com a codis.</p> <p>Identifica situacions diferents amb operacions aritmètiques concretes.</p> <p>Interpreta representacions estadístiques de dades.</p> <p>(...)</p>

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:



A partir d'una fotografia com aquesta, plantejar la pregunta:

Quines matemàtiques veus en aquesta imatge? Pots trobar altres exemples de les mateixes idees en altres situacions de cada dia o en altres matèries que aprens a l'escola?

Identificar nombres decimals, formes concretes com ara esferes, moneda, quantitats de fruites, unitats de pes, etc., i ser capaç de donar altres exemples en altres contextos de compres, etc., ens mostra un nivell 1 d'assoliment de la competència.

Detectar relacions simples de preus entre les diverses fruites, el patró de repetició dels preus per kg acabats en 99 centèsims d'euro, plantejar-se els preus per peça de les fruites segons la grandària i el seu preu, etc., ens mostra un nivell 2 d'assoliment.

Per mostrar un nivell 3 d'assoliment, a més de les idees anteriors, l'alumne/a hauria de plantejar-se, per exemple, què es pot comprar amb una quantitat determinada d'euros, de quines altres maneres es poden apilar les fruites segons la forma que tinguin. I, especialment, ser capaç de donar exemples en contextos de la matèria de Coneixement del medi de les relacions anteriors.

Dimensió Comunicació i representació

Les matemàtiques aporten un llenguatge formal que, a més del propi coneixement matemàtic, ens procura eines per a la comprensió del nostre entorn. La complexitat del llenguatge matemàtic resideix sobretot en l'abstracció. En aquest sentit és desitjable que aquest llenguatge esdevingui una forma natural d'expressió dins de la classe entre el mestre/a i els nens i les nenes. Una via per assolir aquest objectiu és potenciar la conversa sobre les matemàtiques, primer mitjançant el llenguatge verbal, i de forma progressiva anar-hi introduint els termes i formes pròpies del llenguatge matemàtic. Els nens i les nenes, quan poden donar sentit al llenguatge simbòlic, ben aviat s'adonen de l'estalvi que suposa el seu ús.

La pràctica habitual de l'expressió d'idees matemàtiques entre companys, tant oralment com per escrit, ajuda els estudiants a organitzar i refinar aquestes idees, i a ser clars, convincents i precisos en l'ús del vocabulari i símbols matemàtics. L'escolta atenta dels arguments dels companys proporciona oportunitats de reflexió i millora del propi coneixement.

Les converses que sorgeixen en l'exploració d'idees matemàtiques des de perspectives diverses permeten reafirmar el pensament propi, ser conscient del que se sap i establir connexions. L'alumnat ha de combinar el llenguatge simbòlic i formal amb el llenguatge natural, fins arribar a traduir de l'un a l'altre i incorporar el vocabulari matemàtic al llenguatge habitual.

La representació és una eina per construir, estructurar i comunicar idees matemàtiques. La comunicació matemàtica, des dels esbossos més simples fins al llenguatge simbòlic més elaborat, sempre implica representació. Les representacions sovint parteixen de models informals (dibuix, construccions amb materials manipulables) per evolucionar cap a models més formals: igualtats, taules, gràfiques. Alhora també tenen el seu espai de recursos TIC que faciliten la representació matemàtica.

Les múltiples varietats de representació proporcionen, a més de diverses possibilitats de mostrar idees matemàtiques, diferents vies d'aproximar-se a aquestes idees, d'organitzar-les i de comprendre-les. Un bon indicador del grau de comprensió d'una idea matemàtica és la capacitat de relacionar les diferents representacions d'aquesta idea i triar la forma de representació més adequada a la situació i propòsit plantejat.

El mestre/a ha de procurar que l'alumnat parli de matemàtiques, escolti i llegeixi reflexions i propostes matemàtiques, i escrigui matemàtiques, aprofitant el potencial de les diverses formes de representació de les més informals a les més estructurades fins arribar, de manera progressiva, al llenguatge simbòlic.

Aquesta dimensió està integrada per tres competències:

- **Competència 8.** Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit).
- **Competència 9.** Usar les diverses representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació.
- **Competència 10.** Usar les eines tecnològiques amb criteri, de forma ajustada a la situació, i interpretar les representacions matemàtiques que ofereixen.

COMPETÈNCIA 8

Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit)

Explicació

El llenguatge verbal esdevé una primera forma de representació del pensament matemàtic per als nens i nenes d'educació primària i permet elaborar el llenguatge matemàtic, més abstracte i sintètic.

Tant la comunicació oral com l'escrita sovint incorpora expressions pròpies del llenguatge matemàtic. L'ús del llenguatge verbal es relaciona de forma molt estreta amb la incorporació del llenguatge simbòlic per tal d'expressar el coneixement matemàtic.

La descripció per part de l'alumnat de processos matemàtics, prèviament treballats, fomenta l'intercanvi i el contrast de diferents maneres de fer.

L'expressió d'idees i processos relacionats amb els nombres, les estratègies de càlcul, tècniques i estimacions de mesura, transformacions geomètriques i interpretació i representació de dades estadístiques facilita tant la integració dels nous continguts, com l'establiment de relacions entre els coneixements previs i els nous.

Els diferents nivells de la competència s'estableixen a partir, d'una banda, de l'evolució de l'expressió oral a l'escrita dels processos matemàtics i, de l'altra, de la complexitat en la interacció comunicativa amb els altres. Pel que fa al segon criteri, es considera l'intercanvi oral, les aportacions específiques a l'expressió de l'altre i la proposta de preguntes per establir els nivells.

