

# 19

# Documents

## Marc conceptual de resolució de problemes per a l'avaluació PISA 2012





# 19

# Documents

## Marc conceptual de resolució de problemes per a l'avaluació PISA 2012



Marc conceptual de resolució de problemes per a l'avaluació PISA 2012

Aquest document és una traducció de *PISA 2012 Field Trial Problem Solving Framework*. OECD, juliol de 2010

© Consell Superior d'Avaluació del Sistema Educatiu  
Departament d'Ensenyament  
Generalitat de Catalunya

Barcelona, setembre de 2011

**ÍNDEX**

<b>Preàmbul.....</b>	<b>4</b>
<b>1. Introducció.....</b>	<b>6</b>
La resolució de problemes al PIAAC.....	8
<b>2. Definició de l'àrea.....</b>	<b>10</b>
<b>3. Organització de l'àrea.....</b>	<b>16</b>
a. Context del problema.....	16
b. La naturalesa de la situació de problema.....	17
Situacions de problema interactives	
Situacions de problema estàtiques	
Problemes mal definits	
c. Processos de resolució de problemes.....	19
Habilitats de raonament	
<b>4. Avaluar la competència de resolució de problemes.....</b>	<b>22</b>
a. Estructura de l'avaluació.....	22
Utilitat del suport electrònic	
b. Característiques i dificultat de les tasques.....	23
Formats de resposta i codificació	
Problemes interactius	
c. Distribució de la puntuació.....	26
<b>5. Informar de la competència de resolució de problemes.....</b>	<b>28</b>
<b>6. Ítems de mostra.....</b>	<b>30</b>
<b>Bibliografia.....</b>	<b>32</b>
<b>Annex 1. Visió global sobre la investigació en resolució de problemes....</b>	<b>36</b>
Fonaments històrics i teòrics.....	36
L'inici de la psicologia	
L'associacionisme	
Psicologia de la Gestalt	
George Polya	
Processament de la informació	
Línies de recerca actuals en resolució de problemes.....	38
La presa de decisions	
El raonament	
Intel·ligència i creativitat	
Ensenyar a raonar	
Resolució de problemes experta	
Raonaments analògics	
Resolució de problemes matemàtics i científics	
Cognició situada	
La neurociència cognitiva en resolució de problemes	

La resolució de problemes complexos	
Conclusions.....	46
Bibliografia.....	47
<b>Annex 2. Grup d'experts en resolució de problemes.....</b>	<b>52</b>
<b>Annex 3. Exemples d'ítems alliberats.....</b>	<b>54</b>

## **PREÀMBUL**

1. Aquest document presenta el marc conceptual recomanat per a l'avaluació de resolució de problemes al pilotatge de PISA 2012. El marc conceptual es modificarà de cara a l'avaluació principal en funció dels resultats de la prova pilot i els ítems de mostra de la prova pilot s'inclouran com a exemples addicionals. Aquest document descriu el desenvolupament que s'ha fet del marc conceptual fins en aquest moment.

2. A la primera reunió del grup d'experts en resolució de problemes que va tenir lloc a Melbourne del 10 al 12 de febrer, es va tractar el primer esborrany del marc conceptual de resolució de problemes. Posteriorment a la reunió del grup d'experts, l'equip del Consorci PISA va preparar un segon esborrany, que es va presentar a la trobada de directors nacionals del projecte realitzada a Hong Kong de l'1 al 5 de març. Gràcies a les aportacions que van sorgir en aquesta reunió i a les indicacions fetes per escrit pel grup d'experts en resolució de problemes, es va elaborar un tercer esborrany, que s'havia de tractar a la trobada de la Junta de Govern de PISA celebrada a Copenhaguen del 19 al 21 d'abril de 2010.

3. A causa de les cancel·lacions de molts vols europeus com a conseqüència del núvol de cendra volcànica, la reunió de Copenhaguen es va cancel·lar i substituir per una consulta escrita sobre qüestions que s'havien de resoldre en aquesta reunió. Per aquest motiu, durant la reunió del grup d'experts celebrada a Boston entre el 21 i el 23 de juny de 2010, no es va poder treballar amb les aportacions que la Junta de Govern tenia previstes fer. Tanmateix, en el quart esborrany fruit de la consulta escrita es van incorporar les indicacions del tercer esborrany dels membres del grup d'experts i creadors del test. Tot i que es van introduir molt poques modificacions respecte a l'esborrany anterior, es van assenyalar els temes pendents de resoldre per poder-los debatre a Boston i es van afegir noves qüestions plantejades per membres del grup d'experts.

4. A la trobada de Boston, el grup d'experts en resolució de problemes va tenir en compte les indicacions de la Junta de Govern de PISA i les recomanacions del Grup de Desenvolupament Estratègic (SDG) de PISA presentades per Eugene Owen. Després de la trobada del grup d'experts, el Consorci PISA va preparar un cinquè esborrany en el qual es recollien les decisions preses arran de les indicacions de la Junta de Govern i del Grup de Desenvolupament Estratègic en el quart esborrany. Aquest cinquè esborrany es va repartir als membres del grup d'experts perquè el revisessin, les consideracions dels quals s'han inclòs en aquesta versió final.





## 1. INTRODUCCIÓ

1. La competència de resolució de problemes constitueix un objectiu educatiu central en els programes escolars de molts països. Adquirir un nivell superior de competència de resolució de problemes serveix de base per a l'aprenentatge futur, per a una participació efectiva a la societat i per a la realització d'activitats personals. L'alumnat ha de posar a la pràctica allò que ha après en situacions que li resulten noves. Estudiar les aptituds dels individus a l'hora de resoldre problemes permet observar la capacitat que tenen d'utilitzar raonaments bàsics i altres eines cognitives per resoldre els reptes vitals (Lesh & Zawojewski, 2007).

2. La resolució de problemes es va incorporar per primera vegada com a àrea d'avaluació a PISA 2003. Entre els resultats principals d'aquesta avaluació destaquen els següents:

- En alguns països, un 70% de l'alumnat era capaç de resoldre problemes relativament complexos, mentre que en d'altres el percentatge arribava al 5%.
- A la majoria de països, més del 10% de l'alumnat era incapaç de resoldre problemes bàsics.
- De mitjana, als països de l'OCDE, la meitat de l'alumnat no era capaç de resoldre problemes si aquests tenien una dificultat superior a la dels problemes bàsics.
- Els patrons de variació dins d'un mateix país referents a la competència de l'alumnat a l'hora de resoldre problemes varien considerablement segons els països.
- Les diferències entre la competència de resolució de problemes i la competència en les altres àrees (matemàtiques, comprensió lectora, ciències) dins d'un mateix país varien considerablement segons els països.

3. Des que el 2003 es va elaborar el marc conceptual en resolució de problemes (OCDE, 2003a), s'ha dut a terme una important recerca en les àrees de resolució de problemes complexos, transferència de dades, avaluació per ordinador de la resolució de problemes i avaluació a gran escala de la competència de resolució de problemes (per exemple, Blench & Funke, 2005; Funke & Frensch, 2007; Greiff & Funke, 2008; Klieme, 2004; Klieme, Leutner & Wirth, 2005; Leutner, Klieme, Meyer & Wirth, 2004; Mayer, 2002; Mayer & Wittrock, 2006; O'Neil, 2002; Osman, 2010; Reeffer, Zabal & Blech, 2006; Wirth &

Klieme, 2004). Aquestes investigacions han permès avançar en la comprensió i mesura de la capacitat dels individus per resoldre problemes.

4. A més, els avenços en el desenvolupament d'eines informàtiques i l'ús d'ordinadors en xarxa han permès millorar l'eficiència i l'efectivitat de l'avaluació. Gràcies a aquestes eines es poden administrar problemes dinàmics i interactius, captar l'interès de l'alumnat i obtenir més informació sobre com transcorre el procés de resolució de problemes. Pel que fa a aquest últim aspecte, l'aplicació electrònica de les tasques d'avaluació permet recollir informació sobre el tipus, la freqüència, la durada i la seqüència de les accions que du a terme l'alumnat a l'hora de respondre els ítems.

5. No hi ha dubte de la necessitat que la resolució de problemes torni a ser una àrea d'avaluació a PISA. No obstant, cal dissenyar un nou marc conceptual i implementar mètodes d'avaluació addicionals que permetin capturar les capacitats de l'alumnat a temps real. L'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes es farà per ordinador i en la informació que es recollirà, es posarà l'accent en la interacció de l'alumnat amb el problema.

6. La resolució de problemes a PISA 2012 és una avaluació individual de la competència de resolució de problemes. L'habilitat per resoldre problemes en equip, és a dir, l'habilitat necessària per resoldre problemes com a membre d'un grup, és clau per a l'èxit professional, ja que l'individu sovint és membre d'un equip format per diversos especialistes que treballen en llocs diferents. Tanmateix, encara cal aclarir qüestions importants en aquest sentit, com per exemple en quina mesura les tasques en equip han de formar part d'avaluacions a gran escala com en el cas de PISA (Reeff, Zabal & Blech, 2006). També s'hi afegixen altres dificultats, com per exemple com es pot valorar un individu en el conjunt d'un grup, com explicar les diferències entre grups que poden influir el rendiment individual i com donar compte de les diferències culturals en les dinàmiques de grup.

7. Segons investigacions de prestigi, la resolució de problemes va associada al coneixement que es té i a les estratègies concretes que s'utilitzen a cada àrea (vegeu, per exemple, Mayer, 1992; Funke & Frensch, 2007).<sup>1</sup> En la mesura del possible, l'avaluació PISA 2012 ha intentat evitar aquest aspecte i s'ha centrat en la resolució de problemes en situacions quotidianes, en les quals tan sols es necessiten coneixements mínims en la disciplina o assignatura concreta. Això caracteritza també les tasques de resolució de problemes en les altres àrees

---

<sup>1</sup> A l'annex 1 s'ofereix una visió global de la investigació en resolució de problemes individual. Aquest recull bibliogràfic no s'inclourà necessàriament a la publicació de la versió final d'aquest marc conceptual.

centrals de PISA, que són la comprensió lectora, les matemàtiques i la competència científica.

8. De la bibliografia se'n desprèn també que els problemes reals, relativament complexos, sobretot aquells que requereixen la interacció directa de l'alumne per endevinar i descobrir la informació rellevant, haurien de ser un element central en l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes. Es tracta, per exemple, de problemes amb què ens trobem sovint, com quan hem d'utilitzar aparells quotidians però alhora nous, com ara controls remots, aparells digitals personals (el telèfon mòbil, per exemple), electrodomèstics i màquines expenedores. Altres exemples els trobaríem en situacions com ara l'exercici físic, la cria d'animals, el creixement de les plantes i la interacció social. Les habilitats per resoldre problemes són necessàries per adquirir un nivell superior al bàsic a l'hora de tractar aquestes situacions. Fan falta més habilitats que les que implica la resolució de problemes tradicional basada en raonaments (vegeu, per exemple, Klieme, 2004). Per primer cop en una avaluació internacional a gran escala i gràcies a l'aplicació de la prova per ordinador, s'inclouran problemes interactius.

### **La resolució de problemes al PIAAC**

9. El Programa Internacional per a l'Avaluació de les Competències dels Adults (PIAAC) de l'OCDE és una avaluació de la competència lectora, dels coneixements bàsics, les nocions aritmètiques elementals i la competència de resolució de problemes en contextos tecnològics. Consisteix en una enquesta que s'aplicarà personalment a una mostra de famílies, els membres de les quals tenen edats compreses entre els 16 i 65 anys. Aquesta enquesta es farà per primera vegada l'any 2012.

10. L'avaluació del PIAAC de resolució de problemes en contextos tecnològics difereix de l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes en dos aspectes importants.<sup>2</sup> En primer lloc, tracta problemes molt densos d'informació. En els exemples cal localitzar i avaluar certes informacions a Internet o a les xarxes socials, navegar per pàgines webs amb les quals l'alumnat no està familiaritzat i decidir quina informació és rellevant o no per a la tasca a fer en concret.

11. Una segona gran diferència és que, per solucionar el problema, s'ha de recórrer a una o a diverses aplicacions informàtiques (administrador d'arxius, navegador d'Internet, correu electrònic i full de càlcul). A PISA, les TIC formen part de l'avaluació de la resolució de problemes, però no de la definició de

---

<sup>2</sup> El PIAAC defineix la resolució de problemes en contextos tecnològics de la manera següent: "La resolució de problemes en contextos tecnològics implica l'ús de la tecnologia digital, les eines comunicatives i les xarxes per adquirir i avaluar la informació, comunicar-se amb els altres i dur a terme tasques pràctiques." (OCDE, març de 2009, p. 7).

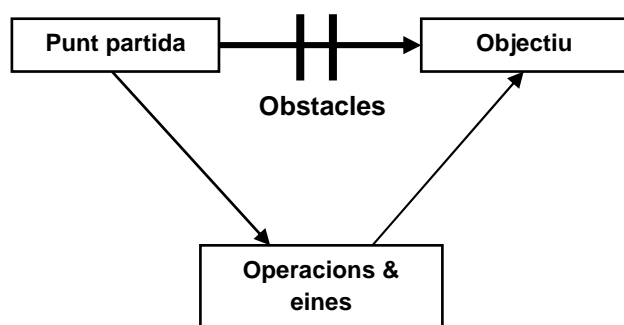
resolució de problemes. Per contestar l'avaluació PISA de resolució de problemes tan sols es necessiten nocions bàsiques en les TIC. Les eines informàtiques són suports habituals i eficaços per resoldre problemes molt densos d'informació i a l'era digital actual cal un alt nivell de competència informàtica. Tanmateix, la competència de resolució de problemes que avalua PISA és més abstracta i resulta indispensable per resoldre els problemes amb èxit, tant si es compta amb el suport de les TIC com si no.

## 2. DEFINICIÓ DE L'ÀREA

12. L'objectiu de l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes és avaluar la competència individual en resolució de problemes. Abans de definir el terme “competència de resolució de problemes” en aquest context, cal aclarir què entenen els experts en aquest camp per “problema” i “resolució de problemes”.

13. Un problema és una situació en la qual la persona té un objectiu, però no sap com ho ha de fer per assolir-lo (Duncker, 1945). La figura 1 representa aquesta definició. El *punt de partida* és el coneixement que es té del problema al principi, les *operacions* són les accions que es poden dur a terme per assolir l'*objectiu* desitjat (els resultats) amb l'ajuda de les eines disponibles. Els *obstacles* que s'han de superar (per exemple, la manca de coneixements o d'estratègies claus) en dificulten l'assoliment. Per superar aquests obstacles no només fan falta certs coneixements, sinó que també hi influeixen factors afectius i de motivació (Funke, 2010).

**Figura 1 — La situació de problema** (segons Funke & Frensch, 1995)



14. Com a exemple podríem agafar un problema tan senzill com trobar la ruta més ràpida entre dos pobles, partint d'un mapa de carreteres amb la durada aproximada del trajecte i una calculadora. El punt de partida és, doncs, la informació proporcionada —un mapa sense cap ruta marcada— i l'objectiu és la resposta desitjada —el camí més ràpid. Les accions que es poden fer (operacions) són triar una possible ruta, calcular-ne el temps total i comparar-la amb la durada d'altres rutes. Com a eina es disposa d'una calculadora per ajudar a sumar les durades.

15. D'acord amb aquesta definició de problema, Mayer (1990) defineix la *resolució de problemes* com un procés cognitiu dirigit a transformar la situació de partida en l'objectiu que es vol assolir, malgrat que a primera vista no hi hagi cap mètode o solució a l'abast. Aquesta és una definició àmpliament acceptada pels experts en resolució de problemes (vegeu, per exemple, Klieme, 2004; Mayer & Wittrock, 2006; Reeffer, Zabal & Blech, 2006).

16. La definició de PISA 2012 de **competència de resolució de problemes** es basa en les definicions ja esmentades i àmpliament acceptades de “problema” i

“resolució de problemes”. Aquesta definició consta de dues parts. A la primera part s'aclareixen els conceptes de manera general i a la segona es concreta l'abast de l'avaluació.

- *La competència de resolució de problemes és la capacitat que té una persona d'utilitzar els processos cognitius per entendre i resoldre situacions de problema en les quals la via de solució no resulta òbvia de manera immediata. Aquesta competència inclou també la voluntat de l'individu d'utilitzar aquestes situacions per realitzar-se plenament com a ciutadà constructiu i reflexiu.*
- *L'avaluació de PISA 2012 se centrarà en problemes en els quals tan sols es necessitin coneixements mínims d'una disciplina en concret.*

17. No és d'estranyar que la primera frase de la definició sigui gairebé idèntica a la primera part de la definició que es va utilitzar a l'estudi PISA 2003 de resolució de problemes.<sup>3</sup> Tanmateix, la definició de 2003 tenia únicament una dimensió cognitiva, i a l'última part es destacava el caràcter interdisciplinari de l'avaluació. En canvi, a la definició de 2012 s'introdueix un component afectiu, d'acord amb la definició de competència establerta per l'OCDE (OCDE, 2003a).

18. Allò que diferencia les avaluacions de 2012 i 2003 no és tant la definició de la competència de resolució de problemes o l'èmfasi en problemes en els quals es necessitin tan sols uns mínims coneixements d'una disciplina en concret, sinó la manera com s'aplicarà l'avaluació de 2012, que serà per ordinador i que inclourà problemes que només es podran resoldre si *s'interactua* amb la situació de problema.

19. Alguns dels termes de la definició de PISA 2012 de competència matemàtica necessiten explicar-se més detalladament:

### **Competència de resolució de problemes...**

20. El concepte de *competència* va més enllà de la simple capacitat de reproduir els coneixements acumulats, ja que inclou habilitats cognitives i pràctiques, capacitats creatives i altres recursos psicosocials com ara l'actitud, la motivació i els valors (OCDE, 2003b). L'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes no avaluarà si l'alumne és capaç de reproduir els coneixements d'una disciplina, sinó que se centrarà en les habilitats cognitives necessàries

---

<sup>3</sup> “La resolució de problemes és la capacitat que té una persona d'utilitzar els processos cognitius per enfrontar-se i resoldre situacions interdisciplinàries reals en les quals la via de solució no resulta òbvia de manera immediata i en què els àmbits de coneixement o curriculars aplicables no s'emmarquen dins d'un únic àmbit de matemàtiques, ciències o comprensió lectora”. (OCDE, 2003a, p. 156).

per resoldre els problemes amb què ens trobarem a la vida<sup>4</sup> i que superen les àrees curriculars tradicionals.

21. Evidentment, els coneixements previs de l'alumnat són importants a l'hora de resoldre problemes. Tanmateix, la competència de resoldre problemes inclou la capacitat d'adquirir i utilitzar nous coneixements o la d'utilitzar els que ja teníem d'una altra manera i poder resoldre així problemes nous, és a dir, problemes a què no estem acostumats.

### **La capacitat d'utilitzar processos cognitius...**

22. La resolució de problemes té lloc al sistema cognitiu d'una persona i només es pot deduir indirectament a través de les seves accions i decisions. El sistema cognitiu de l'individu que resol el problema ha de representar i operar amb diferents tipus de coneixement (Mayer & Wittrock, 2006). Les respostes de l'alumnat als ítems d'avaluació —les estratègies d'anàlisi, les representacions que utilitzen per solucionar el problema, les respostes de tipus numèric i no numèric o les explicacions més detallades de com s'ha solucionat el problema— s'utilitzaran per fer inferències sobre els processos cognitius que s'han seguit.

23. El pensament creatiu (divergent) i el pensament crític són elements importants de la competència de resolució de problemes (Mayer, 1992). El pensament creatiu és una activitat cognitiva que permet trobar solucions a un nou problema. El pensament crític complementa el pensament creatiu i serveix per avaluar possibles solucions. L'avaluació se centrarà en aquests dos elements.

### **Entendre i resoldre situacions de problema...**

24. Fins a quin punt l'alumnat és capaç d'enfrontar-se a una situació de problema i avançar cap a una solució? A part de fer explícites les respostes de l'alumnat als ítems, l'avaluació té com a objectiu mesurar el seu progrés a l'hora de resoldre un problema, per la qual cosa s'han de tenir en compte les estratègies utilitzades. En els casos on es consideri oportú, es podrà aprofundir en aquestes estratègies gràcies a les dades sobre el comportament de l'alumnat capturades a través del sistema informàtic: el tipus d'interaccions amb el sistema, la freqüència, la llargada i la seqüència es poden recollir i utilitzar per puntuar o analitzar posteriorment el rendiment de l'alumnat.

25. La resolució de problemes comença per reconèixer la situació de problema i determinar-ne la naturalesa. La persona que resol el problema ha d'identificar el problema o problemes en concret que s'han de resoldre, planejar i posar la

---

<sup>4</sup> Això inclou situacions educatives i professionals.

solució en pràctica, com també controlar i avaluar el progrés al llarg de l'activitat.

26. Sovint, en els problemes del món real pot ser que no hi hagi una solució única o exacta. A més, la situació de problema pot variar durant el procés de solució, segurament perquè, com a resultat de la seva naturalesa dinàmica, interactua constantment amb la persona que resol el problema. Aquestes dificultats es tindran en compte a l'hora de fixar les tasques d'avaluació i es mirarà d'aconseguir un equilibri entre l'autenticitat d'una situació i les qüestions més pràctiques de l'avaluació.

**Situacions on la via de solució no resulta òbvia de manera immediata...**

27. La via de solució d'un problema no hauria de resultar òbvia de manera immediata. La persona que resol el problema es trobarà amb obstacles de diferents menes o amb informació que no té. L'avaluació se centra en problemes als quals no estem acostumats, és a dir, que no formen part de la rutina, a diferència d'aquells problemes on es pot aplicar clarament un procediment de solució que s'havia estudiat abans. Així doncs, la persona que resol el problema l'ha d'analitzar, entendre'l activament i dissenyar una *nova* estratègia o aplicar-ne una que ha après *en un context diferent* per trobar la solució.

28. Un problema és rutinari o no en funció del grau de familiaritat que hi té la persona. Mentre que per a uns una situació pot representar un problema, per a d'altres, amb pràctica i experiència amb aquest tipus de problemes, la solució pot ser del tot òbvia. Per aquest motiu, s'ha prestat especial atenció a dissenyar problemes que no resultin rutinaris per a la majoria de l'alumnat de 15 anys.

29. Això no vol dir que el context o els objectius del problema resultin insòlits. En canvi, sí que és important que els problemes concrets siguin nous i que els mitjans per assolir l'objectiu no siguin del tot obvis. La persona que resol el problema potser necessitarà analitzar o interactuar amb la situació de problema abans d'intentar resoldre'l. La interacció directa és possible gràcies a l'aplicació informàtica de l'avaluació PISA 2012.

**Inclou també la voluntat de l'individu d'utilitzar aquestes situacions...**

30. La resolució de problemes és individual i independent, és a dir, durant el procés de resolució del problema, la persona es guia pels seus objectius personals (Mayer & Wittrock, 2006). El coneixement i les habilitats individuals ajuden a determinar la dificultat o facilitat amb què l'alumnat pot superar els obstacles per obtenir la solució. Tanmateix, aquests coneixements i habilitats



es veuen afectats per factors afectius i de motivació, com ara les conviccions (per exemple, la confiança en un mateix) i els sentiments que pot tenir la persona sobre el seu interès i habilitat per resoldre el problema (Mayer, 1998).

31. A més, el context del problema (segons si resulta familiar i si s'entén), els recursos externs que es tenen a l'abast (com ara l'accés a les eines) i l'ambient en el qual treballa l'alumnat (per exemple, el marc on es fa la prova) determinen la manera com l'alumnat enfoca el problema i s'hi enfronta.

32. La motivació i els factors afectius no es mesuraran a l'avaluació de resolució de problemes, però alguns sí que es tractaran de manera general o en referència a les matemàtiques al qüestionari de l'alumnat.

### **Per realitzar-se plenament com a ciutadà constructiu i reflexiu...**

33. La competència influeix en la manera que tenen els individus d'entendre el món i enfrontar-s'hi: "les competències clau beneficien tant els individus com la societat" (Rynchen & Salganik, 2003). Haurien de "gestionar les seves vides amb sentit i responsabilitat, sent conscients de les seves condicions de vida i laborals" (ibid). Les persones han de ser competents en resolució de problemes per esdevenir ciutadans constructius, responsables i reflexius.

### **L'avaluació de PISA 2012 se centrarà en problemes en els quals tan sols es necessitin coneixements mínims d'una disciplina en concret.**

34. Tenint en compte la relació que hi ha entre la capacitat de resoldre problemes i les estratègies i els coneixements específics que es tenen d'una disciplina en concret (per exemple, Mayer, 1992; Funke & Frensch, 2007), generalment només es requerirà un nivell bàsic en una disciplina o àrea curricular en concret per entendre i resoldre els problemes. Aquells problemes que es podrien incloure perfectament en un dels tres dominis clau de PISA quedaran descartats i s'utilitzarà una àmplia gamma de contextos quotidians per tal d'evitar que els coneixements previs interfereixin en els resultats.



### 3. ORGANITZACIÓ DE L'ÀREA

35. La representació i organització del domini determina el disseny de l'avaluació i, en última instància, deixa constància del nivell que pot assolir l'alumnat i del qual es pot informar posteriorment. Hi ha molts elements que formen part d'aquest sistema, i no tots es poden tenir en compte o modificar en una avaluació com PISA. Cal seleccionar les variants més importants per assegurar-se que l'avaluació contingui ítems amb un marge de dificultat adequat que aconseguixin cobrir els aspectes més importants de l'àrea.

36. Els elements claus de l'àrea a l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes són els següents:

- El *context del problema*: pot incloure un aparell tecnològic o no, i el tema central del problema pot ser personal o social.
- La *naturalesa de la situació de problema*, que pot ser interactiva o estàtica.
- Els *processos de resolució de problemes*, que són els processos cognitius que entren en joc a l'hora de resoldre un problema.

37. Les tasques es dissenyaran per mesurar el rendiment dels alumnes quan els diferents processos cognitius que entren en joc a la resolució de problemes s'utilitzen en aquests dos tipus de situació de problema i en una varietat de contextos. Els elements clau de l'àrea s'analitzen i s'il·lustren a les seccions següents. Les característiques de les tasques es discuteixen al capítol 4.

#### a. Context del problema

38. Depenent de fins a quin grau la persona coneix i entén el context del problema, tindrà més o menys dificultats per resoldre'l. S'han identificat dos aspectes per garantir que les tasques d'avaluació tinguin una varietat de contextos autèntics que resulti interessant per a l'alumnat de 15 anys: el marc (tecnològic o no) i el tema central (personal o social).

39. Els problemes ambientats en un context tecnològic es basen en les prestacions tecnològiques. Els exemples fan referència a telèfons mòbils, controls remots per a electrodomèstics i màquines expenedores. No caldrà tenir coneixements sobre el funcionament intern d'aquests objectes: quan es resol el problema s'haurà d'analitzar i entendre la funció de l'aparell per controlar-lo o per solucionar-ne l'avaría. Els problemes amb un context no tecnològic inclouen situacions com ara la planificació d'una ruta, la planificació horària o la presa de decisions.

40. Els contextos personals estan relacionats amb qüestions individuals, amb la família i amb el grup d'amics. Els contextos socials fan referència a situacions que tenen lloc a la comunitat o a la societat en general. Per exemple, el context d'un ítem consistent a fixar l'hora d'un rellotge digital es classificaria com a tecnològic i personal, mentre que el context d'un ítem en el qual s'hagi de decidir la plantilla d'un equip de bàsquet es classificaria com a no-tecnològic i social.

### **b. La naturalesa de la situació de problema**

41. La presentació d'un problema influeix en la manera de resoldre'l. És crucial saber si la informació sobre el problema que es proporciona al principi a l'alumnat és completa. Aquest seria el cas del problema comentat abans (vegeu el paràgraf 14), on s'havia de decidir la ruta més ràpida entre dos pobles. Aquestes situacions de problema les anomenem *estàtiques*.

42. En canvi, les situacions de problema també poden ser interactives, cosa que vol dir que es pot analitzar el problema per descobrir informació addicional rellevant.<sup>5</sup> Un cas de situació interactiva inclouria la navegació a temps real utilitzant un sistema GPS que notifica els embussos de trànsit automàticament o a petició.

43. Les situacions de problema interactives es poden simular en un examen per ordinador. El fet d'incloure situacions de problema interactives a l'avaluació per ordinador de resolució de problemes PISA 2012 permet presentar una àmplia gamma d'escenaris autèntics i semblants a la vida real, que en els tests en paper no seria possible. Un tret distintiu de l'avaluació són els problemes on l'estudiant analitza i es mou un entorn simulat.

44. També s'inclouran situacions de problema estàtiques, que normalment sempre s'han avaluat utilitzant tests en paper. Tanmateix, l'avaluació per ordinador té molts avantatges: es poden presentar més varietat d'escenaris que, al seu torn, inclouen elements multimèdia com ara animacions, l'ús d'eines en línia i l'ús d'una gran diversitat de formats de respostes, els quals es poden codificar automàticament.

45. Alguns estudis apunten que l'adquisició de coneixement durant l'anàlisi d'un problema en un entorn interactiu i la manera de posar a la pràctica aquest coneixement són competències diferents de les habilitats típiques utilitzades en la resolució de problemes estàtics (vegeu Klieme, 2004; Wirth & Klieme, 2004; Leutner & Wirth, 2005). Amb la combinació de problemes interactius i estàtics a

---

<sup>5</sup> El terme "opac" s'usa a vegades per descriure problemes on, des de bon principi, no disposem de la informació completa sobre la situació de problema (vegeu Funke & Frensch, 1995).

L'avaluació de PISA 2012 es podran oferir més indicadors de la competència de resolució de problemes que els que s'oferien amb els instruments tradicionals.

### **Situacions de problema interactives**

46. Les situacions de problema interactives sovint es produeixen quan ens trobem per primera vegada amb artefactes com ara màquines expenedores d'entrades, sistemes d'aire condicionat o telèfons mòbils, especialment si les instruccions d'ús d'aquests aparells no són clares o no hi tenim accés. Entendre com dominar aquests aparells és un problema quotidià. En aquestes situacions hi acostuma a haver informació rellevant que no resulta òbvia de bon principi. Per exemple, desconeixem, i tampoc no podem deduir, els efectes que pugui tenir una operació concreta (dir alguna cosa, prémer un botó d'un control remot), però es poden inferir interactuant amb la situació i duent a terme aquesta operació (prémer el botó) i, segons el resultat, fent una hipòtesi sobre la seva funció. En general, s'ha d'experimentar una mica per adquirir el coneixement necessari per controlar un aparell. Una altra situació freqüent té lloc quan la persona ha de solucionar un error o una avaria en un aparell. En aquest cas, cal una certa experimentació per recopilar dades sobre les circumstàncies en què acostuma a fallar la màquina.

47. Una situació de problema interactiva pot ser dinàmica, és a dir, pot variar a causa d'incidències que la persona que resol el problema no pot controlar i que tenen lloc, doncs, sense la nostra intervenció.<sup>6</sup> En el cas d'una màquina expenedora de bitllets, si quan fem una transacció no premem cap botó durant 20 segons, pot ser que es reiniciï automàticament. Aquests comportaments autònoms dels sistemes s'han d'observar, entendre i tenir en compte si volem aconseguir el nostre objectiu (comprar un bitllet).

### **Situacions de problema estàtiques**

48. Les situacions de problema estàtiques poden originar problemes ben definits o mal definits. En un problema ben definit, com ara el problema de la ruta més ràpida (vegeu el paràgraf 14), el punt de partida, l'objectiu i les operacions disponibles s'expressen de manera clara (Mayer & Wittrock, 2006). La situació de problema no és dinàmica, és a dir, no canvia arbitràriament mentre resolem el problema, tota la informació rellevant s'exposa de bon principi i només hi ha un únic objectiu.

---

<sup>6</sup> Alguns experts utilitzen el terme "dinàmic" per descriure qualsevol sistema físic simulat amb el qual la persona que resol el problema pot interaccionar. En aquests casos, les situacions de problema que canvien de manera automàtica s'anomenen a vegades "amb dinàmica pròpia" (per exemple, Blech & Funke, 2005).

49. Un altre exemple de problemes ben definits serien els *enigmes de lògica* tradicionals, com ara el problema de les Torres de Hanoi o el dels gots d'aigua; els problemes on s'ha de prendre una decisió i on la persona ha d'entendre una situació que inclou diverses alternatives i limitacions ben definides, de manera que la decisió final ha de satisfer les condicions donades (per exemple, triar l'analgèsic adequat tenint com a informació alguns detalls sobre el pacient, les seves queixes i els analgèsics disponibles); i els *problemes de planificació* de projectes, com ara construir una casa o produir programes informàtics, que contenen una llista de tasques amb la durada de les tasques i la interrelació que hi ha entre elles.

### Problemes mal definits

50. Mayer i Wittrock (2006) assenyalen que “els materials educatius sovint posen l'accent en els problemes ben definits, tot i que la majoria de problemes reals estan mal definits”. Aquests problemes sovint inclouen diversos objectius contradictoris, de manera que si s'avança cap a un en concret, ens allunyem més de l'altre. S'han d'establir i sospesar prioritats per aconseguir un equilibri entre els objectius (Blech & Funke, 2010). Un exemple consistiria a trobar la millor ruta entre dos llocs, però sense definir si hauria de ser la ruta més curta, la que probablement és més ràpida, la més recta o la que varia menys en el temps. Un exemple més complex consistiria a dissenyar un cotxe que tingui una alta eficiència, un cost baix, una gran seguretat i que alhora sigui poc perjudicial per al medi ambient.

### c. Processos de resolució de problemes

51. Els autors conceben els processos cognitius relacionats amb la resolució d'un problema de maneres diferents, però hi ha moltes similituds en les seves opinions. Els processos que s'esmenten a continuació provenen dels treballs sobre resolució de problemes i raonaments duts a terme per psicòlegs cognitius (per exemple, Baxter & Glaser, 1997; Bransford et al, 1999; Mayer & Wittrock, 1996; Mayer & Wittrock, 2006; Vosniadou & Ortony, 1989) i també de l'obra de Polya (1945), fonamental en aquest camp. A més, també s'han tingut en compte treballs recents sobre la resolució de problemes complexos i dinàmics (Blech & Funke, 2005, 2010; Funke & Frensch, 2007; Greiff & Funke, 2008; Klieme, 2004; Osman, 2010; Reeffer, Zabal & Blech, 2006; Wirth & Klieme, 2004).