Gradació

- 8.1.** Expressar oralment de manera comprensible la pròpia percepció d'una idea o d'un procés matemàtic prèviament treballat. Interactuar amb els altres de manera oral.
- 8.2.** Expressar oralment la pròpia percepció d'una idea o d'un procés matemàtic prèviament treballat i modificar-lo, si cal, incorporant, també, els suggeriments dels altres. Fer aportacions, en forma oral, a les expressions dels altres.
- 8.3.** Expressar per escrit de manera comprensible la pròpia percepció d'una idea o d'un procés matemàtic prèviament treballat. Fer observacions, aportacions o preguntes a les expressions dels altres de forma oral.

Continguts clau

- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Equivalència.
- Magnituds mesurables. Unitats estàndards.
- Tècniques, instruments de mesura.
- Relacions espacials.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques.

Orientacions metodològiques

Donar un paper rellevant a la comunicació de l'aprenentatge matemàtic a la classe comporta comprendre que, dins de l'aula, l'alumnat i el mestre/a aprenen pel fet de parlar i escriure sobre les activitats matemàtiques que es realitzen. En aquest sentit, el clima de l'aula ha de ser de tranquil·litat i respecte per tal que tots els alumnes puguin manifestar les seves iniciatives matemàtiques.

El mestre/a ha de prendre decisions sobre la idoneïtat de fomentar el diàleg i el contrast de maneres de fer a la classe, en funció de la rellevància del coneixement matemàtic implícit en les activitats suggerides (estratègies de resolució de problemes, de càlcul mental i de mesura, sentit de les operacions, relació entre diferents tipus de nombres, relació entre nombres i formes geomètriques, transformació de formes geomètriques, equivalència...).

Les activitats matemàtiques han d'oferir reptes, ser prou obertes, amb formes de representació diverses, i han d'incloure la descripció del procés realitzat, per tal d'oferir un ventall de respostes que siguin motiu de contrast dins de la classe.

La gestió de l'aula, per part del mestre/a, mentre es desenvolupa el diàleg, és cabdal. Les seves preguntes han de ser obertes i provocadores de coneixement: explica com ho has fet, com ho has pensat?, a quina altra situació et recorda?, amb què ho podries relacionar?, per què ho has fet així?, com ho podries representar?, què tenen en comú aquesta forma de resoldre i aquesta altra?, què tenen de diferent?, què podries fer servir del que ha fet un company/a?... El mestre/a pot utilitzar diferents tècniques per conduir el diàleg: temps per a l'alumnat, exhortacions, reformulacions...

El diàleg es pot desenvolupar en el gran grup i en petits grups. Sovint oferir el temps per pensar i descriure individualment, després en petit grup i finalment en gran grup és un bon procediment per tal de fer més eficient el diàleg i de fomentar la conversa entre alumnes, aprendre a fer preguntes, suggeriments i reformulacions.

El mestre/a hauria de demanar de manera periòdica l'expressió escrita dels processos seguits, primer de forma individual, per deixar constància de com s'ha dut a terme, i posteriorment contrastar-ho en el gran grup. Això esdevé una ajuda per a la comunicació oral i alhora exigeix un rigor en l'expressió del coneixement matemàtic.

Orientacions per a l'avaluació

Per poder valorar la interacció i les aportacions que fan els alumnes a la conversa cal fer-ho en activitats de grup. És especialment adient la posada en comú dels mètodes de resolució d'un problema, o la discussió sobre una recerca, o d'algorismes propis de càlcul mental. També dóna molta informació sobre la competència el fet que expliquin als altres justificacions o aclariments sobre conceptes o relacions matemàtiques. Per avaluar l'expressió escrita, de manera individual es pot demanar a l'alumne/a que expliqui un procés de resolució, instruccions per fer la construcció o el disseny d'una figura, un procés de mesurament, etc.

El context d'avaluació de la comunicació matemàtica és la conversa entre l'alumnat i el mestre/a a l'aula. D'acord amb això és imprescindible disposar de criteris d'observació del diàleg a la classe. Tanmateix, també es pot completar l'avaluació de la comunicació matemàtica a través dels textos escrits pels alumnes.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
Respon les preguntes del mestre/a de forma breu. Intervé, únicament, a iniciativa del mestre/a. Escriu textos molt simples. Descriu oralment amb frases simples. (...)	Intervé per iniciativa pròpia. Fa descripcions orals completes dels processos matemàtics duts a terme. Fa preguntes al mestre/a. Fa preguntes als companys. S'ajuda de gràfics i/o material per descriure processos de manera oral. (...)	Descriu i justifica el procés matemàtic seguit oralment i per escrit. Incorpora en el llenguatge verbal vocabulari matemàtic. Reformula el que ha dit un company. Compara diferents formes de resolució. Suggereix problemes. Explica conceptes matemàtics. (...)

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

Completa la igualtat i explica el procés que segueixes per fer-ho

$$125 \times 36 = \boxed{} \times 9$$

En un nivell 1 de desenvolupament, l'alumne/a dona respostes molt concretes i breus quan el mestre/a pregunta. Per exemple del tipus: "Ho he calculat. He fet la multiplicació 125 x 36 i després ho he dividit per 9". No ha escrit una explicació, només els càlculs fets.

En un nivell 2 l'alumne/a mostra iniciativa per expressar el seu procés i es poden observar respostes del tipus: "Ho he fet d'una altra manera. He multiplicat el 125 x 4 i m'ha donat el número que buscava. No cal buscar el resultat de la multiplicació". També pot mostrar la relació entre el 36 i el 9 amb gràfics.