52. No es parteix de la premissa que els processos associats a la resolució d'un problema són seqüencials ni que tots els processos inclosos són necessaris per resoldre un problema. Quan els individus s'enfronten, estructuren, representen i solucionen problemes autèntics que suposen reptes vitals emergents, ho fan superant els límits d'un model lineal i seqüencial. La

informació sobre el funcionament del sistema cognitiu humà de què disposem fins ara confirma la tesi que aquest és capaç de processar informació de forma paral·lela (Lesh & Zawojewski, 2007).

53. De cara als objectius de l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes, els processos relacionats amb la resolució de problemes són els següents:

- Analitzar i comprendre
- Representar i formular
- Planificar i executar
- Supervisar i reflexionar.

54. **Analitzar i comprendre.** L'objectiu és construir una representació mental coherent de la informació proporcionada al problema. Això vol dir:

- *Analitzar* la situació de problema: observar-la, interactuar-hi, buscar informació, trobar límits i obstacles.
- *Comprendre* la informació que se'ns dona i que se'ns proporciona quan interactuem amb la situació de problema, demostrar que s'han entès els conceptes rellevants.

55. **Representar i formular.** L'objectiu és construir una representació mental coherent de la situació del problema (per exemple, el model de la situació o del problema). Això consisteix a seleccionar la informació rellevant, organitzar-la mentalment i relacionar-la amb coneixements previs rellevants. Això suposa:

- *Representar* el problema per mitjà de representacions tabulars, gràfiques, simbòliques o verbals i poder aplicar diversos formats per representar-lo.
- *Formular* hipòtesis identificant els factors rellevants del problema i les interrelacions que hi tenen lloc i organitzant i avaluant la informació de manera crítica.

56. **Planificar i executar.** Això inclou:

- *Planificar*, és a dir, marcar-se un objectiu, aclarint, si cal, quin és l'objectiu principal i quins són secundaris, i dissenyar un pla o estratègia que inclogui els passos necessaris per aconseguir aquest objectiu.
- *Executar*, que consisteix a dur a terme el pla dissenyat anteriorment.

57. **Supervisar i reflexionar**, que vol dir:

- *Supervisar* que s'avança cap a l'objectiu a cada fase del problema, cosa que inclou comprovar els resultats intermedis i finals, adonar-se d'esdeveniments inesperats que es produeixen i posar-hi solució quan faci falta.
- *Reflexionar* sobre situacions des de diferents perspectives, examinant de manera crítica les suposicions que s'han fet i buscant informació o aclariments addicionals.

### Habilitats de raonament

58. Cada un dels processos de resolució de problemes es basa en una o més habilitats de raonament. Per entendre un problema, la persona haurà de distingir entre fets i opinions. Per formular una solució, haurà d'identificar relacions entre variables i per seleccionar una estratègia, probablement haurà de tenir en compte la causa i l'efecte. Quan comunica els resultats, haurà d'organitzar la informació d'una manera lògica. Les habilitats de raonament associades a aquests processos formen part de la resolució de problemes i són importants a l'avaluació PISA perquè es poden ensenyar i treballar a classe (per exemple Adey et al, 2007; Klauer & Phye, 2008).

59. Alguns exemples d'habilitats de raonament utilitzades a la resolució de problemes inclouen el raonament deductiu, inductiu, quantitatiu, correlacional, analògic, combinatori i multidimensional. Aquestes habilitats de raonament no s'exclouen mútuament i, a la pràctica, les combinem mentre busquem proves i provem possibles solucions abans de decantar-nos per un mètode concret per aconseguir la solució. Les habilitats de raonament es tindran en compte i estaran àmpliament representades a l'hora de dissenyar ítems d'avaluació, ja que poden influir en la seva dificultat.



## 4 AVALUAR LA COMPETÈNCIA DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES

### a. Estructura de l'avaluació

60. La durada de l'avaluació principal serà de 40 minuts. El material té una durada total de 80 minuts i està organitzat en clústers de 20 minuts. Cada estudiant respondrà dos clústers, seguint un sistema de rotació equilibrat. A la prova pilot s'utilitzarà aproximadament el doble d'aquest material. Es calcula que l'avaluació principal constarà d'uns 20-25 ítems, un terç dels quals seran ítems amb puntuació parcial. Es cronometrarà la informació capturada automàticament durant la prova pilot per determinar el nombre d'ítems que es poden incloure a l'avaluació final.

61. Tal com és costum a les avaluacions PISA, els ítems s'agruparan en unitats basades en un mateix estímul que definirà la situació del problema. Per minimitzar el nivell de competència lectora, el material d'estímul i els enunciats de les tasques seran al màxim de clars, simples i breus possibles. S'utilitzaran animacions, fotografies o diagrames per evitar paràgrafs de text massa extensos. Les dificultats de tipus més numèric seran també mínimes. i s'indicaran les xifres totals si fa falta.

62. L'avaluació inclourà una àmplia mostra d'ítems que cobriran diversos graus de dificultat i que permetran determinar els punts forts i els punts febles de l'alumnat i dels subgrups més destacats en els processos cognitius associats a la resolució de problemes.

### Utilitat del suport electrònic

63. Un dels avantatges més importants de mesurar la competència de resolució de problemes per ordinador és que permet recollir i analitzar dades relacionades amb els processos i estratègies i també capturar i puntuar tant els resultats intermedis com els finals. Aquesta serà, probablement, l'aportació més important de l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes. Amb la configuració adequada dels ítems, es podran recollir dades com ara el tipus, la freqüència, la llargada i la seqüència de les accions dutes a terme per l'alumnat.

64. Un altre avantatge consisteix a controlar i limitar el temps que els estudiants dediquen a un ítem concret. Aquest recurs s'utilitzarà quan es consideri apropiat, com per exemple, per limitar el temps de què pot disposar l'alumnat per analitzar una situació de problema complexa o, dit d'una altra manera, per limitar el temps que els estudiants poden *malversar* en aquesta tasca.

65. Per participar a l'avaluació tan sols es necessiten unes habilitats digitals mínimes relacionades amb l'ús del teclat, el maneig del ratolí o altres accions senzilles consistentes a clicar botons, a arrossegar i enganxar elements, a

desplaçar-se per la pantalla i a utilitzar els menús desplegable i els hiperenllaços. Es vetllarà per garantir que les dificultats derivades de l'ús i de la presentació digital de la prova interfereixin al mínim possible en els resultats.

66. Tant les unitats com els ítems es presentaran en un ordre fix i invariable, cosa que vol dir que l'alumnat no podrà tornar enrere i accedir a un ítem o unitat determinada un cop ja hagin passat al següent. Cada vegada que l'alumnat premi el botó de "Següent", s'obrirà una finestra de selecció que mostrarà un avís i li informarà que si decideix passar a l'ítem següent, no podrà recular a l'anterior. En aquest moment, l'alumnat pot confirmar que vol continuar o bé cancel·lar l'acció i tornar a l'ítem que estava fent.

### **b. Característiques i dificultat de les tasques**

67. Generalment, s'intentarà que cada ítem se centri en un únic procés. Així, en alguns ítems tan sols caldrà demostrar que s'ha identificat el problema; en d'altres, n'hi haurà prou amb descriure un mètode per solucionar-lo. En la majoria de casos, es demanarà que s'especifiquin les solucions concretes i que s'utilitzi un mètode efectiu i eficient i, en d'altres, s'hauran d'avaluar les solucions proposades i decidir quina és la més apropiada per al problema. Tot i que a classe es tendeix a insistir molt en l'execució del problema, per a la majoria de l'alumnat el procés de representar, planejar i supervisar el procés acostuma a ser més difícil (Mayer, 2003).

68. Alguns problemes resulten, per la seva naturalesa, més complexos que altres (Funke & Frensch, 2007), i més complexitat suposa més dificultat. La taula 1 resumeix les característiques de la tasques a fer, que hauran de ser variades per assegurar que els ítems cobreixen el marge de nivells de dificultat apropiats.

**Taula 1 — Característiques de les tasques a fer**

Característica	Influència en la dificultat de la tasca
Quantitat d'informació	Si hi ha molta informació que s'ha de tenir en compte, la dificultat de la tasca sol ser major.
Representació de la informació	Les representacions poc comunes o múltiples (sobretot si la informació s'ha de relacionar) tendeixen a fer augmentar la dificultat de la tasca.
Claredat de la informació	Quan la informació més rellevant no es mostra de manera clara al principi i, per tant, s'ha d'esbrinar (per exemple, l'efecte de les operacions, el comportament autònom, els obstacles inesperats), la tasca augmenta

	de dificultat.
Complexitat interna	La complexitat interna d'una situació de problema augmenta quan creix el nombre de variables i les seves dependències. Les tasques amb un alt nivell de complexitat interna tendeixen a ser més difícils que aquelles amb un nivell de complexitat interna inferior.
Condicions que s'han de respectar	Les tasques on hi ha poques condicions que s'han de tenir en compte tendeixen a ser més fàcils que aquelles on s'han de respectar més condicions.
Distància de l'objectiu	Generalment, com més passos s'hagin de seguir per solucionar un problema, més difícil és.
Habilitats de raonament	Els problemes on s'han de posar en pràctica certes habilitats de raonament (per exemple, el raonament combinatori) solen ser més difícils que aquells on això no fa falta.

### Formats de resposta i codificació

69. Almenys un 75% dels ítems tindran un format de resposta que es pot codificar automàticament. Això inclou ítems d'elecció múltiple, tant simples com complexos, que es responen prement un dels botons de selecció; ítems en els quals s'han de seleccionar les figures i arrossegant-les a la posició correcta; ítems en els quals s'ha d'escollir una opció dels menús desplegable per tal d'omplir les caselles de les taules i ítems on s'han de subratllar parts d'un diagrama.

70. Els ítems amb resposta oberta s'utilitzaran on sigui necessari, per exemple, quan es considera important que l'alumnat expliqui el mètode utilitzat o justifiqui la solució. En aquests ítems, l'alumnat escriurà la resposta en uns quadres de text.

71. Les respostes tancades es recopilaran automàticament mitjançant el sistema informàtic. Es desenvoluparà un sistema de codificació en línia per facilitar que els experts puguin codificar les respostes. D'aquesta manera, no caldrà entrar les dades separatament, es minimitza la necessitat de d'haver-les de depurar i permet que la codificació sigui externa.

72. Segons els criteris de codificació dels ítems, es podrà atorgar una puntuació parcial en els casos apropiats, per exemple, quan cal donar diverses respostes per aconseguir una puntuació total, o quan l'estratègia que s'ha

utilitzat és correcta, però no s'ha aplicat correctament. Hi haurà, doncs, certs comportaments (com per exemple, les estratègies d'anàlisi) que contribuiran a sumar punts, ja que demostren que l'estudiant és competent resolent problemes, independentment de si ha complert els requeriments de la tasca.

### Problemes interactius

73. Els problemes interactius es poden basar en diferents models matemàtics, els paràmetres dels quals poden variar de manera sistemàtica per tal d'assolir diferents graus de dificultat. Hi ha dos paradigmes que s'utilitzen amb freqüència: les equacions diferencials lineals i els autòmats finits o màquina d'estats finits.

74. A les situacions de problema basades en equacions diferencials lineals (també anomenades equacions estructurals lineals),<sup>7</sup> la persona que resol el problema ha d'operar amb una o més variables inicials (com ara els comandaments d'un sistema de control climàtic) i considerar els efectes que tenen sobre la/les variables finals (com ara la temperatura i la humitat). A més, les variables finals també poden influir-se mútuament i donar lloc a un sistema dinàmic. Els contextos d'exemple inclouen controls remots, termòstats, mescleres de pintura i ecosistemes.

75. Un autòmat finit, també anomenat màquina d'estats finits, és un sistema amb un nombre d'estats finit, accions d'entrada i accions de sortida (Buchner & Funke 1993).<sup>8</sup> El següent estadi del sistema (i l'acció de sortida) es determina únicament per l'estat actual i per una acció d'entrada concreta. En les situacions de problema basades en autòmats finits, la persona que resol el problema ha de proposar certes accions d'entrada (sovint en forma de seqüències o prement un botó) per determinar l'efecte sobre l'estat del sistema i entendre d'aquesta manera l'estructura subjacent i avançar cap a l'objectiu. Molts aparells i contextos quotidians es regeixen per les regles pròpies de les màquines d'estats finits, com ara els rellotges digitals, els telèfons mòbils, els forns microones, els reproductors MP3, les màquines expenedores de bitllets i les rentadores.

76. Les dificultats típiques de les tasques en aquests problemes interactius són les següents (per a més detalls, vegeu Blech & Funke, 2005 i Greiff & Funke, 2008):

---

<sup>7</sup> Vegeu Greiff & Funke (2008), que utilitzen el terme *MicroDYN* per descriure aquests sistemes. Aquest sistema es va implementar anteriorment i es coneixia com a *Dynamis* —vegeu Blech & Funke (2005).

<sup>8</sup> Les màquines d'estats finits per a l'avaluació s'han introduït amb el nom de *MicroFin* —vegeu [http://www.psychologie.uni-heidelberg.de/ae/allg\\_en/forschun/problem1.html](http://www.psychologie.uni-heidelberg.de/ae/allg_en/forschun/problem1.html)

- *Anàlisi.* Conèixer l'estructura d'un sistema mitjançant una anàlisi activa o guiada (interacció). Les estratègies d'anàlisi es poden seguir i detectar gràcies al suport informàtic.
- *Identificació.* Proporcionar o completar una representació del model mental del sistema que s'ha desenvolupat durant l'anàlisi. Això es pot fer mitjançant esquemes o una explicació escrita. La precisió del model ajuda a avaluar els coneixements de causa-efecte adquirits.
- *Control.* Consisteix a posar en pràctica el coneixement adquirit: transformar la informació de partida en un objectiu i, amb els mitjans adequats, mantenir l'objectiu al llarg dels diferents processos. Es proporcionarà un model correcte del sistema per minimitzar la dependència respecte a ítems anteriors. D'aquesta manera, s'avalua la transferència de coneixement.
- *Explicació.* Descriure les estratègies utilitzades per assolir un objectiu; explicar com funciona un sistema o proposar les causes d'un error en un aparell.

77. L'alumnat potser ja intueix quina és la relació que hi ha entre les variables d'un sistema en una situació de problema perquè ja ha tractat amb aparells similars reals. Aquest coneixement previ pot variar entre els individus, de manera que s'utilitzarà una varietat de contextos de problema comuns i quotidians per tal d'ajudar a superar aquest efecte al llarg de l'avaluació. A més, també s'inclouran contextos no tan habituals que imiten situacions de joc, en els quals les relacions només es poden deduir operant i observant el sistema de variables.

78. La dificultat dels problemes d'aquest tipus depèn sobretot de la complexitat interna dels models matemàtics de què parteixen les situacions. Els problemes de dificultat variable es poden establir variant sistemàticament la complexitat del problema, que es determina pel nombre de variables relacionades i la manera com estan connectades. Per exemple, un problema que només consta de poques variables pot resultar molt fàcil si només inclou efectes directes entre les variables d'entrada i sortida, però pot resultar extremadament difícil si s'hi inclouen efectes múltiples i laterals entre les variables de sortida.

### **c. Distribució de la puntuació**

79. La distribució recomanada del percentatge de punts segons els processos cognitius que hi van associats es troba a la taula 2. La puntuació més alta correspon al procés de planificar i executar. D'aquesta manera, es posa en relleu la capacitat de l'individu d'avançar cap a una solució i una conclusió correcta. El procés de supervisar i reflexionar sobre els resultats rebrà una

puntuació inferior a la mitjana perquè és una part integral dels altres tres processos i s'avalua indirectament en ítems que se centren en aquests altres processos.

**Taula 2 — Distribució de la puntuació segons el procés**

Analitzar i comprendre	Representar i formular	Planificar i executar	Supervisar i reflexionar	Total
20–25%	20–25%	35–45%	10–20%	100%

80. La taula 3 indica la distribució recomanada de la puntuació en els altres elements claus de l'àrea, que són el context del problema i la naturalesa de la situació de problema.<sup>9</sup> S'han prioritzat clarament els problemes interactius per sobre dels problemes estàtics, en una proporció aproximada de 2:1. Així, es vol posar de relleu que l'avaluació s'hauria de concentrar en aquest tipus de problemes tan importants que, per primera vegada i gràcies al suport informàtic, és possible incloure en una avaluació internacional a gran escala.

**Taula 3 — Distribució de la puntuació segons la naturalesa del problema i el context**

	Context tecnològic	Context no tecnològic	
Situació de problema estàtica	5–10%	20–25%	25–35%
Situació de problema interactiva	40–45%	25–30%	65–75%
	45–55%	45–55%	100%

<sup>9</sup> Aquestes dues classificacions s'assignaran al nivell de la unitat i s'aplicaran a tots els ítems de la unitat.

## 5. INFORMAR DE LA COMPETÈNCIA DE RESOLUCIÓ DE PROBLEMES<sup>10</sup>

81. S'espera que es podran identificar i descriure un mínim de quatre nivells de competència, mitjançant els quals es mostrarà com creix i es desenvolupa la competència de resolució de problemes dels individus i s'establiran comparacions en el rendiment de l'alumnat entre els països i les economies participants i dins d'aquests mateixos països. Tanmateix, a l'avaluació principal no s'informarà de les subescales perquè no es disposarà de prou ítems.

82. Les descripcions de competència que determinen el rendiment típic de l'alumnat a cada nivell es duran a terme un cop s'hagin analitzat els coneixements i habilitats que es necessiten per respondre els ítems d'aquell nivell. S'espera que l'alumnat amb un alt rendiment tingui les habilitats següents:

- L'habilitat de planificar i executar solucions que impliquen una quantitat de passos considerable i l'habilitat d'aplicar una gran varietat de tècniques de raonament.
- L'habilitat d'enfrontar-se a situacions que inclouen diverses variables i en les quals hi ha moltes dependències entre les variables o un gran nombre de condicions que s'han de respectar.
- L'habilitat d'entendre i relacionar la informació, que està representada de manera poc comuna i habitual.
- L'habilitat d'interactuar amb els problemes per trobar la informació que no és evident o per fer front a obstacles no previstos.

83. S'espera que l'alumnat amb un rendiment baix reuneixi les característiques següents:

- En el millor dels casos, ser capaç de planificar i executar solucions que incloguin pocs passos i un raonament simple.
- Ser capaç d'entendre la informació representada de manera poc habitual o relacionar la informació entre representacions comunes.
- Ser incapaç o avançar molt lentament cap a la solució del problema, a no ser que inclogui variables que no estiguin interrelacionades o que hi hagi molt poques condicions que s'han de respectar.
- Arribar a trobar informació que no és evident si es donen instruccions que expliquin com s'ha d'analitzar l'activitat.

---

<sup>10</sup> S'ampliarà informació quan els resultats del pilotatge estiguin disponibles.





## 6. ÍTEMS DE MOSTRA<sup>11</sup>

### 84. RELLOTGE DIGITAL

Es presenta una simulació d'un rellotge digital. Aquest rellotge es controla amb quatre botons i, al principi del problema, l'estudiant ha de respondre les preguntes següents, tot i que en desconeix les funcions: P1) determinar, mitjançant una anàlisi guiada, com funcionen els botons en el mode d'HORA; P2) completar un diagrama que mostri com passar d'un mode a l'altre i P3) utilitzar aquests coneixements per controlar el rellotge (fixar l'hora).

- Context del problema: tecnològic, personal
- Naturalesa del problema: interactiu
- Processos associats a la resolució de problemes: P1) analitzar i comprendre, P2) representar i formular, P3) planificar i executar.
- Habilitats de raonament: combinatori, correlacional.

### 85. VACANCES

Aquest problema es va incloure a l'avaluació en paper de PISA 2003 de resolució de problemes i s'ha adaptat al suport electrònic. S'inclou un mapa de la xarxa de carreteres i una gràfica incompleta amb les distàncies. L'estudiant ha de respondre les preguntes següents: P1) calcular la distància que falta; P2) planificar la ruta entre dos pobles donats amb la distància que es fa cada dia com a condició.

- Context del problema: personal, no tecnològic
- Naturalesa del problema: estàtic
- Processos associats a la resolució de problemes: P1) planificar i executar i P2) planificar i executar.
- Habilitats de raonament: combinatori, quantitatiu

---

<sup>11</sup> S'inclouran els ítems dels pilotatges que no es necessitin per a l'avaluació principal un cop se n'hagi decidit el format definitiu. Els exemples es repartiran al llarg del text i s'inclouran referències creuades com a exemples..



## BIBLIOGRAFIA

Adey, P., Csapo, B., Demetriou, A., Hautamäki, J. & Shayer, M., (2007). "Can we be intelligent about intelligence? Why education needs the concept of plastic general ability." *Educational Research Review* 2, 75–97.

Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J. & Wittrock, M. C. (2001). *A Taxonomy for Learning, Teaching, and Assessing: A Revision of Bloom's Taxonomy of Educational Objectives*. Nova York: Longman.

Baxter, G. P. & R. Glaser (1997). "An approach to analysing the cognitive complexity of science performance assessments" (*Technical Report 452*), National Center for Research on Evaluation, Standards and Student Testing (CRESST), Los Angeles, CA.

Blech, C. & Funke, J. (2005). "Dynamis review: An overview about applications of the Dynamis approach in cognitive psychology". Bonn: Deutsches Institut für Erwachsenenbildung (accessible a [http://www.die-bonn.de/espid/dokumente/doc-2005/blech05\\_01.pdf](http://www.die-bonn.de/espid/dokumente/doc-2005/blech05_01.pdf))

Blech, C. & Funke, J. (2010). "You cannot have your cake and eat it, too: How induced goal conflicts affect complex problem solving." *Open Psychology Journal* 3, 42–53.

Bransford, J. D., Brown, A. OL. & Cockling, R. R. (Eds.) (1999). *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*. National Academy Press:Washington, DC.

Buchner, A. & Funke, J. (1993). "Finite-state automata: Dynamic task environments in problem-solving research." *The Quarterly Journal of Experimental Psychology* 46A (1), 83–118.

Duncker, K. (1945). "On problem solving." *Psychological Monographs* 58 (3) (Número sencer, 270).

Funke, J. (2001). "Dynamic systems as tools for analysing human judgement." *Thinking and Reasoning*, 2001, 7 (1), 69–89.

Funke, J. (2009). "Complex problem solving: A case for complex cognition?" Publicació en línia: 10 de novembre de 2009 (accessible a <http://www.springerlink.com/content/5351p55145n255h3/>)

Funke, J. (2010). "Complex problem solving: A case for complex cognition?". *Cognitive Processing* 11, 133–142.

Funke, J. & Frensch, P. A. (2007). "Complex problem solving: The European perspective – 10 years after." A: D. H. Jonassen (Ed.), *Learning to Solve Complex Scientific Problems* (p. 25–47). Nova York: Lawrence Erlbaum.

Greiff, S. & Funke, J. (2008). *Indikatoren der Problemlöseleistung: Sinn und Unsinn verschiedener Berechnungsvorschriften. Bericht aus dem MicroDYN Projekt [Measuring Complex Problem Solving: The MicroDYN approach]*. Heidelberg: Psychologisches Institut.

Klauer, K. & Phye, G., (2008). "Inductive reasoning: a training approach." *Review of Educational Research*, 78 (1), 85–123.

Klieme, E. (2004). "Assessment of cross-curricular problem-solving competencies." A: J.H. Moskowitz and M. Stephens (Eds.). *Comparing Learning Outcomes. International Assessments and Education Policy* (p. 81–107). Londres: Routledge Falmer.

Klieme, E., Leutner, D. & Wirth, J. (Eds.). (2005). *Problemlösekompetenz von Schülerinnen und Schülern. Diagnostische Ansätze, theoretische Grundlagen und empirische Befunde der deutschen PISA 2000 Studie [Competència de resolució de problemes de l'alumnat. Plantejaments de l'avaluació, fonaments teòrics i resultats empírics de l'estudi PISA 2000 a Alemanya]*. Wiesbaden, Alemanya: VS Verlag für Sozialwissenschaften.

Lesh, R. & Zawojewski, J. S. (2007). "Problem solving and modeling." A: F. Lester (Ed.), *The Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (2nd ed.) (p. 763–804). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics; Charlotte, NC: Information Age Publishing (publicació conjunta).

Leutner, D., Klieme, E., Meyer, K. & Wirth, J. (2004). "Problemlösen" [Problem solving]. A: M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (PISA-Konsortium Deutschland) (Eds.), *PISA 2003: Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (p. 147–175). Münster, Alemanya: Waxmann.

Leutner, D. & Wirth, J. (2005). "What we have learned from PISA so far: a German educational psychology point of view." *KEDI Journal of Educational Policy* 2 (2), 39–56.

Mayer, R.E. (1990). "Problem solving." A: M. W. Eysenck (Ed.), *The Blackwell Dictionary of Cognitive Psychology* (p. 284–288). Oxford: Basil Blackwell.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, Problem solving, Cognition* (2a edició). Nova York, NY: Freeman.

Mayer, R. E. (1998). "Cognitive, metacognitive, and motivational aspects of problem solving." *Instructional Science* 26, 49–63.

Mayer, R.E. (2002). "A taxonomy for computer-based assessment of problem solving". *Computers in Human Behavior* 18, 623–632.

Mayer, R. E. (2003). *Learning and Instruction*. Upper Saddle River, NJ: Merrill prentice Hall.

Mayer, R. E. & Wittrock, M. C. (1996). "Problem-solving transfer". A: R. Calfee & R. Berliner (eds.), *Handbook of Educational Psychology* (p. 47–62). Nova York: Macmillan.

Mayer, R. E. & Wittrock, M. C. (2006) "Problem Solving". A: P. A. Alexander and P. H. Winne (eds.), *Handbook of Educational Psychology (2nd ed.)* (ch. 13). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

OCDE. (2003a). *The PISA 2003 Assessment Framework. Mathematics, Reading, Science and Problem Solving Knowledge and Skills*. Paris: OCDE.

OCDE. (2003b). "The definition and selection of competencies (DeSeCo): Executive summary of the final report." Paris: OCDE. <http://www.oecd.org/dataoecd/47/61/35070367.pdf>

OCDE. (2004). *Problem Solving for Tomorrow's World. First Measures of Cross Curricular Competencies from PISA 2003*. Paris: OCDE.

OCDE. (March 2009). "PIAAC problem solving in technology rich environments: Conceptual framework." Paris: OCDE.

O'Neil, H. F. (2002). "Perspectives on computer-based assessment of problem solving". *Computers in Human Behavior* 18, 605–607.

Osman M. (2010). "Controlling uncertainty: A review of human behavior in complex dynamic environments". *Psychological Bulletin* 136, 65–86.

Pólya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton, NJ: Princeton University Press.

Reeff, J.-P., Zabal, A. & Blech, C. (2006). *The Assessment of Problem-Solving Competencies. A Draft Version of a General Framework*. Bonn: Deutsches Institut für Erwachsenenbildung. (Consulta del 8 de maig de 2008. Font: [http://www.die-bonn.de/esprid/dokumente/doc-2006/reeff06\\_01.pdf](http://www.die-bonn.de/esprid/dokumente/doc-2006/reeff06_01.pdf)).

Robertson, S. I. (2001). *Problem Solving*. East Sussex: Psychology Press.

Rychen D. S. & Salganik, L. H. (Eds.). (2003). *Key Competencies for a Successful Life and a Well-Functioning Society*. Göttingen, Alemanya: Hogrefe and Huber.

Vosniadou, S. & Ortony, A. (1989). *Similarity and Analogical Reasoning*. Nova York: Cambridge University Press.

Wirth, J. & Klieme, E. (2004). "Computer-based assessment of problem solving competence". *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice* 10(3), 329–345.

## ANNEX 1. VISIÓ GLOBAL SOBRE LA INVESTIGACIÓ EN RESOLUCIÓ DE PROBLEMES<sup>12</sup>

### Fonaments històrics i teòrics

1. La investigació psicològica relacionada amb la resolució de problemes va començar a principis dels anys noranta, com a resultat de la filosofia mental (Humphrey, 1963; Mandler & Mandler, 1964). Al llarg del segle XX es van desenvolupar quatre enfocaments teòrics: l'inici de la psicologia, l'associacionisme, la psicologia de la Gestalt i el processament d'informació (Mayer, en premsa).

#### L'inici de la psicologia

2. L'inici de la psicologia com a ciència es pot situar a l'any 1879, quan Wilhelm Wundt va obrir el primer laboratori de psicologia a Leipzig (Alemanya), amb la intenció de formar la primera generació de psicòlegs experimentals. Tanmateix, la contribució més important de Wundt a l'estudi de la resolució de problemes va ser exigir precisament que no fos objecte d'investigació científica, argumentant que els processos cognitius complexos eren massa complicats per ser estudiats amb mètodes experimentals (Wundt, 1911/1973). Tot i aquests advertiments, un grup d'antics estudiants seus —que va ser conegut com el grup de Würzburg— va estudiar els processos cognitius demanant a estudiants que descrivissin els passos que seguien quan resolien problemes d'associació de paraules, com ara trobar un hiperònim per a “diari” (una possible resposta seria “publicació”). Tot i que no van crear cap nou plantejament teòric, el grup de Würzburg va trobar proves empíriques que qüestionaven algunes de les suposicions bàsiques de la filosofia mental, per exemple la idea que tot pensament inclou imatges mentals.

#### L'associacionisme

3. Durant els anys vint i fins als anys cinquanta del segle XX, l'associacionisme va ser el primer plantejament teòric important que es va ocupar de l'estudi científic de la resolució de problemes. Aquest plantejament partia de la idea que les representacions cognitives mentals estaven formades per idees relacionades entre elles i que els processos cognitius mentals incloïen una cadena d'associacions entre idees (Mandler & Mandler, 1964; Mayer, 1992).

---

<sup>12</sup> Aquesta aproximació a la investigació de resolució de problemes ha estat preparada per Rich Mayer el febrer de 2010, exceptuant el material que pertany a la resolució de problemes complexos. La secció que fa referència a la resolució de problemes complexos prové sobretot de Funke i Frensch (2007). Els professors Mayer (Universitat de Califòrnia, Santa Bàrbara) i Funke (Universitat de Heidelberg, Alemanya) són membres del grup d'experts en resolució de problemes de PISA 2012.

Per exemple, en un estudi que ha esdevingut ja tot un clàssic, Thorndike (1911) va col·locar un gat privat de menjar a dins d'una "caixa problema", és a dir, una caixa de fusta on, tibant una corda, s'obria la porta i es podia accedir al bol de menjar situat a l'exterior. Segons Thorndike, després de diversos intents, el gat va aprendre a escapar-se de la caixa mitjançant un procés que Thorndike va anomenar *la llei de l'efecte*: les respostes que estan relacionades amb un fet insatisfactori s'associen amb menor grau a la situació, mentre que en les respostes que condueixen a un fet satisfactori, l'associació entre l'estímul i la resposta s'enforteix. Resoldre un problema s'aconsegueix, doncs, mitjançant el mètode d'assaig i error i gràcies a un èxit fruit de la casualitat, segons la visió associacionista de Thorndike. Explicar aquesta transformació suposa un repte important per a la teoria associacionista: es tracta de descriure com la persona que resol un problema inventa una solució creativa que no s'havia practicat mai abans. Les concepcions associacionistes de la cognició encara són presents en la investigació actual, per exemple en les xarxes neuronals, els models connectivistes i el processament paral·lel distribuït (Rogers & McClelland, 2004).

### **Psicologia de la Gestalt**

4. El plantejament de la psicologia de la Gestalt sobre la resolució de problemes va sorgir als anys 1930 i 1940 com a resposta al model associacionista. Segons l'enfocament de la Gestalt, les representacions cognitives estan constituïdes per estructures coherents més que no pas per associacions individuals. Així mateix, en els processos cognitius associats a la resolució d'un problema es construeix una estructura coherent en lloc d'establir associacions. Aquest plantejament posa l'accent, sobretot, en el procés consistent a adonar-se de com resoldre un problema. En aquest procés, les persones que resolen el problema passen de no saber com resoldre'l a saber fer-ho (Duncker, 1945; Mayer, 1995). Per exemple, en un estudi esdevingut clàssic, Köhler (1925) va observar un simi privat de menjar que estava tancat en un pati. El simi havia d'esbrinar com s'ho havia de fer per amuntegar unes caixes i així poder abastar un plàtan que estava penjat a damunt seu. Köhler va anomenar aquest mecanisme de base *insight* (l'adonar-se), que en anglès vol dir, literalment, veure i identificar l'estructura d'una situació. Una de les dificultats principals de la teoria de la Gestalt és la seva falta de precisió. En la investigació actual, la teoria de la Gestalt és present en models i esquemes mentals (Gentner & Stevens, 1983).

### **George Polya**

5. George Polya va néixer a Hongria el 1887 i va emigrar a Estats Units el 1940. Va ser un matemàtic molt reconegut i ràpidament se'l va distingir per les investigacions i les classes de resolució de problemes a la Universitat de



Stanford. En els seus llibres *How to Solve It* (1957), publicat per primera vegada el 1945, i *Mathematical Discovery* (1965), Polya va dividir la resolució de problemes en quatre fases: 1) comprendre el problema, 2) dissenyar un pla, 3) dur a terme el pla i 4) repassar. Una aportació important de l'obra de Polya és l'observació que la resolució de problemes és una habilitat que es pot aprendre: "només pots aprendre per imitació i pràctica" (Polya, 1965, p. IX). Basant-se sobretot en exemples de la resolució de problemes matemàtics, Polya va proposar diversos mètodes deductius de resolució de problemes, com ara pensar en problemes relacionats, dividir el problema en parts o repetir la informació de partida i els objectius.

### **Processament de la informació**

6. Aquest plantejament, sorgit entre els anys 1960 i 1970, aplica el processament de la informació a la resolució de problemes basant-se en la metàfora d'un ordinador, és a dir, en la idea que els humans són processadors d'informació (Mayer, 2009). Segons aquest enfocament, la resolució de problemes inclou una sèrie de càlculs mentals que consisteixen a aplicar un procés a una representació mental, com per exemple comparar dos elements per determinar si són diferents. Al llibre *Human Problem Solving*, Newell i Simon (1972) van apuntar que la resolució de problemes implicava un espai de problema, és a dir, una representació de totes les fases que intervenen entre la informació de partida i l'objectiu, com també de totes les estratègies deductives que s'empren per avançar cap a l'objectiu. Newell i Simon van utilitzar la simulació per ordinador com a mètode d'investigació per comprovar la seva concepció de la resolució de problemes en els éssers humans. En aquesta simulació van incorporar programes informàtics que solucionaven els problemes utilitzant estratègies semblants a les de les persones. Un dels avantatges d'aquest enfocament teòric és que la resolució de problemes es pot descriure, amb gran claredat, com un programa d'ordinador. En canvi, una limitació important és que serveix més per descriure el procés de resolució en problemes ben definits més que no pas en problemes mal definits. Tanmateix, el processament de la informació continua sent un pilar de la ciència cognitiva actual (Mayer, 2009).