En el nivell 3 l'alumne/a pot seguir diferents processos per trobar el número que falta. Poden haver-hi respostes del tipus: "El més senzill és adonar-te que 9 és la quarta part de 36 i aleshores multiplicar el 125 per 4. I és cert, no cal buscar el resultat de la multiplicació (aquesta explicació, acompanyant la resolució escrita, també pot contenir diagrames per fer-la més entenedora). Quan busques el resultat de la multiplicació, després has de dividir per 9, perquè busques un factor d'una multiplicació". També pot ampliar la resposta amb la proposta de problemes anàlegs com ara:

$$200 : 5 = \boxed{} : 10$$

COMPETÈNCIA 9

Usar les diverses representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació

Explicació

Materials manipulables, dibuixos, imatges, figures geomètriques, eines TIC, esquemes, paraules, taules, gràfics, signes i símbols són representacions que expressen i comuniquen idees matemàtiques. Els diferents tipus de representacions mostren diverses interpretacions i nivells d'abstracció dels conceptes i les relacions per part dels alumnes.

La representació té diverses funcions en l'aprenentatge de les matemàtiques:

- Recollir i organitzar dades i informació.
- Esquematzar una situació, prescindint de detalls concrets.
- Mostrar diversos exemples o situacions i relacionar-los, copsant els aspectes comuns i generalitzar.
- Resoldre problemes o analitzar situacions.
- Comunicar resultats o troballes.
- Destacar algun/s aspecte/s del concepte.

Els alumnes han d'usar tant formes personals de representació com les formes matemàtiques que planteja el mestre/a (signes, parèntesis, taules...).

És important saber que una idea es pot representar de diverses maneres així com comprendre les representacions dels companys i les estàndards.

La potència d'algunes representacions les fan imprescindibles en l'aprenentatge matemàtic:

- La recta numèrica (nombres naturals, fraccions i decimals i les operacions).
- Producte com a rectangle o com a xarxa quadriculada.
- Materials per construir figures geomètriques.
- Signe = en contextos d'igualtat i d'equivalència.
- Vocabulari geomètric en contextos propers.
- Taules de doble entrada per recollir relacions numèriques.
- Coordenades cartesianes.

La gradació de la competència s'ha fet atenent el grau d'abstracció de la representació, des de les personals fins a les pròpies de les matemàtiques. També s'ha tingut en compte un cert grau d'adequació a l'hora d'adaptar la representació a la situació.

Gradació

- 9.1.** Usar algunes de les representacions de conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació.
- 9.2.** Usar una de les diverses representacions d'un concepte o d'una relació, que sigui rellevant en l'expressió matemàtica d'una determinada situació, i explicar-la.
- 9.3.** Usar el llenguatge matemàtic per expressar una situació i comprendre les expressions matemàtiques realitzades pels iguals.

Continguts clau

- Sistema de numeració decimal.
- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Equivalència.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques.
- Taules i gràfiques.

Orientacions metodològiques

Tots els alumnes han de poder afrontar una idea matemàtica, una situació problema o una col·lecció de dades fent-ne una representació. Les possibilitats de fer-ho van des de la dramatització de la situació fins als símbols abstractes matemàtics passant pels materials manipulables, les imatges, els programes dinàmics i el llenguatge verbal.

L'ús de materials manipulatiu adients ha de ser l'opció preferent, tant si es tracta dels que estan especialment dissenyats com si són objectes propers. Són imprescindibles per introduir noves idees i relacions i, naturalment, es combinaran amb d'altres recursos. Aprendre diverses formes de representar farà augmentar la flexibilitat en el plantejament de situacions i potenciarà la confiança de l'alumne/a.

El mestre/a animarà els alumnes a fer tota mena de representacions, sense restriccions. Els alumnes tendeixen a usar les representacions que els són més entenedores, la introducció de representacions més eficients i abstractes correspon al mestre/a. Cal buscar els moments adients per introduir-les amb comprensió i fent notar als alumnes la potència de la nova representació.

Les situacions que es plantegin a classe cal que portin a l'ús de representacions lligades a:

- Els nombres i les operacions amb naturals, fraccions i decimals (recta, sistema de numeració decimal, expressions equivalents o igualtats, taules, figures com rectangles o quadrats, diagrames en arbre, taules).
- Les figures geomètriques (construccions, transformacions, representacions planes de l'espai).
- Dades (gràfics de barres, pictogrames, diagrames sectorials, taules).

En moments concrets, cal aturar-se a analitzar i classificar les representacions fetes pel grup. Arribar a veure com representen la mateixa idea amb matisos diferents, això farà possible que progressivament triïn representacions més eficients. D'altra banda, els diferents nivells de representació usats pels alumnes esdevenen una font d'informació molt rellevant que permet veure el nivell de comprensió dels conceptes i ajustar els suports concrets.

Per afavorir la identificació de diverses representacions amb un concepte concret podem fer demandes del tipus: de quines maneres podries representar una multiplicació? I una fracció? Pots fer la representació més simple?, etc.

Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència cal proposar una activitat que pugui ser representada de múltiples maneres. Pot ser un problema que impliqui relacions numèriques, fraccions, que impliqui la representació de dades estadístiques o una exploració geomètrica al pla o a l'espai. És important demanar que expliqui com entén la representació o també que se li demani si pot representar-la, a més, d'una altra manera.

Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
<p>Describeix una situació combinant representacions pròpies amb alguns nombres i/o figures geomètriques.</p> <p>Fa representacions personals poc eficients en relació amb la situació.</p> <p>Usa llistes en lloc de taules.</p> <p>Sap llegir gràfics estadístics senzills.</p> <p>(...)</p>	<p>Assaja diverses representacions per resoldre una situació.</p> <p>Tradueix una representació pròpia d'una relació a una igualtat o equivalència numèrica.</p> <p>Planteja la situació usant una representació gràfica però expressa la solució matemàticament.</p> <p>(...)</p>	<p>Usa el llenguatge matemàtic per representar una situació.</p> <p>Explica les representacions pròpies.</p> <p>Explica les representacions alienes.</p> <p>Compara diverses representacions, valorant-les segons la seva eficiència en l'anàlisi o en la resolució d'una situació.</p> <p>Interpreta el llenguatge matemàtic.</p> <p>(...)</p>

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat que permet avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

Ha arribat un paquet a l'escola ple de caps de llapis. Per fora, el paquet duu una etiqueta que diu: "52 llapis/caps de 3 i de 7 llapis". Quantes caps de cada classe hi pot haver? Explica com ho saps.