### **Línies de recerca actuals en resolució de problemes**

7. L'estudi de la resolució de problemes té una tradició més aviat fragmentada, en què s'han estudiat diversos temes de manera aïllada. Entre les línies d'investigació principals destaquen la presa de decisions; el raonament; la intel·ligència i la creativitat; els mètodes per ensenyar a raonar; la resolució de problemes experta; el raonament analògic; la resolució de problemes matemàtics i científics; la cognició situada i la resolució de problemes complexos.

8. La idea que el rendiment en resolució de problemes depèn del coneixement individual, que inclou el coneixement d'una àrea específica (Mayer & Wittrock, 2006), ha unit les diverses línies d'investigació en resolució de problemes, juntament amb el paper del sistema de processament de la informació humana, que, entre altres coses, s'ocupa dels límits de la capacitat de memòria activa.

### **La presa de decisions**

9. La presa de decisions fa referència al procés cognitiu que té lloc a l'hora de triar entre dues alternatives o més (Barron, 2000; Kahneman & Tversky, 2000; Markman & Medin, 2000). Per exemple, un exercici de presa de decisions consistiria en triar entre a) tenir un 85% de probabilitat de guanyar 1.000 \$ (amb un 15 % de probabilitats de no guanyar res) o b) aconseguir 800 \$ de manera segura.

10. La investigació sobre la presa de decisions ha elaborat quatre teories diferents: les teories prescriptives, les teories descriptives, les teories heurístiques i les teories constructives. Les primeres, també anomenades teories econòmiques, determinen què farien els individus si fossin completament racionals. Aquestes teories, com ara la teoria del valor esperat, prediuen que la gent hauria de decantar-se per la primera alternativa perquè té un valor més elevat (per exemple, 1.000 \$) que no pas la segona (per exemple, 800 \$). Tanmateix, la investigació psicològica mostra que la gent prefereix la segona alternativa (Kahneman & Tversky, 1984). Les teories descriptives descriuen què fan en realitat les persones a l'hora de prendre una decisió. Aquestes teories, com ara la de la probabilitat, es basen en la idea que en general preferim evitar una pèrdua en lloc de guanyar una quantitat equivalent i que tendim a sobreestimar les probabilitats baixes i infravalorar les probabilitats elevades. Per exemple, la majoria prefereix guanyar 3.000 \$ segurs en lloc de tenir un 80 % de probabilitats de guanyar-ne 4.000, però la majoria prefereix tenir un 80 % de probabilitats de perdre 4.000 \$ en lloc de perdre'n 3.000 de manera segura (Kahneman & Tversky, 1979). Les teories holístiques es basen en aquests resultats per determinar les estratègies típiques de cada àrea que duem a terme per prendre decisions (Gigerenzer et al., 1999). Per exemple, la majoria de persones decideixen que la lletra "r" té més probabilitats d'aparèixer a l'inici d'un mot anglès que no pas en tercera posició (Tversky & Kahneman, 1973). Això s'explica gràcies al concepte d'heurística de la disponibilitat, segons el qual és més fàcil pensar en paraules que comencen amb erra que no pas en paraules en què aquesta lletra ocupa la tercera posició. Les teories constructives també es basen en aquests resultats i entenen la presa de decisions com un procés consistent a construir un model mental coherent de la situació. Per exemple, la gent tendeix a dir que tornaria a comprar una entrada de teatre per valor de 10 \$ si s'adonen que han perdut 10 \$, però no si s'adonen que han perdut l'entrada que ja havien comprat (Kahneman &

Tversky, 1984). Això s'explica per l'associació mental que es du a terme, ja que en el segon escenari es perden els diners destinats a l'entrada, a diferència del primer.

11. Un aspecte important en les teories sobre la presa de decisions basades en proves és que el coneixement sobre una àrea específica i els processos cognitius associats a la presa de decisions juguen un paper determinant. Un altre aspecte central és l'ús d'estratègies drecera per superar els límits del processament d'informació imposats pel sistema d'informació humà. Així doncs, utilitzem allò que Simon (1982) anomena solució satisfactòria (*satisficing*), consistent a triar una opció acceptable que coincideix amb els propis criteris.

### **El raonament**

12. Raonar vol dir determinar si una conclusió és conseqüència lògica de les premisses (Evans, 2005; Johnson-Laird, 2005). Així, el raonament condicional es pot posar a prova utilitzant un tipus de problema consistent a girar una carta: “si una carta té una vocal en una banda, tindrà un número parell a l'altra. Tria aquelles cartes que segur que necessites girar per saber si trenquen la regla: A D 4 7” (Wason, 1966). S'ha demostrat que s'obtenen millors resultats si aquest problema es presenta d'una manera més concreta, com ara: “Si una persona està bevent cervesa, vol dir que ha de tenir més de 19 anys. Tria la carta o cartes que necessites girar per determinar si s'està trencant la regla. BEURE UNA CERVESA, BEURE UNA COCA COLA, 16 ANYS, 22 ANYS.” (Griggs & Cox, 1982). Investigacions posteriors han assenyalat que els resultats són millors quan al problema s'han de trobar estafadors (Cosmides, 1989) o demanar permís (Cheng & Holyoak, 1985). Basat en una sèrie d'investigacions empíriques, la teoria del model mental de Johnson-Laird (2005) explica el raonament deductiu, segons el qual els individus construeixen models mentals de la situació descrita a les premisses. Aquests resultats recalquen que el raonament va molt associat a àrees en concret, és a dir, que la gent tendeix a utilitzar el context del problema per guiar els seus raonaments en lloc d'aplicar regles de lògica generals a tots els problemes.

### **Intel·ligència i creativitat**

13. Les investigacions sobre intel·ligència i creativitat exploren el paper de les diferències individuals en l'habilitat cognitiva dels humans per resoldre problemes (Guilford, 1967; Sternberg, 1990, 1999; Sternberg & Grigorenko, 2003). Les investigacions psicomètriques han demostrat la correlació existent entre els tests cognitius (Carroll, 1993) i el fet provat que la intel·ligència general —també anomenada *g*— es reflecteix en correlacions més altes en tots els tests cognitius. Tot i això, les anàlisis factorials i altres eines estadístiques

semblants han posat de manifest altres factors més concrets, com ara l'habilitat verbal, matemàtica o espacial (Carroll, 1993; Sternberg, 1999). Les investigacions en ciència cognitiva moderna se centren a identificar processos bàsics que ajuden a mesurar el rendiment en els tests d'intel·ligència, com ara exercicis d'anàlisi cognitiva dels ítems del test d'intel·ligència o la identificació de les diferències individuals en el sistema de processament de la informació relacionades amb el rendiment al test cognitiu. Aquests estudis destaquen el paper dels coneixements i processos en una àrea específica, com també la relació mútua entre la manera de pensar dels individus i el sistema humà de processament de la informació.

### **Ensenyar a raonar**

14. Les investigacions dutes a terme sobre els mètodes per ensenyar a raonar se centren en la preparació de l'alumnat per resoldre millor els problemes (Bloom & Broder, 1950; Covington, Crutchfield, Davies & Olton, 1974; Nickerson, 1999; Ritchhart & Perkins, 2005). Per exemple, Bloom i Broder (1950) van ensenyar als estudiants a solucionar problemes econòmics fent-los observar un model per solucionar problemes i fent-los reflexionar en veu alta. De manera semblant, Covington, Crutchfield Davies i Olton (1974) van ensenyar a l'alumnat de primària a solucionar problemes de misteri fent-los llegir còmics en els quals s'utilitzava un mètode per desenvolupar hipòtesis i comprovar-les. S'ha corroborat repetidament que una de les maneres més efectives per ensenyar a raonar consisteix a centrar l'atenció en les habilitats concretes que fan falta per resoldre l'exercici (per exemple, crear i comprovar les hipòtesis). D'aquesta manera, l'alumnat aprèn a entrenar aquestes habilitats. L'efectivitat també millora si al test s'utilitzen problemes semblants als que s'havien tractat durant la preparació.

### **Resolució de problemes experta**

15. La investigació sobre la resolució de problemes experta compara com resolen els problemes els experts i els principiants (Chase & Simon, 1973; De Groot, 1965; Ericsson, Feltovich & Hoffman, 2006). Per exemple, els jugadors d'escacs experimentats, a diferència dels principiants, recorden millor la posició de les peces d'escac d'un joc real sobre el tauler, però aquesta diferència desapareix quan les peces d'escac es col·loquen a l'atzar sobre el tauler (Chase & Simon, 1973). Així, si se'ls dóna un tauler d'escacs d'un joc real i se'ls demana de fer el moviment següent, els jugadors experts no calculen més moviments que els principiants, però sí que pensen moviments millors (De Groot, 1965). Les investigacions sobre l'adquisició d'experiència mostren que els experts necessiten aproximadament deu anys de pràctica per adquirir els coneixements de base necessaris per resoldre els problemes per a experts. De

tota manera, el coneixement que es necessita per reeixir en una àrea difícilment es pot aplicar a una altra (Ericsson, Feltovich & Hoffman, 2006).

16. Això demostra que els experts no tenen millors capacitats cognitives que els principiants, com ara una millor capacitat de memòria, però sí que tenen més domini de la matèria gràcies a l'experiència, com per exemple esquemes per visualitzar un sol disseny a partir de diferents peces. Els resultats també demostren els límits del sistema humà per processar la informació, que ha d'utilitzar estratègies com ara organitzar mentalment les peces en formes.

### **Raonaments analògics**

17. El raonament analògic consisteix a utilitzar els coneixements previs en un problema similar (Holyoak, 2005). Per exemple, Glick i Holyoak (1980, 1983) van demanar als estudiants que solucionessin el problema del tumor de Duncker (1945), que consisteix a descobrir com destruir un tumor que no es pot operar. Per destruir-lo, es poden utilitzar uns tipus de raigs que, si arriben al tumor amb prou intensitat, en poden destruir el teixit. Generalment, l'alumnat no aconseguia obtenir la solució desitjada —dirigir a la vegada molts raigs de baixa intensitat directament al tumor—, malgrat que anteriorment se'ls proporcionés un exercici sobre un general que havia d'atacar una fortalesa, la solució del qual, de caràcter més genèric, consistia a reunir diverses forces petites a la fortalesa. Per això van arribar a la conclusió que sovint tenim dificultats per fer analogies, és a dir, per aplicar un mètode de solució ja conegut a un altre problema que es pot resoldre amb aquest mateix mètode, encara que les històries o el marc siguin diferents. Aquests resultats apunten que la cognició humana sol anar associada a una àrea en concret i que, per tant, les estratègies de solució utilitzades en un context no necessàriament s'apliquen a un context nou.

### **Resolució de problemes matemàtics i científics**

18. Les investigacions sobre la resolució de problemes matemàtics i científics se centra en les estratègies de l'alumnat per solucionar els problemes en les àrees concretes de matemàtiques i ciències (Mayer, 2008). Les investigacions demostren, per exemple, que la competència en resolució de problemes aritmètics contextualitzats depèn dels coneixements específics de l'estudiant, que inclouen fets, conceptes, procediments, estratègies i creences (Anderson et al., 2001; Kilpatrick, Swafford & Findell, 2001; Mayer, 2008). Els estudiants poden classificar els problemes aritmètics en categories, cosa que vol dir que disposen d'esquemes concrets per a cada tipus específic de problema (Hinsley, Hays & Simon, 1977). Riley, Greeno & Heller (1982) van descobrir que l'alumnat és capaç de resoldre amb més facilitat els problemes contextualitzats

que inclouen una situació de canvi<sup>13</sup> que no pas els que es presenten en forma de comparació.<sup>14</sup> L'alumnat de més edat va obtenir bons resultats en els dos tipus de problemes, cosa que podria significar que es parteix inicialment d'un esquema més simple i que, amb l'experiència, se'n van desenvolupant d'addicionals.

19. En el camp de la resolució de problemes científics, s'ha constatat repetidament que l'alumnat de la classe de ciències té determinades nocions preconcebudes de com funcionen les coses, que anomenarem *prejudicis* o *idees falses*. Per exemple, la majoria de l'alumnat de física creu que si un objecte es troba en moviment, hi ha d'haver alguna força que actua damunt seu i que el manté en moviment —aquesta idea sovint es coneix com a teoria de l'ímpetu (McCloskey, 1983). Aquestes idees preconcebudes influeixen en la manera com l'alumnat fa prediccions i observa els resultats en un exercici de resolució d'un problema científic i sovint s'intenta confirmar el prejudici existent o la pròpia hipòtesi i s'ignoren les dades que la desmenteixen (Chinn & Malhotra, 2002; Dunbar, 1993). En general, la recerca sobre la resolució de problemes matemàtics i científics realça també el paper del coneixement específic de l'individu a l'hora de determinar el procés de resolució del problema.

### **Cognició situada**

20. La cognició situada s'entén com la resolució de problemes en contextos físics, socials i culturals específics (Nunes, Schlieman & Carraher, 1993; Robbins & Aydede, 2009). Per exemple, en un estudi que ha esdevingut tot un clàssic, Nunes, Schlieman i Carraher (1993) van descobrir que els estudiants brasilers utilitzaven estratègies computacionals completament diferents per resoldre els problemes aritmètics que rebien en format paper a l'escola de les que feien servir per resoldre els problemes amb què es trobaven com a venedors als carrers. Si a l'escola se'ls presentava un problema com ara  $35 \times 10 = \dots$ , intentaven aplicar els mètodes de multiplicar que els havien ensenyat. En canvi, al carrer s'inventaven una estratègia basada en diverses sumes ( $105 + 105 + 105 + 35 = 350$ ). En un estudi sobre les estratègies de càlcul que utilitzaven els compradors de les botigues de comestibles per decidir quin dels dos productes era millor comprar, Lave (1988) va constatar que normalment s'emprava l'estratègia apresada a l'escola de calcular el cost per unitat en lloc d'utilitzar estratègies diverses per a situacions diferents. Per exemple, per triar entre una llauna de cacauets de 100 grams que val 90 cèntims i una de 40 grams que en costa 45, utilitzaven una estratègia de proporció, segons la qual la grossa és una compra millor perquè, tot i que costa el doble, té més del

<sup>13</sup> Per exemple: en John té 3 bales i n'aconsegueix 2 més. Quantes en té ara?

<sup>14</sup> Per exemple: En John té 3 bales i en Pete en té 2 més que ell. Quantes bales té en Pete?

doble de quantitat. Les investigacions sobre cognició situada —que es pot anomenar també raonament quotidià— mostren que el context del problema influeix en la manera de solucionar-lo.

### **La neurociència cognitiva en resolució de problemes**

21. Les investigacions en neurociència cognitiva en resolució de problemes se centren en l'activitat del cervell durant la resolució d'un problema (Goel, 2005). Goel (2005) va constatar que s'activen diverses parts del cervell per solucionar problemes formulats de manera abstracta, com per exemple: totes les P són B. Totes les C són P. Per tant, totes les C són B. Això no passa amb els problemes expressats de manera més concreta, com ara: tots els gossos són animals. Tots els pastors alemanys són gossos. Per tant, tots els pastors alemanys són animals. Aquests resultats demostren, altra vegada, que el raonament va associat, en certa manera, a àrees de coneixement concretes i que, al contrari del que es podria pensar, no es limita a aplicar un conjunt de regles universals a un raonament.

### **La resolució de problemes complexos**

22. Fa aproximadament trenta anys, Dörner (1975) va adoptar el terme *resolució de problemes complexos* per descriure un tipus concret de problema que calia estudiar i que diferia de la simple resolució de problemes pel que fa a la complexitat i al mètode d'investigació, consistent a utilitzar micromons simulats per ordinador. Els investigadors es van anar convenent cada vegada més que les descobertes empíriques i els conceptes teòrics derivats de les tasques més simples no es poden fer extensius a problemes més complexos de la vida real i que les estratègies i els coneixements específics de cada àrea juguen un paper molt important en la resolució de problemes.

23. A Europa han sorgit dos grans plantejaments referents a la resolució de problemes complexos. Tots dos posen l'accent en tasques automatitzades, relativament habituals, semànticament riques i construïdes a semblança de problemes de la vida real (Frensch & Funke, 1995; Funke & Frensch, 2007). Broadbent (1977, vegeu Berry & Broadbent, 1995) va ser l'iniciador d'un dels plantejaments, que se centra en la distinció entre la resolució de problemes explícita (la resolució de problemes guiada per les intencions de l'individu) i la resolució de problemes implícita (la resolució de problemes que és automàtica o inconscient) i que utilitza models matemàtics definits clarament per ordinador. L'altre plantejament, iniciat per Dörner (Dörner, 1980; Dörner et al, 1983) està interessat en la interacció dels components cognitius, motivacionals i socials de la resolució de problemes (Funke & Frensch, 2007) i se serveix de simulacions per ordinador molt complexes, que inclouen fins a 2.000 variables interconnectades.