Un exemple de nivell 1 d'assoliment de la competència podria ser el cas d'un alumne/a que usi un material manipulatiu concret per representar el total de llapis i temptegi agrupant-los de diverses maneres fins a obtenir totes les solucions.

Un exemple de nivell 2 d'adquisició seria el d'un alumne/a que comença amb una representació pictòrica i s'adona que és massa pesat dibuixar i combinar els grups. Passa a una representació numèrica. Fa dues sèries, la de 7 en 7 i la de 3 en 3, i les combina.

I dona les solucions $49+3=52$, $7+45=52$, $28+24=52$, en llenguatge matemàtic.

Una possible resposta de nivell 3 seria el cas de l'alumne/a que tria el llenguatge matemàtic per representar i resoldre la situació. Per exemple escriu $______ \text{ de } 3 + ______ \text{ de } 7 = 52$. Raona que si 52 és parell la suma ha de ser amb els dos resultats parells o els dos senars. Comença per provar amb els parells de caps de 3 i de caps de 7. Diu que hi ha una solució $24+28=52$. Especifica que són 8 caps de 3 i 4 caps de 7. Prova amb els senars i obté $3+49$ i $45+7$, especifica en cada cas les caps i diu que no hi ha més solucions.

COMPETÈNCIA 10

Usar les eines tecnològiques amb criteri, de forma ajustada a la situació, i interpretar les representacions matemàtiques que ofereixen

Explicació

A causa de la gran quantitat d'eines tecnològiques existents per representar idees i relacions matemàtiques es fa necessari que els alumnes en coneguin algunes i siguin capaços de triar-ne d'adients en cada situació de treball matemàtic.

Les eines tecnològiques ofereixen representacions visuals (tridimensionals o planes) que cal interpretar per poder utilitzar-les per aprofundir els conceptes i les relacions matemàtiques. El coneixement i la correcta utilització de les eines tecnològiques, conjuntament amb els materials manipulables i visuals, són cabdals per a l'aprenentatge matemàtic ja que faciliten els processos de càlcul, de simulació, de representacions de nombres i dades, de representació de figures geomètriques i de visualització de patrons.

La utilització d'algunes eines tecnològiques com els editors de textos, els fulls de càlcul, la calculadora, els editors d'esquemes conceptuals, els geolocalitzadors, els recursos en línia, les miniaplicacions (*applets*), els generadors de mapes i itineraris, etc., permet que l'alumne/a:

- Representi i comuniqui processos.
- Elabori conjectures a partir de tenir un gran nombre de casos concrets.
- Exerciti algorismes diversos.
- Experimenti.

El càlcul, la representació de dades estadístiques i l'elaboració de taules i gràfics són continguts relacionats amb la resolució de problemes i la representació d'informació; les figures geomètriques i les relacions espacials tenen un paper essencial en la visualització que permeten les eines tecnològiques; els continguts més relacionats amb simulacions són les transformacions geomètriques i els fenòmens aleatoris.

La gradació s'ha fet atenent el grau d'autonomia i de criteri d'ús de les eines, tenint present que es refereix a l'ús en situacions d'aprenentatge matemàtic.

Gradació

- 10.1.** Usar algunes eines tecnològiques bàsiques i interpretar les representacions matemàtiques que ofereixen.
- 10.2.** Usar eines tecnològiques proposades per representar i comunicar situacions de treball matemàtic.
- 10.3.** Usar eines tecnològiques seleccionades autònomament per representar i comunicar situacions de treball matemàtic.

Continguts clau

- Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC).
- Tècniques, instruments de mesura.
- Relacions espacials.
- Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats.
- Transformacions geomètriques.
- Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques.
- Fenòmens aleatoris.
- Taules i gràfiques.

Orientacions metodològiques

Les eines tecnològiques, tant el material manipulatiu com el digital, han d'usar-se de manera integrada en el treball matemàtic. L'alumnat ha de poder disposar d'aquests recursos de manera permanent i en quantitat suficient en el desenvolupament de la pràctica matemàtica (calculadores, pissarra digital, ordinadors, etc.), només així podrà fer ús del seu esperit crític per a la selecció dels instruments adients.

Transformar la informació en coneixement exigeix el domini de les destreses relacionades amb el raonament per cercar, organitzar, relacionar, analitzar, sintetitzar i fer inferències. És important oferir activitats que afavoreixin l'experiència en la utilització de diferents eines tecnològiques per conèixer les seves possibilitats i, d'aquesta manera, poder triar-ne una d'adient a la situació:

- Els editors de textos ens poden ajudar a descriure el procés, a incorporar reflexions, dubtes i a evidenciar el que fem.
- Els fulls de càlcul són una eina potent per a la gestió de la informació numèrica, per a la realització de càlculs i per a la representació dels resultats en forma de gràfics.
- La calculadora afavoreix la realització d'algoritmes no estàndards, agilita el procés de càlcul i permet experimentar relacions numèriques. Actualment la trobem com a eina tecnològica pròpia i incorporada a d'altres: navegadors d'internet, cercadors, miniaplicacions (*applets*), etc.
- Els editors de mapes conceptuals ajuden a recollir i, sobretot, a organitzar la informació que fa referència a un procés matemàtic o a una resolució d'un problema.
- La fotografia digital permet traslladar alguns exercicis o problemes al context propi de l'alumne/a i representar els processos de resolució.
- Els geolocalitzadors i els generadors de mapes i itineraris afavoreixen la utilització del càlcul i la geometria en contextos reals i propers.
- Els múltiples recursos en línia, miniaplicacions (*applets*), faciliten la visualització de les situacions en contextos reals o quasi reals, fet que ajuda a decidir les estratègies per a la seva resolució.
- La pissarra digital (PDI) permet la utilització de molts dels recursos anteriors a més de permetre enregistrar i emmagatzemar allò que s'hi representa i la possibilitat d'introduir noves metodologies de treball.

Orientacions per a l'avaluació

Per avaluar aquesta competència es poden plantejar activitats de resolució de problemes on hi hagi prou dades que justifiquin l'ús de l'eina tecnològica, o bé que es justifiqui per la necessitat de dibuixar figures que hagin de verificar condicions donades. Es poden proposar canvis de representació de dades per emfatitzar certes característiques de la situació, transformacions de figures geomètriques que mantinguin alguna característica, etc.

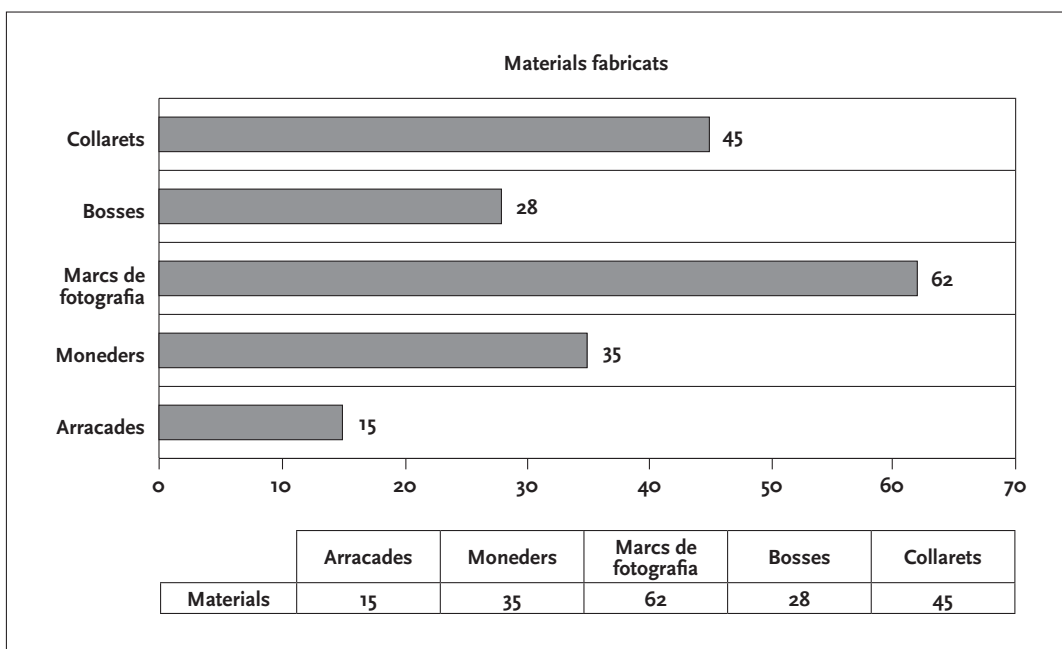
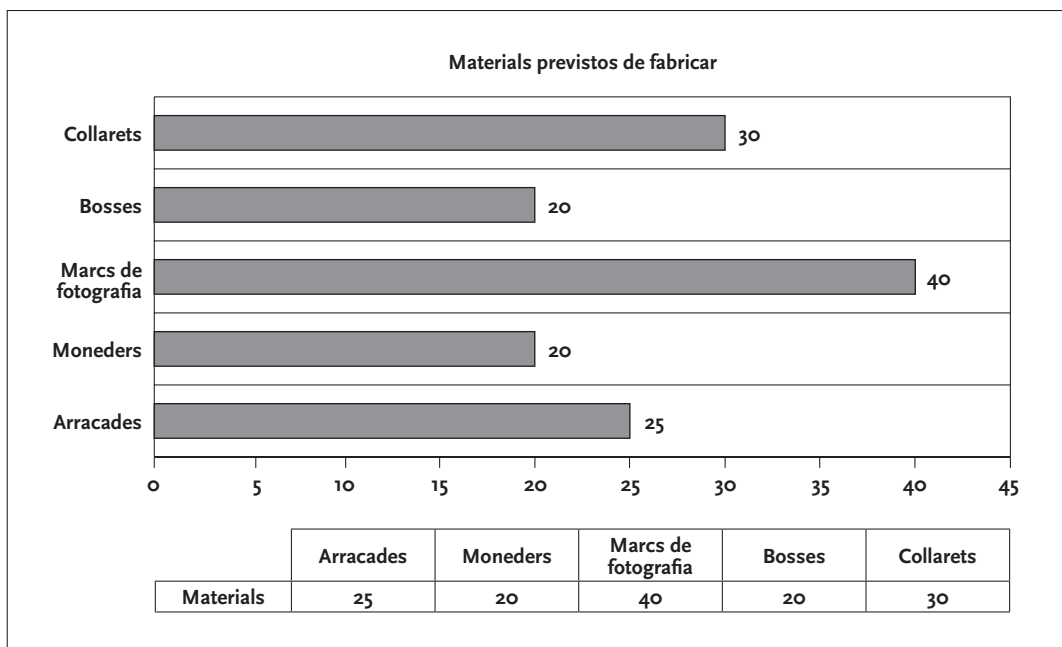
Per avaluar els diversos nivells d'assoliment de la competència poden ser útils indicadors com els que s'ofereixen a continuació:

Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
<p>Utilitza la calculadora per realitzar càlculs en situacions adients.</p> <p>Utilitza la funció taules, de l'editor de textos, per recollir la informació tot aplicant fórmules de suma.</p> <p>Utilitza funcions bàsiques del full de càlcul.</p> <p>Extreu informació directa dels gràfics.</p> <p>Interpreta gràfics estadístics.</p> <p>Interpreta les formes espacials representades en el pla (pantalla ordinador).</p> <p>Usa fotografies per representar formes geomètriques reals.</p> <p>(...)</p>	<p>Coneix les limitacions de la calculadora.</p> <p>Utilitza la tecnologia per recopilar, analitzar i visualitzar dades matemàtiques.</p> <p>Utilitza la tecnologia per explorar, recollir, visualitzar, manipular i presentar dades en una varietat de formes.</p> <p>Crea un full de càlcul per introduir la informació i selecciona les fórmules adequades.</p> <p>Genera gràfics a partir de la informació recollida en un full de càlcul.</p> <p>Obté noves dades a partir de representacions gràfiques en coordenades cartesianes.</p> <p>Usa la fotografia per representar conceptes matemàtics.</p> <p>(...)</p>	<p>Utilitza la tecnologia per desenvolupar la comprensió de nous conceptes o per comunicar situacions de treball matemàtic.</p> <p>Selecciona i utilitza les eines tecnològiques en funció de la seva utilitat i de les limitacions de la situació problema.</p> <p>Justifica la idoneïtat de l'eina tecnològica utilitzada i les raons per les quals no en fa servir unes altres segons la situació.</p> <p>(...)</p>

Tot seguit es mostra un exemple d'activitat per avaluar el nivell d'adquisició de la competència:

Els alumnes de la classe participeu d'un projecte d'emprenedoria. El vostre projecte ha estat la constitució d'una cooperativa per a la realització i venda de productes fets amb materials de reciclatge: collarets, bosses, marcs de fotografia, moneders i arracades. La setmana pròxima es farà l'acte final de totes les escoles que hi heu participat i haureu de fer una presentació.

Els gràfics següents recullen les dades dels materials previstos de fabricar i els materials fabricats, que són els que heu posat a la venda:



Els preus als quals heu venut cada material han estat:

Material	Preu de venda per unitat
Collarets	2 €
Bosses	1,50 €
Marc de fotografia	1,50 €
Moneders	2,50 €
Arracades	4 €

L'èxit de la iniciativa ha estat total i heu aconseguit vendre tots els productes fabricats. A l'hora de preparar la presentació heu d'informar, com a mínim, dels aspectes següents:

- Quin és el producte que més heu fabricat?
- De quin producte heu fabricat menys quantitat de la que teníeu prevista?
- De quins productes heu fabricat més quantitat de la que teníeu prevista?
- Quin és el nombre total de productes que heu fabricat?
- Quina és la diferència entre la previsió de productes a fabricar i els realitzats?
- Quants diners heu recaptat amb la venda de tots els productes fabricats?

Aquestes dades les heu de presentar en números i en gràfics. Es valorarà que els resultats siguin correctes i que els gràfics escollits per presentar les dades a la resta d'escoles siguin els més adients per evidenciar els resultats.

Davant d'aquesta situació considerarem una resposta de nivell 1 quan l'alumne/a sigui capaç de respondre a les preguntes a partir de les gràfiques tot usant la calculadora i presenti el resultat en un document de text.

Si per respondre a les preguntes genera i utilitza un full de càlcul la considerarem una resposta de nivell 2.

Una resposta de nivell 3 serà aquella que a més de respondre a les preguntes fent servir un full de càlcul, utilitzi eines de presentació diverses per documentar i presentar els resultats finals als seus companys i companyes de la manera més evident.