24. Frensch i Funke (1995b, p. 18) enllacen amb la línia de recerca establerta per Broadbent i Dörner<sup>15</sup> i defineixen la resolució de problemes complexos a partir dels trets següents: “El punt de partida, l’objectiu i els obstacles entre el punt de partida i l’objectiu són complexos, canvien de dinàmica durant la resolució del problema i són opacs. Al principi, la persona que resol el problema desconeix les propietats exactes de la informació de partida, l’objectiu i els obstacles”. Aquests trets distintius es poden il·lustrar amb un exemple extret de Vollmeyer, Burns & Holyoak, 1996. Es mostra un aquari simulat per ordinador. En aquesta simulació es poden distingir quatre espècies d’animals marítims (crancs, gambes, llagostes i llobarros) que es veuen afectades per quatre variables (la temperatura, la sal, l’oxigen i el corrent). El subjecte, és a dir, l’usuari del sistema, pot manipular aquestes quatre variables, però desconeix les relacions que hi ha entre aquestes variables i els animals marítims. Els canvis que es facin en la temperatura, la sal, l’oxigen i el corrent causaran canvis en les poblacions d’animals marítims. A més, sense la intervenció humana, la població de llobarros disminuirà pel seu propi compte. Els subjectes han de determinar les relacions entre aquestes variables i els animals marítims per mitjà de l’experimentació amb les dades de partida i han de controlar el sistema per aconseguir els valors adequats per a cada espècie. Cal assenyalar que les equacions del sistema són més aviat arbitràries i que el coneixement de la biologia marítima del món real no servirà per resoldre el problema. En el pitjor dels casos, fins i tot pot resultar contraproductiu.

25. Algunes investigacions, com Funke & Frensch, 2007, descarten que hi hagi una relació especial entre la intel·ligència global i la competència de resolució de problemes complexos en els problemes opacs on l’objectiu està poc definit i el contingut semàntic és ric. De tota manera, sí que hi ha alguns components de la intel·ligència (l’habilitat de raonar i processar informació i el potencial d’aprenentatge) que semblen estar correlacionats amb la competència de resolució de problemes complexos, fins i tot si el problema és poc transparent. Cal tenir en compte, però, que, com passa amb els problemes simples, la competència de resoldre problemes complexos depèn en bona mesura del coneixement i les estratègies d’una àrea concreta. Finalment, no s’ha aclarit si la competència de resoldre problemes complexos és independent de la resolució de problemes simples, tot i que els resultats de les proves d’ampliació de PISA 2000 (Wirth & Klieme, 2004) i PISA 2003 (Leutner et al, 2004; Leutner

---

<sup>15</sup> Aquesta definició es basa en la tradició europea de Broadbent i Dörner. Diversos autors (per exemple, Sternberg & Frensch, 1991) ofereixen una visió més àmplia d’allò que defineix un problema complex a diferència d’un problema simple. Alguns utilitzen aquest concepte per referir-se a tasques autèntiques, independentment de les seves propietats, mentre que d’altres l’utilitzen en la línia de Frensch i Funke, però fan la distinció entre problemes dinàmics o opacs.



& Wirth, 2005) dutes a terme a Alemanya semblen demostrar que la resolució de problemes complexos és independent de la simple.

## Conclusions

26. Una de les conseqüències més importants que es deriva de la investigació en resolució de problemes per a l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes és que, en lloc d'intentar avaluar la resolució de problemes en general, s'haurien de tenir en compte els coneixements dels estudiants en una àrea concreta a l'hora de resoldre problemes. A més, la bibliografia sobre resolució de problemes assenyalava que l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes s'hauria de basar en problemes situats en contextos autèntics i reals en lloc de basar-se en tasques abstractes. També apunta que, en comptes d'utilitzar ítems breus i enigmàtics, les tasques utilitzades a l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes haurien de ser prou variades perquè l'alumnat pogués utilitzar els sistemes de processament de la informació de què disposa per gestionar els coneixements que té.

27. De manera creixent, els ciutadans del segle XXI han de fer front a problemes complexos. A més, els mètodes per resoldre problemes simples no es poden generalitzar ni utilitzar fàcilment per resoldre problemes complexos. La relació entre la competència de resoldre problemes complexos i la intel·ligència global no està demostrada científicament, però sí que hi ha proves (tot i que no del tot concloents) que la competència de resolució de problemes complexos és un procés independent, que no es limita a aplicar els processos de resolució de problemes normals a situacions més complexes. Així doncs, podem concloure clarament que la resolució de problemes complexos hauria de ser determinant a l'avaluació PISA 2012 de resolució de problemes.

## Bibliografia

Anderson, L. W., Krathwohl, D. R., Airasian, P. W., Cruikshank, K. A., Mayer, R. E., Pintrich, P. R., Raths, J., & Wittrock, M. C. (2001). *A taxonomy for learning, teaching, and assessing: A revision of Bloom's taxonomy of educational objectives*. Nova York: Longman.

Baron, J. (2000). *Thinking and deciding* (3a edició). Nova York: Cambridge University Press.

Bloom, B. S., & Broder, B. J. (1950). *Problem-solving processes of college students: An exploratory investigation*. Chicago: University of Chicago Press.

Berry, D. C., & Broadbent, D. E. (1995). "Implicit learning in the control of complex systems". A: P.A. Frensch & J. Funke (Eds.), *Complex Problem Solving: The European Perspective* (pp. 3–25). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Broadbent, D. E. (1977). "Levels, hierarchies, and the locus of control". *Quarterly Journal of Experimental Psychology* 29, 181–200.

Carroll, J. B. (1993). *Human cognitive ability*. Nova York: Cambridge University Press.

Chase, W. G., & Simon, H. A. (1973). "Perception in chess". *Cognitive Psychology*, 4, 55–81.

Cheng, P. W., & Holyoak, K. (1985). "Pragmatic reasoning schemas". *Cognitive Psychology*, 17, 391–416.

Chinn, C. A., & Malhotra, B. A. (2002). "Children's responses to anomalous scientific data: How is conceptual change impeded?". *Journal of Educational Psychology*, 94, 327–343.

Cosmides, L. (1989). "The logic of social exchange: Has natural selection shaped how humans reason?". *Cognition*, 31, 187–276.

Covington, M. V., Crutchfield, R. S., Davies, L. B., & Olton, R. M. (1974). *The productive thinking program*. Columbus, OH: Merrill.

de Groot, A. D. (1965). *Thought and choice in chess*. L'Haia, Països Baixos: Mouton.

Dörner, D., Kreuzig, H.W., Reither, F., & Stäudel, T. (1983). *Lohhausen. Vom Umgang mit Unbestimmtheit und Komplexität [Lohhausen. On dealing with uncertainty and complexity / Lohnhausen. Sobre com analitzar la incertesa i la complexitat]*. Berna: Huber.

- Dorner, D. (1980). "On the difficulty people have in dealing with complexity." *Simulation & Games* 11, 87–106.
- Dienes, Z., & Berry, D. (1997). "Implicit learning: Below the subjective threshold". *Psychonomic Bulletin & Review* 4, 3–23.
- Dunbar, K. (1993). "Concept discovery in a scientific domain". *Cognitive Science*, 17, 397–434.
- Duncker, K. (1945). "On problem solving". *Psychological Monographs* 58:3 (Número sencer 270).
- Ericsson, K. A., Feltovich, P. J., & Hoffman, R. R. (eds.) (2006). *The Cambridge handbook of expertise and expert performance*. Nova York: Cambridge University Press.
- Evans, J. S. B. T. (2005). "Deductive reasoning". A: K. J. Holyoak, & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (p. 169–184). Nova York: Cambridge University Press.
- Frensch, P. A. & Funke, J. (eds.). (1995). *Complex Problem Solving: The European Perspective*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Frensch, P.A. & Rüniger, D. (2003) "Implicit learning". *Current Directions in Psychological Science* 12, 13–18.
- Funke, J. (2001). "Dynamic systems as tools for analysing human judgement". *Thinking and Reasoning* 7(1), 69–89.
- Funke, J. and Frensch, P. A. (2007). "Complex problem solving: The European perspective – 10 years after". A: D. H. Jonassen (Ed.), *Learning to Solve Complex Scientific Problems* (p. 25–47). Nova York: Lawrence Erlbaum.
- Gentner, D., & Stevens, A. L. (Eds.). (1983). *Mental models*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Gick, M. I., & Holyoak, K. J. (1980). "Analogical problem solving". *Cognitive Psychology*, 12, 306–355.
- Gick, M. I., & Holyoak, K. J. (1983). "Schema induction and analogical transfer". *Cognitive Psychology*, 15, 1–38.
- Gigerenzer, G., Todd, P. M., & the ABC Research Group (eds.). (1999). *Simple heuristics that make us smart*. Oxford, Regne Unit: Oxford University Press.
- Goel, V. (2005). "Cognitive neuroscience of deductive reasoning". A: K. J. Holyoak, & R. G. Morrison (eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (p. 475–492). Nova York: Cambridge University Press.

Griggs, R. A., & Cox, J. R. (1982). "The elusive thematic-materials effect in Wason's selection task". *British Journal of Psychology*, 73, 407–420.

Guilford, J. P. (1967). *The nature of human intelligence*. Nova York: McGraw-Hill.

Hinsley, D., Hayes, J. R., & Simon, H. A. (1977). "From words to equations". A: P. Carpenter & M. Just (Eds.), *Cognitive processes in comprehension*. Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Holyoak, K. J. (2005). "Analogy". A: K. J. Holyoak, & R. G. Morrison (eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (p. 117–142). Nova York: Cambridge University Press.

Humphrey, G. (1963). *Thinking: An introduction to experimental psychology*. Nova York: Wiley.

Johnson-Laird, P. N. (2005). "Mental models and thought". A: K. J. Holyoak, & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (p. 185–208). Nova York: Cambridge University Press.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1979). "Prospect theory: An analysis of decision under risk". *Econometrica*, 47, 263–291.

Kahneman, D., & Tversky, A. (1984). "Choice, values, and frames". *American Psychologist*, 39, 341–350.

Kahneman, D., & Tversky, A. (Eds.). (2000). *Choices, values, and frames*. Nova York: Cambridge University Press.

Kilpatrick, J., Swafford, J., & Findell, B. (eds.). (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. Washington, DC: National Academy Press.

Klieme, E. (2004). "Assessment of cross-curricular problem-solving competencies". A: J.H. Moskowitz and M. Stephens (eds.). *Comparing Learning Outcomes. International Assessments and Education Policy* (p. 81–107). London: Routledge Falmer.

Kohler, W. (1925). *The mentality of apes*. Nova York: Liveright.

Lave, J. (1988). *Cognition in practice*. Cambridge, England: Cambridge University Press.

Leutner, D., Klieme, E., Meyer, K. & Wirth, J. (2004). "Problemlösen" [Problem solving / resolució de problemes]. A: M. Prenzel, J. Baumert, W. Blum, R. Lehmann, D. Leutner, M. Neubrand, R. Pekrun, J. Rost & U. Schiefele (PISA-Konsortium Deutschland) (eds.), *PISA 2003: Der Bildungsstand der*

*Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs* (p. 147–175). Münster, Alemanya: Waxmann.

Mandler, J. M., & Mandler, G. (1964). *Thinking from associationism to Gestalt*. Nova York: Wiley.

Markman, A. B., & Medin, D. L. (2002). "Decision making". A: D. Medin (ed.), *Stevens' handbook of experimental psychology, Volume 2: Memory and cognitive processes* (2a edició; p. 413–466). Nova York: Wiley.

Mayer, R. E. (1992). *Thinking, problem solving, cognition* (2nd ed). Nova York: Freeman.

Mayer, R. E. (1995). "The search for insight: Grappling with Gestalt psychology's unanswered questions". A: R. J. Sternberg & J. E. Davidson (eds.), *The nature of insight* (p. 3–32). Cambridge, MA: MIT Press.

Mayer, R. E. (2008). *Learning and instruction*. Upper Saddle River, NJ: Merrill Prentice Hall.

Mayer, R. E. (2009). "Information processing". A: T. L. Good (Ed.), *21st century education: A reference handbook* (p. 168–174). Thousand Oaks, CA: SAGE.

Mayer, R. E. (in press). "Problem solving". A: D. Reisberg (Ed.), *Oxford handbook of cognitive psychology*. Nova York: Oxford University Press.

Mayer, R. E., & Wittrock, M. C. (2006). "Problem solving". A: P. A. Alexander & P. H. Winne (Eds.), *Handbook of educational psychology* (2a ed.; p. 287–304). Mahwah, NJ: Erlbaum.

McCloskey, M. (1983). "Intuitive physics". *Scientific American*, 248(4), 122–130.

Newell, A., & Simon, H. A. (1972). *Human problem solving*. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall.

Nickerson, R. S. (1999). "Enhancing creativity". A: R. J. Sternberg (ed.), *Handbook of creativity* (p. 392–430). Nova York: Cambridge University Press.

Nunes, T., Schliemann, A. D., & Carraher, D. W. (1993). *Street mathematics and school mathematics*. Cambridge, Regne Unit: Cambridge University Press.

Polya, G. (1957). *How to solve it*. Garden City, NY: Doubleday. [Publicació original de l'any 1945 de Princeton University Press.]

Polya, G. (1965). *Mathematical discovery (vol. 2)*. Nova York: Wiley.

Osman M. (2010). "Controlling uncertainty: A review of human behavior in complex dynamic environments". *Psychological Bulletin* 136, 65–86.

- Riley, M., Greeno, J. G., & Heller, J. (1982). "The development of children's problem solving ability in arithmetic". A H. Ginsberg (ed.), *The development of mathematical thinking* (p. 153–199). Nova York: Academic Press.
- Ritchhart, R., & Perkins, D. N. (2005). "Learning to think: The challenge of teaching thinking". A: K. J. Holyoak, & R. G. Morrison (Eds.), *The Cambridge handbook of thinking and reasoning* (p. 775–802). Nova York: Cambridge University Press.
- Robbins, P., & Aydede, M. (eds.). (2009). *The Cambridge handbook of situated cognition*. Nova York: Cambridge University Press.
- Rogers, T. T., & McClelland, J. L. (2004). *Semantic cognition: A parallel distributed processing approach*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Simon, H. A. (1982). *Models of bounded rationality*. Cambridge, MA: MIT Press.
- Sternberg, R. J. (1990). *Metaphors of mind: Conceptions of the nature of intelligence*. Nova York: Cambridge University Press.
- Sternberg, R. J. (1999). *Handbook of creativity*. Nova York: Cambridge University Press.
- Sternberg, R. J., & Frensch, P. A. (eds.). (1991). *Complex problem solving: Principles and mechanisms*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates
- Sternberg, R. J., & Grigorenko, E. L. (eds.). (2003). *The psychology of abilities, competencies, and expertise*. Nova York: Cambridge University Press.
- Thorndike, E. L. (1911). *Animal intelligence*. Nova York: Hafner.
- Tversky, A., & Kahneman, D. (1973). "Availability: A heuristic for judging frequency and probability". *Cognitive Psychology*, 5, 207–232.
- Vollmeyer, R., Burns, B. D., & Holyoak, K. J. (1996). "The impact of goal specificity and systematicity of strategies on the acquisition of problem structure". *Cognitive Science* 20, 75–100.
- Wason, P. C. (1966). "Reasoning". A: B. M. Foss (Ed.), *New horizons in psychology*. Harmondsworth, Regne Unit: Penguin.
- Wirth, J. and Klieme, E. (2004). "Computer-based assessment of problem solving competence". *Assessment in Education: Principles, Policy and Practice* 10(3), 329–345.
- Wundt, W. (1973). *An introduction to experimental psychology*. Nova York: Arno Press. [Publicació original en alemany, any 1911.]

**ANNEX 2: GRUP D'EXPERTS EN RESOLUCIÓ DE PROBLEMES**

Els membres del grup d'experts en resolució de problemes de PISA 2012 són els següents:

<b>Membre del grup d'experts</b>	<b>Afiliació</b>
Ray Adams	ConSORCI (President en funcions)
Benő Csapó	Universitat de Szeged, Hongria (representant <i>ex officio</i> del grup d'experts)
John Dossey	Universitat de l'Estat d'Illinois, Estats Units d'Amèrica
Joachim Funke	Universitat de Heidelberg, Alemanya
Art Graesser	Universitat de Memphis, Estats Units d'Amèrica
Detlev Leutner	Universitat de Duisburg-Essen, Alemanya
Richard Mayer	Universitat de Califòrnia, Estats Units d'Amèrica
Tan Ming Ming	Ministeri d'Educació, Singapur
Romain Martin	Universitat de Luxemburg, Luxemburg





### ANNEX 3. EXEMPLES D'ÍTEMS ALLIBERATS

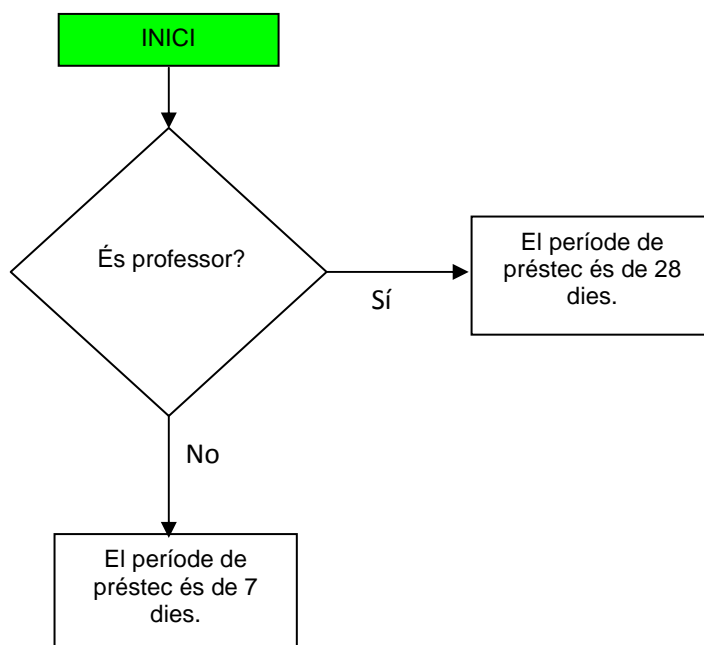
Aquest annex no forma part del document *PISA 2012 Field Trial Problem Solving Framework*, publicat per l'OCDE al juliol de 2010.