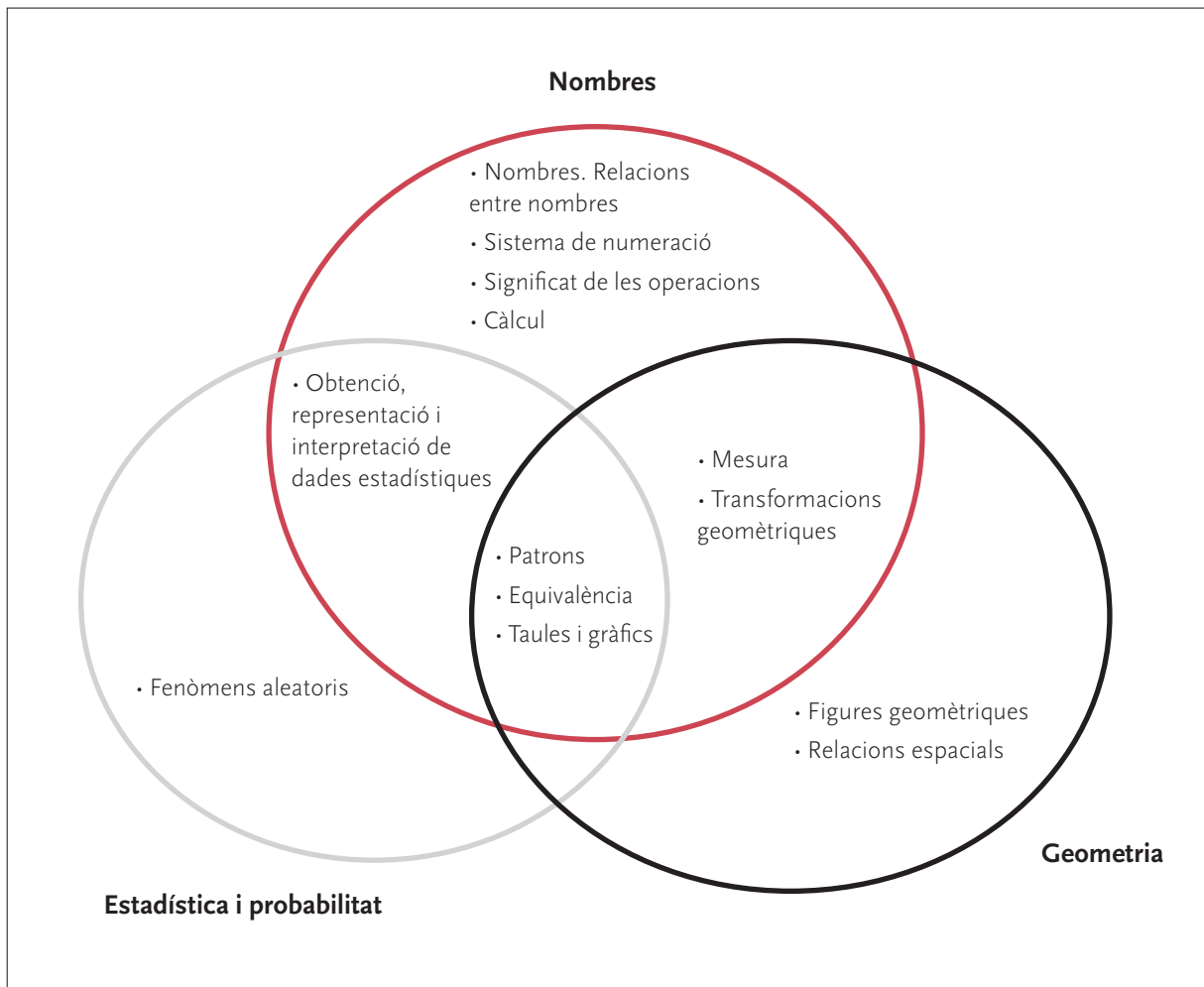
Annex 1

Continguts clau de les competències

Continguts clau	Competències									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1. Nombres. Relacions entre nombres										
2. Sistema de numeració decimal										
3. Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles										
4. Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC)										
5. Patrons										
6. Equivalència										
7. Magnituds mesurables. Unitats estàndards										
8. Tècniques, instruments de mesura										
9. Relacions espacials										
10. Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats										
11. Transformacions geomètriques										
12. Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques										
13. Fenòmens aleatoris										
14. Taules i gràfiques										

Annex 2

Connexions entre continguts clau



Annex 3

Correspondència entre els continguts clau vinculats a les competències i la formulació dels blocs del currículum

Continguts clau	Continguts curriculars
1. Nombres. Relacions entre nombres	NC. Comprensió dels nombres, de les seves formes de representació i del sistema de numeració RC. Comprensió i anàlisi dels patrons, relacions i canvis
2. Sistema de numeració decimal	NC. Comprensió dels nombres, de les seves formes de representació i del sistema de numeració
3. Significat de les operacions, de les propietats i les seves relacions entre elles	NC. Comprensió dels significats de les operacions i de les relacions que hi ha entre unes i altres
4. Càlcul (mental, estimatiu, algorísmic, amb eines TIC)	NC. Comprensió de la funcionalitat del càlcul i l'estimació
5. Patrons	RC. Comprensió i anàlisi dels patrons, relacions i canvis
6. Equivalència	NC. Comprensió dels nombres, de les seves formes de representació i del sistema de numeració RC. Ús de models i expressions matemàtiques per representar les relacions
7. Magnituds mesurables. Unitats estàndard	M. Comprensió de les magnituds mesurables, de les unitats i del procés de mesurar
8. Tècniques, instruments de mesura	M. Aplicació de tècniques i d'instruments per mesurar
9. Relacions espacials	EF. Localització i descripció de relacions espacials EF. Utilització de la visualització i de models geomètrics per resoldre problemes
10. Les figures geomètriques: elements, característiques (2D i 3D) i propietats	EF. Anàlisi de les característiques i propietats de les figures geomètriques EF. Utilització de la visualització i de models geomètrics per resoldre problemes
11. Transformacions geomètriques	EF. Identificació i aplicació de transformacions geomètriques
12. Obtenció, representació i interpretació de dades estadístiques	EA. Formulació de preguntes abordables amb dades i recollida, organització i presentació de dades rellevants per respondre-les EA. Selecció i ús de mètodes estadístics per analitzar dades EA. Treure conclusions i fer prediccions basades en dades
13. Fenòmens aleatoris	EA. Comprensió i aplicació de conceptes bàsics d'atzar
14. Taules i gràfiques	RC. Comprensió i anàlisi dels patrons, relacions i canvis RC. Ús de models i expressions matemàtiques per representar les relacions