S'hi recullen els ítems alliberats de resolució de problemes del PISA 2003, que s'ha publicat també en el número 18 de la col·lecció «Documents», amb el títol de *Marc conceptual de matemàtiques per a l'avaluació PISA 2012*.

---

### SISTEMA DE PRÉSTEC BIBLIOTECARI

La biblioteca de l'Institut d'Ensenyament Secundari “Sèneca” té un senzill sistema de préstec de llibres: per al professorat, el període de préstec és de 28 dies; per a l'alumnat, el període de préstec és de 7 dies. L'esquema següent és un diagrama d'arbre que mostra aquest senzill sistema:



No obstant això, la biblioteca de l'Institut d'Ensenyament Secundari “Jules Verne” vol desenvolupar un altre sistema de préstec semblant però més complex:

- Les publicacions classificades com a “Reservades” tindran un període de préstec de 2 dies.
  - El període de préstec per als llibres (no les revistes) que **no** siguin a la llista reservada serà de 28 dies per al professorat i de 14 dies per als estudiants.
  - El període de préstec de les revistes **no** incloses en la llista reservada serà, per a tots, de 7 dies.
  - Les persones que es retardin en la devolució no podran demanar cap altre préstec.
-

---

### Pregunta 1

Ets un estudiant de l'Institut d'Ensenyament Secundari "Jules Verne" i no tens cap retard en les devolucions dels préstecs de la biblioteca. Vols demanar prestat un llibre que NO és a la llista dels llibres reservats. Quin és el teu període de préstec?

Resposta: \_\_\_\_\_ dies

*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*

*Resposta correcta: 14 dies*

*Dificultat: 437 (nivell 1)*

*Encerts: Catalunya 73,8%*

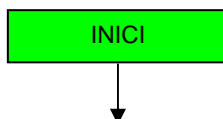
*Espanya 64,9%*

*OCDE 74,8%*

---

### Pregunta 2

Dibuixa un diagrama d'arbre per al sistema de préstec bibliotecari de l'**Institut d'Ensenyament Secundari "Jules Verne"**, de manera que serveixi per dissenyar un sistema automatitzat de comprovació per manejar els préstecs de la biblioteca. El sistema de comprovació que dissenyis ha de ser el més eficient possible (amb el menor nombre possible de passos de comprovació). Observa que cada etapa de control només ha de presentar dues opcions que han d'anar etiquetades correctament (per exemple: "Sí" i "No").



*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*

*Resposta correcta: Ordenació lògica dels quatre passos*

*Dificultat: 693 (nivell 3)*

*Encerts: Catalunya 5,0%*

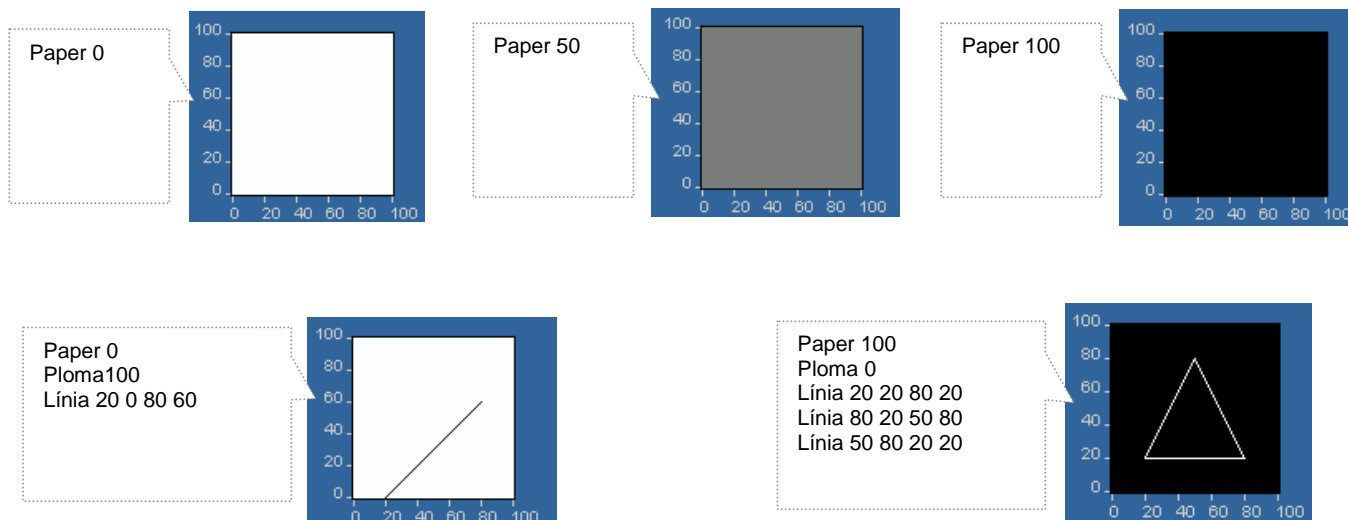
*Espanya 3,4%*

*OCDE 9,8%*

## DISSENY PER ORDINADOR

Disseny per ordinador és una eina de disseny per a la creació de gràfics per ordinador. Els dibuixos es generen donant un conjunt d'ordres al programa.

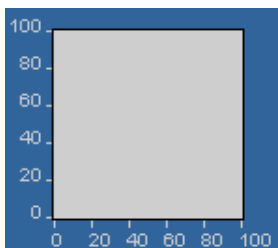
Estudia atentament les ordres i els dibuixos següents abans de contestar les preguntes.



### Pregunta 1

Quina de les ordres següents va generar el gràfic que s'observa a continuació?

- A Paper 0
- B Paper 20
- C Paper 50
- D Paper 75



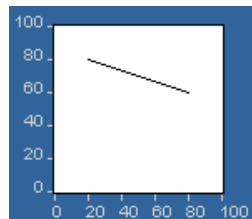
*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*  
*Resposta correcta: Paper 20*  
*Dificultat: 544 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 48,8%*  
*Espanya 42,7%*  
*OCDE 50,3%*

### Pregunta 2

Quin dels següents conjunts d'ordres genera el gràfic que es mostra a continuació?

- A Paper 100      Ploma 0      Línia 80 20 80 60
- B Paper 0        Ploma 100      Línia 80 20 60 80
- C Paper 100      Ploma 0        Línia 20 80 80 60
- D Paper 0        Ploma 100      Línia 20 80 80 60



*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*

*Resposta correcta: D*

*Dificultat: 553 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 49,9%*

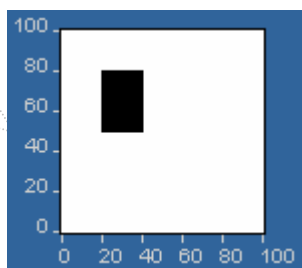
*Espanya 46,0%*

*OCDE 48,3%*

### Pregunta 3

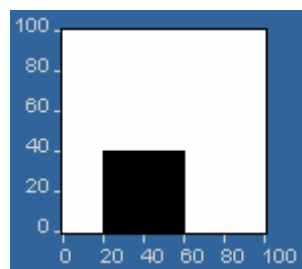
El gràfic següent mostra un exemple de la utilització de l'ordre *Repetir*.

Paper 0  
Ploma 100  
Repetir A 50 80  
{Línia 20 A 40 A}



La instrucció *Repetir A 50 80* diu al programa que repeteixi l'acció que hi ha entre claus { } per a valors successius d'A, des d'A=50 fins a A=80.

Escriu les ordres que generen el gràfic següent:



*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*

*Resposta correcta: paper 0. Ploma 100. Repetir A 0 40. Línia 20 A 60 A*

*O bé, paper 0. Ploma 100. Repetir A 20 60. Línia A 0 A 40*

*Dificultat: 600 (nivell 3)*

*Encerts: Catalunya 38,2%*

*Espanya 38,7%*

*OCDE 34,2%*

## PROGRAMACIÓ DE LA CARRERA

Una escola tècnica ofereix les 12 assignatures següents per a una carrera de 3 anys, en què la durada de cada assignatura és d'un any :

	<b>Codi de l'assignatura</b>	<b>Nom de l'assignatura</b>
1	M1	Mecànica. nivell 1
2	M2	Mecànica. nivell 2
3	E1	Electrònica. nivell 1
4	E2	Electrònica. nivell 2
5	B1	Estudis empresarials. nivell 1
6	B2	Estudis empresarials. nivell 2
7	B3	Estudis empresarials. nivell 3
8	C1	Sistemes informàtics. nivell 1
9	C2	Sistemes informàtics. nivell 2
10	C3	Sistemes informàtics. nivell 3
11	T1	Tecnologia i Gestió de la Informació. nivell 1
12	T2	Tecnologia i Gestió de la Informació. nivell 2

**Pregunta 1**

Cada estudiant cursarà 4 assignatures per any per tal d'aprovar així 12 assignatures en 3 anys.

Un estudiant només pot cursar una assignatura de nivell superior si ha aprovat la mateixa assignatura del nivell o els nivells inferiors. Per exemple, només pot cursar Estudis Empresarials de nivell 3 després d'haver aprovat Estudis Empresarials de nivell 1 i nivell 2.

A més, només pot escollir Electrònica de nivell 1 després d'haver aprovat Mecànica de nivell 1, i només pot escollir Electrònica de nivell 2 després d'haver aprovat Mecànica de nivell 2.

Completa la taula següent amb les assignatures que s'haurien d'oferir cada curs. Escriu a la taula els **codis** de cada assignatura.

	<b>Assignatura 1</b>	<b>Assignatura 2</b>	<b>Assignatura 3</b>	<b>Assignatura 4</b>
<b>Primer curs</b>				
<b>Segon curs</b>				
<b>Tercer curs</b>				

*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*

*Resposta correcta: Mecànica no va abans que Electrònica i s'acompleixen la resta de condicions*

*Dificultat: 629 (nivell 3)*

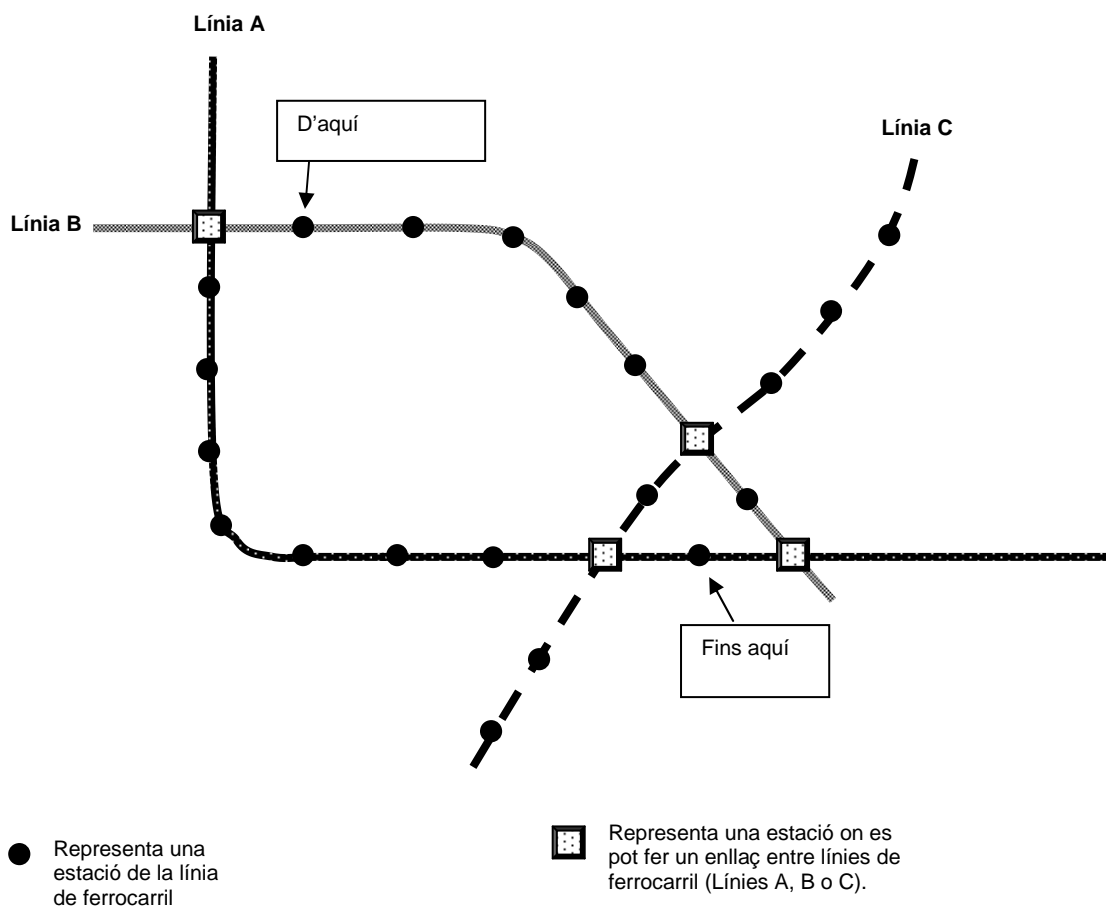
*Encerts: Catalunya 28,9%*

*Espanya 28,2%*

*OCDE 26,4%*

## CORRESPONDÈNCIES

L'esquema següent mostra una part de la xarxa de transport públic d'una ciutat de Zedlàndia, amb tres línies de ferrocarril. Hi ha senyalat el lloc on sou i on heu d'anar:



El preu del bitllet es calcula en funció del nombre d'estacions que es recorren (sense comptar l'estació des d'on comença el viatge). Cada estació que es recorre costa 1 zed.

El temps que es triga a anar d'una estació a la següent és aproximadament de 2 minuts.

En els enllaços d'una línia a una altra, es triga uns 5 minuts.

**Pregunta 1**

A l'esquema anterior s'assenyala l'estació en què la persona es troba en aquest moment (*D'aquí*) i l'estació on ha d'anar (*Fins aquí*). Marca a l'esquema el millor trajecte (en termes econòmics i de temps) i indica el preu del bitllet que haurà de pagar i el temps aproximat de viatge.

Preu del bitllet: ..... zeds

Temps aproximat de viatge: .....minuts

*Tipus: presa de decisions*

*Resposta correcta: cal marcar la ruta correcta. 8 zeds. 21 minuts*

*Dificultat: 608 (nivell 3)*

*Encerts: Catalunya 27,9%*

*Espanya 22,1%*

*OCDE: 25,7%*

**EL CAMPAMENT**

El Departament de Serveis Socials de Zedlàndia està organitzant un campament de cinc dies per a joves. Se n'hi han apuntat 46 (26 noies i 20 nois), i vuit adults voluntaris (4 homes i 4 dones) hi aniran i organitzaran el campament.

**Figura 1: Adults**

Sra. Montserrat
Sra. Carolina
Sra. Olga
Sra. Patrícia
Sr. Esteve
Sr. Ricard
Sr. Guillem
Sr. Pere

**Figura 2: Habitacions**

Nom	Nombre de llits
Vermell	12
a	
Blava	8
Verda	8
Porpra	8
Taronja	8
Groga	6
Blanca	6



**Normes de les habitacions:**

1. Els nois i les noies han de dormir en habitacions separades.
2. A cadascuna de les habitacions hi ha de dormir almenys un adult.
3. L'adult o els adults que dormin a cada habitació ha de ser del mateix sexe que el dels joves.

**Pregunta 1****Distribució de les habitacions.**

Omple la taula col·locant els 46 joves i els 8 adults a les habitacions segons les normes anteriors.

Nom	Nombre de nois	Nombre de noies	Nom o noms dels adults
Vermell a			
Blava			
Verda			
Porpra			
Taronja			
Groga			
Blanca			

*Tipus: anàlisi i disseny de sistemes*

*Resposta correcta: s'acompleixen les sis condicions*

*Dificultat: 529 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 26,4%*

*Espanya 25,6%*

*OCDE 32,9%*

## EL CONGELADOR

La Joana va comprar un armari congelador nou. El manual dóna les instruccions següents:

- Endolli l'electrodomèstic al corrent i encengui'l.

Sentirà que el motor es posa en funcionament.

S'encendrà un llum vermell d'avís a la pantalla.

- Faci girar el control de temperatura fins a la posició desitjada. La posició 2 és la normal.

Posició	Temperatura
1	-15°C
2	-18°C
3	-21°C
4	-25°C
5	-32°C

El llum vermell d'avís restarà encès fins que la temperatura del congelador baixi prou.

Trigarà d'una a tres hores, segons la temperatura que triï.

- Posi el menjar al congelador al cap de quatre hores.

La Joana va seguir totes aquestes instruccions, però va seleccionar la posició 4 en el control de temperatura. Al cap de 4 hores, va posar el menjar al congelador.

Al cap de 8 hores, el llum vermell d'avís continuava encès, encara que el motor estava funcionant i el congelador era fred.

**Pregunta 1**

La Joana es preguntava si el llum d'avís funcionava correctament. Quina o quines de les accions i observacions següents indicarien que el llum funcionava correctament?