Annex 4

Competències i nivells de gradació

Competències	Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
1. Traduir un problema a una representació matemàtica i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l	1.1. Explicar un problema en llenguatge propi, usant materials, dibuixos, esquemes o expressions aritmètiques, i emprar estratègies personals i eines matemàtiques elementals, que serveixin per resoldre'l	1.2. Traduir un problema al llenguatge matemàtic bàsic i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l i explicar el procés seguit	1.3. Traduir un problema a llenguatge matemàtic i emprar conceptes, eines i estratègies matemàtiques per resoldre'l, justificant els passos seguits en el procés
2. Donar i comprovar la solució d'un problema d'acord amb les preguntes plantejades	2.1. Donar la solució d'un problema interpretant la pregunta en el seu context i valorar si la resposta és raonable	2.2. Donar la solució d'un problema interpretant la pregunta en el seu context, i comprovar tant si és raonable com si compleix les condicions donades	2.3. Donar la solució d'un problema i comprovar tant si és raonable com correcte i plantejar-se i explorar si hi pot haver més solucions
3. Fer preguntes i generar problemes de caire matemàtic	3.1. Fer preguntes de caire matemàtic i generar problemes que impliquin reconeixement d'un concepte, fer una operació aritmètica o interpretar un gràfic, taula o figura	3.2. Fer preguntes de caire matemàtic i generar problemes que impliquin més d'una etapa en la resolució, estendre un patró o usar la informació donada per un gràfic, taula o figura per resoldre el problema	3.3. Fer preguntes de caire matemàtic i generar problemes que impliquin diverses etapes i on calgui prendre decisions i buscar dades, generalitzar un patró o usar diverses representacions
4. Fer conjectures matemàtiques adients en situacions quotidianes i comprovar-les	4.1. Fer conjectures matemàtiques a partir de l'observació de casos concrets	4.2. Fer conjectures matemàtiques en situacions quotidianes i comprovar-les usant exemples i contraexemples	4.3. Fer conjectures matemàtiques en situacions quotidianes, comprovar-les i, si cal, millorar-les
5. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers	5.1. Justificar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers donant exemples	5.2. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers donant raons lògiques	5.3. Argumentar les afirmacions i els processos matemàtics realitzats en contextos propers donant raons lògiques expressades en llenguatge matemàtic

Competències	Nivell 1	Nivell 2	Nivell 3
6. Establir relacions entre diferents conceptes, així com entre els diversos significats d'un mateix concepte	6.1. Identificar un concepte bàsic en situacions on tingui diferents significats, tot expressant-lo en llenguatge matemàtic	6.2. Usar i descriure relacions entre conceptes i representacions per resoldre situacions	6.3. Usar i justificar relacions entre conceptes i representacions per resoldre situacions
7. Identificar les matemàtiques implicades en situacions quotidianes i escolars i cercar situacions que es puguin relacionar amb idees matemàtiques concretes	7.1. Identificar les representacions bàsiques de nombres, magnituds i figures implicats en situacions quotidianes i escolars, i saber-ne trobar exemples en situacions quotidianes	7.2. Identificar relacions numèriques, relacions entre magnituds i relacions entre figures, així com reconèixer patrons simples en situacions quotidianes i escolars	7.3. Identificar conceptes, relacions, patrons i representacions matemàtiques en situacions quotidianes i escolars i saber donar exemples
8. Expressar idees i processos matemàtics de manera comprensible tot emprant el llenguatge verbal (oral i escrit)	8.1. Expressar oralment de manera comprensible la pròpia percepció d'una idea o d'un procés matemàtic prèviament treballat. Interactuar amb els altres de manera oral	8.2. Expressar oralment la pròpia percepció d'una idea o d'un procés matemàtic prèviament treballat i modificar-lo, si cal, incorporant, també, els suggeriments dels altres. Fer aportacions, de manera oral, a les expressions dels altres	8.3. Expressar per escrit de manera comprensible la pròpia percepció d'una idea o d'un procés matemàtic prèviament treballat. Fer observacions, aportacions o preguntes a les expressions dels altres de forma oral
9. Usar les diverses representacions dels conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació	9.1. Usar algunes de les representacions de conceptes i relacions per expressar matemàticament una situació	9.2. Usar una de les diverses representacions d'un concepte o d'una relació, que sigui rellevant en l'expressió matemàtica d'una determinada situació, i explicar-la	9.3. Usar el llenguatge matemàtic per expressar una situació i comprendre les expressions matemàtiques realitzades pels iguals
10. Usar les eines tecnològiques amb criteri, de forma ajustada a la situació, i interpretar les representacions matemàtiques que ofereixen	10.1. Usar algunes eines tecnològiques bàsiques i interpretar les representacions matemàtiques que ofereixen	10.2. Usar les eines tecnològiques proposades per representar i comunicar situacions de treball matemàtic	10.3. Usar eines tecnològiques seleccionades autònomament per representar i comunicar situacions de treball matemàtic

Annex 5

ARC (aplicació de recursos al currículum)

La creació, la cerca i la selecció de recursos és una pràctica habitual entre els docents i els centres educatius. En l'actualitat, es generen una gran quantitat d'activitats i materials diversos adreçats a les diferents etapes educatives.

El Departament d'Ensenyament, recollint aquesta realitat, posa a disposició dels docents l'aplicació de recursos al currículum (ARC), un espai estructurat i organitzat que permet accedir a propostes didàctiques vinculades als continguts del currículum i que ajuden a avançar en l'exemplificació de les orientacions per al desplegament de les competències bàsiques.

L'ARC és un espai al servei dels mestres i del professorat on es recullen propostes per enriquir la pràctica a l'aula i contribuir a la millora dels aprenentatges de l'alumnat. Ofereix activitats vinculades als continguts clau, que exemplifiquen orientacions metodològiques recollides en els documents de desplegament de les competències bàsiques. Aquestes activitats són fruit de l'expertesa dels docents que volen compartir la seva pràctica en forma de propostes didàctiques experimentades a l'aula.

Les propostes didàctiques, validades pel Departament d'Ensenyament, es presenten a l'ARC amb una breu explicació i una fitxa que conté la descripció detallada de la proposta, els objectius, els recursos emprats i les orientacions metodològiques.

Cada proposta de l'ARC mostra els continguts curriculars i les competències que s'hi desenvolupen, i la majoria de propostes incorporen documents adjunts, tant per al professorat com per a l'alumnat: guies didàctiques, rúbriques d'avaluació, quaderns de treball i altres tipus de materials. Aquests materials són variats pel que fa al format: documents de text, documents PDF, quaderns virtuals, materials per a pissarres digitals i altres formats.

L'ARC és un projecte col·lectiu en evolució que creix dia a dia a favor de l'èxit escolar. S'hi pot accedir des de l'adreça <http://apliense.xtec.cat/arc>