Encercleu "Sí" o "No" per a cadascun dels tres casos

<b>Acció i observació</b>	<b>L'observació indica que el llum funciona correctament?</b>
Va posar el control de temperatura en la posició 5 i el llum vermell es va apagar.	Sí / No
Va posar el control de temperatura en la posició 1 i el llum vermell es va apagar.	Sí / No
Va posar el control de temperatura en la posició 1 i el llum vermell va continuar encès.	Sí / No

*Tipus: Resolució de problemes*

*Resposta correcta: no, sí, no, en aquest ordre*

*Dificultat: 573 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 37,5%*

*Espanya 34,2%*

*OCDE 44,6%*

**Pregunta 2**

La Joana va llegir altre cop el manual per veure si havia comès algun error. Va trobar les sis advertències següents:

1. No connecti l'aparell a un endoll sense presa de terra.
2. No esculli temperatures més baixes del necessari (-18 °C és la normal).
3. No s'han d'obstruir les reixes de ventilació. Això pot disminuir la capacitat de refredament de l'aparell.
4. No congeli enciams, raves, raïm, pomes i peres senceres o carn amb greix.
5. No salpebri ni condimenti els aliments frescos abans de posar-los al congelador.
6. No obri la porta del congelador gaire sovint.

De les sis advertències anteriors, quina o quines podrien ser la causa del retard a apagar-se el llum d'avís?

Encercla *Sí* o *No* per a cadascuna de les sis advertències ignorades per la Joana.

<b>Advertència</b>	<b>No fer cas d'aquesta advertència podria ser la causa del retard a apagar-se el llum d'avís?</b>
Advertència 1	Sí / No
Advertència 2	Sí / No
Advertència 3	Sí / No
Advertència 4	Sí / No
Advertència 5	Sí / No
Advertència 6	Sí / No

*Tipus: Resolució de problemes*

*Resposta correcta: no, sí, sí, no, no, sí, en aquest ordre*

*Dificultat: 551 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 47,7%*

*Espanya 44,3%*

*OCDE 49,2%*

**ENERGIA NECESSÀRIA**

Aquest problema tracta de l'elecció d'aliments per ajustar-se a l'energia que necessita una persona de Zedlàndia. La taula següent mostra l'energia necessària recomanada per a diferents tipus de persones en quilojoules (kJ).

<b>QUANTITAT D'ENERGIA NECESSÀRIA DIÀRIA RECOMANADA PER ALS ADULTS</b>			
		<b>HOMES</b>	<b>DONES</b>
<b>Edat (anys)</b>	<b>Nivell d'activitat</b>	<b>Energia necessària (kJ)</b>	<b>Energia necessària (kJ)</b>
De 18 a 29	Suau	10.660	8.360
	Moderat	11.080	8.780
	Intens	14.420	9.820
De 30 a 59	Suau	10.450	8.570
	Moderat	12.120	8.990
	Intens	14.210	9.790
De 60 o més	Suau	8.780	7.500
	Moderat	10.240	7.940
	Intens	11.910	8.780

**NIVELL D'ACTIVITAT D'ACORD AMB EL TREBALL**

<b>Suau:</b>	<b>Moderat:</b>	<b>Intens:</b>
Dependent	Professor	Paleta
Oficinista	Comercial	Jornaler
Mestressa de casa	Infermera	Esportista

**Figura 1****Pregunta 1**

En David Costa és un professor de 45 anys. Quina hauria de ser la seva quantitat diària recomanada d'energia necessària en kJ?

Resposta: \_\_\_\_\_ quilojoules

*Tipus: presa de decisions*  
*Resposta correcta: 12.120 quilojoules*  
*Dificultat: 361 (nivell menor d'1)*

*Encerts: Catalunya 79,2%*  
*Espanya 82,4%*  
*OCDE 84,8%*

La Joana Rius és una saltadora d'alçada de 19 anys. Un vespre, un dels seus amics la convida a sopar en un restaurant. A continuació es presenta el menú.

<b>MENÚ</b>		<b>Estimació de l'energia que aporta cada plat, feta per la Joana (en kJ)</b>
<b>Sopes:</b>	Sopa de tomàquet	355
	Crema de xampinyons	585

<b>Carns:</b>	Pollastre mexicà	960
	Pollastre caribeny	795
	Costelles de xai	920

<b>Amanides:</b>	Amanida de patates	750
	Amanida de formatge, pinya i nous	335
	Amanida de pasta	480

<b>Postres:</b>	Pastís de poma i gerds	1.380
	Pastís de formatge	1.005
	Pastís de maduixes	565

<b>Batuts:</b>	Xocolata	1.590
	Vainilla	1.470

El restaurant té també un menú del dia.

<p><b>Menú del dia</b>  <b>50 zeds</b>            Sopa de tomàquet            Pollastre caribeny            Pastís de maduixes</p>
--

---

## Pregunta 2

La Joana anota tot el que menja cada dia. Aquell dia, abans del sopar, havia pres un total de 7.520 kJ d'energia.

La Joana **no** vol que la quantitat total d'energia que pren **sobrepassi o estigui per sota** en més o menys 500 kJ **de la quantitat diària recomanada d'energia necessària per a ella**.

Determina si el menú del dia permetria a la Joana mantenir-se dins dels  $\pm 500$  kJ respecte a la quantitat recomanada d'energia necessària per a ella. Explica la resposta escrivint els teus càlculs.

*Tipus: presa de decisions*

*Resposta correcta: No. Però calen els càlculs correctes*

*Dificultat: 624 (nivell 3)*

*Encerts: Catalunya 19,7%*

*Espanya 17,7%*

*OCDE 25,9%*

---

## ANAR AL CINE

Aquest problema tracta de com buscar un dia i una hora adequats per anar al cine.

L'Isaac, de 15 anys, vol organitzar una anada al cine amb dos amics de la seva mateixa edat durant la setmana de vacances escolars. Les vacances comencen el dissabte 24 de març i acaben el diumenge 1 d'abril.

L'Isaac va preguntar als seus amics quins dies i a quines hores podrien anar al cine. Va rebre les respostes següents:

**Frederic:** *“He de quedar-me a casa les tardes del dilluns i del dimecres per estudiar música de 14:30 a 15:30.”*

**Sebastià:** *“He d'anar a casa de la meua àvia els diumenges, de manera que no pot ser en diumenge. Ja he vist “Pokamin” i no la vull tornar a veure una altra vegada.”*

Els pares de l'Isaac insisteixen que només vagi a veure pel·lícules recomanades per a la seva edat i que no torni a casa a peu. Ells portaran els nois a les seves cases si el cine acaba més tard de les 22h.

L'Isaac mira les hores de començament de les pel·lícules de la setmana de vacances. La informació que troba és aquesta.

Reserva anticipada d'entrades. T: 924 576425 Telèfon 24 hores: 924 576303 Dimarts, dia de l'espectador: Totes les pel·lícules a 3 euros			
<b>Pel·lícules que s'exhibeixen a partir del divendres 23 de març i que estaran en pantalla dues setmanes</b>			
Els xiquets en la Xarxa		Pokamin	
113 minuts 14:00 (només de dl. a dv.) 21:35 (només els ds i dm.)	Recomanada per a majors de 12 anys.	105 minuts 13:40 (Cada dia) 16:35 (Cada dia)	Amb autorització dels pares. Per a tots els públics, però algunes escenes poden no ser recomanades per als més joves.
<b>Monstres en les profunditats</b>		<b>Enigma</b>	
164 minuts 19:55 (només dv i ds.)	Recomanada per a més grans de 18 anys.	144 minuts 15:00 (només de dl. a dv.) 18:00 (només ds i dm.)	Recomanada per a més grans de 12 anys.
<b>Carnívor</b>		<b>El rei de la selva</b>	
148 minuts 18:30 (Cada dia)	Recomanada per a més grans de 18 anys.	117 minuts 14:35 (només de dl. a dv.) 18:50 (només ds. i dm.)	Per a tots els públics.

**Pregunta 1**

Tenint en compte la informació que l'Isaac ha trobat sobre les pel·lícules i la informació dels seus amics, quines de les sis pel·lícules podrien anar a veure?

Encercla "Sí" o "No" per a cadascuna de les pel·lícules

Pel·lícula	Els tres nois poden anar a veure la pel·lícula?
Els xiquets en la Xarxa	Sí / No
Monstres en les profunditats	Sí / No
Carnívor	Sí / No



Pokamin	Sí / No
Enigma	Sí / No
El rei de la selva	Sí / No

*Tipus: Presa de decisions*  
*Resposta correcta: sí, no, no, no, sí, sí, en aquest ordre*  
*Dificultat: 522 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 52,3%*  
*Espanya 51,3%*  
*OCDE 55,5%*

---

## Pregunta 2

Si triessin anar a veure “Els xiquets en la Xarxa”; quines de les dates següents serien apropiades per a ells?

- A Dilluns, 26 de març
- B Dimecres, 28 de març
- C Divendres, 30 de març
- D Dissabte, 31 de març
- E Diumenge, 1 d'abril

*Tipus: Presa de decisions*  
*Resposta correcta: C*  
*Dificultat: 468 (nivell 1)*

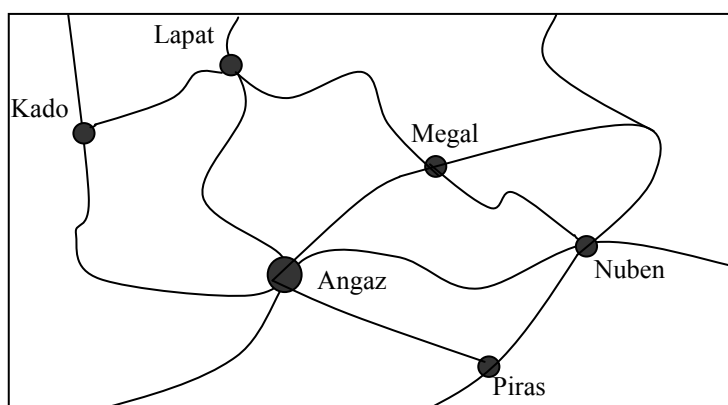
*Encerts: Catalunya 50,3%*  
*Espanya 62,8%*  
*OCDE 68,1%*

## VACANCES

Aquest problema tracta de com organitzar el millor itinerari per a unes vacances.

Les figures 1 i 2 mostren un mapa de l'àrea i les distàncies entre les ciutats.

**Figura 1: Mapa de les carreteres que hi ha entre les ciutats.**



**Figura 2: Distàncies més curtes entre les ciutats expressades en quilòmetres.**

Angaz						
Kado	550					
Lapat	500	300				
Megal	300	850	550			
Nuben	500		1.000	450		
Piras	300	850	800	600	250	
	Angaz	Kado	Lapat	Megal	Nuben	Piras
	z			l	n	

### Pregunta 1

Calcula la distància més curta per carretera entre Nuben i Kado.

Distància: \_\_\_\_\_ quilòmetres

*Tipus: Presa de decisions*  
*Resposta correcta: 1.050 quilòmetres*  
*Dificultat: 570 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 47,0%*  
*Espanya 48,3%*  
*OCDE 45,9%*

---

**Pregunta 2**

La Marta viu a Angaz. Vol visitar Kado i Lapat. No pot recórrer **més de 300 quilòmetres** al dia, però pot escalonar el seu viatge fent nit als càmpings que hi ha entre les diferents ciutats.

La Marta farà **dues nits** a cada ciutat, de manera que pugui passar un dia sencer visitant cada ciutat.

Escriu a la taula següent l'itinerari de la Marta indicant on s'allotjarà cada nit.

<b>Dia</b>	<b>Allotjament nocturn</b>
1	Càmping entre Angaz i Kado.
2	
3	
4	
5	
6	
7	Angaz

*Tipus: Presa de decisions*

*Resposta correcta: Kado, Kado, Lapat, Lapat, Camping.*

*Dificultat: 603 (nivell 3)*

*Encerts: Catalunya 28,1%*

*Espanya 25,09%*

*OCDE 33,5%*

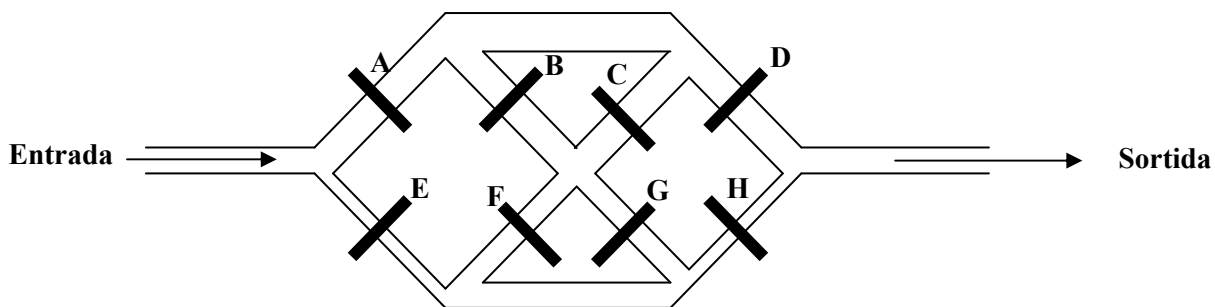
---

**SISTEMA DE REC**

A continuació es presenta un esquema d'un sistema de canals de rec per a zones de regadiu. Les comportes de la A fins la H es poden obrir i tancar per a deixar que l'aigua vagi allà on calgui. Quan una comporta es tanca, l'aigua no pot passar-hi.

El problema que es planteja és trobar una comporta que està encallada i que impedeix que l'aigua corri a través del sistema de canals.

**Figura 1 : Un sistema de canals de rec**



En Miquel s'adona que l'aigua no sempre va on se suposa que ha d'anar.

Pensa que una de les comportes està encallada, de manera que, quan se li envia l'ordre d'obrir-se, no s'obre.

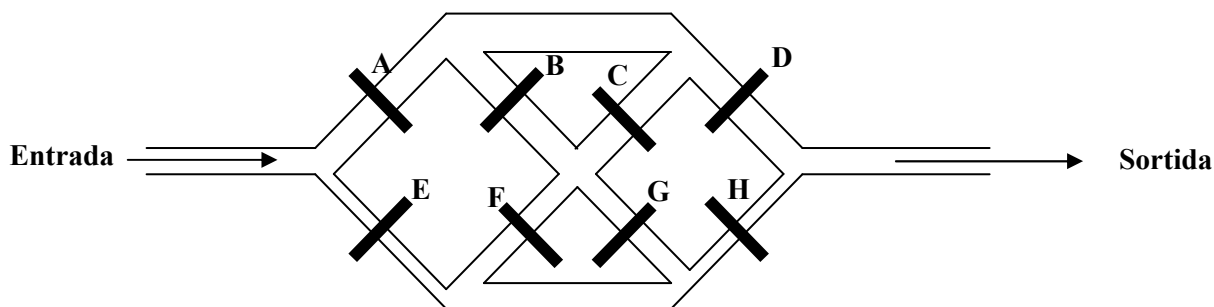
**Pregunta 1**

En Miquel fa servir la configuració d'ordres de la Taula 1 per comprovar les comportes.

**Taula 1: Configuració d'ordres per a les comportes**

A	B	C	D	E	F	G	H
Oberta	Tancada	Oberta	Oberta	Tancada	Oberta	Tancada	Oberta

Amb la configuració d'ordres per a les comportes que es mostra a la Taula 1, dibuixa a la figura que hi ha a continuació tots els camins possibles de corrent de l'aigua. Suposa que totes les comportes funcionen segons la configuració d'ordres anterior.



*Tipus: resolució de problemes*

*Resposta correcta: Cal marcar el camí correcte en el diagrama*

*Dificultat: 497 (nivell 1)*

*Encerts: Catalunya 65,1%*

*Espanya 60,5%*

*OCDE 62,9%*

## Pregunta 2

En Miquel s'adona que quan les comportes reben les ordres segons la configuració d'ordres de la Taula 1 l'aigua no corre, la qual cosa indica que almenys una de les comportes que haurien d'estar "en posició oberta" està encallada i resta tancada.

Decideix per a cadascun dels problemes següents si l'aigua passarà fins a la sortida.

Encercla en cada cas "Si" o "No"

Problema	L'aigua passarà fins a la sortida?
La comporta <b>A</b> està encallada en posició tancada. Totes les altres comportes funcionen bé, segons l'establert a la Taula 1.	Si / No
La comporta <b>D</b> està encallada en posició tancada. Totes les altres comportes funcionen bé, segons l'establert a la Taula 1.	Si / No
La comporta <b>F</b> està encallada en posició tancada. Totes les altres comportes funcionen bé, segons l'establert a la Taula 1.	Si / No

*Tipus: Resolució de problemes*

*Resposta correcta: no, sí, sí, en aquest ordre*

*Dificultat: 544 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 57,8%*

*Espanya 55,7%*

*OCDE 51,3%*

**Pregunta 3**

En Miquel desitja poder examinar si la comporta D està encallada en posició tancada.

Assenyala a la taula següent la configuració d'ordres necessària per a les comportes per verificar si la comporta D està encallada en posició tancada quan està configurada en "posició Oberta".

*Configuració d'ordres per a les comportes  
(escriu per a cadascuna d'elles Oberta o Tancada)*

A	B	C	D	E	F	G	H

*Tipus: Resolució de problemes*

*Respostes correctes: a) H està tancada i totes les altres obertes.*

*b) A i E no estan tancades al mateix temps. D oberta. H només pot estar oberta si no hi arriba aigua, en cas contrari ha d'estar tancada.*

*Dificultat: 532 (nivell 2)*

*Encerts: Catalunya 39,7%*

*Espanya 44,6%*

*OCDE 54,4%*