Segona prova. Part A: prova pràctica

Resolució EDU/17/2020, de 13 de gener, de convocatòria de concurs oposició de per a l'ingrés i accés a la funció pública docent i adquisició de noves especialitats.

Cos: Professors d'ensenyament secundari

Especialitat: Matemàtiques

Indicacions:

– Dels tres casos que es plantegen, només n'heu d'escollir un.

SUPÒSIT 1

Context

Sou docent de dos dels quatre grups d'alumnes de 3r d'ESO d'un institut de Catalunya situat en una població de l'àrea metropolitana de Barcelona. És un centre amb una diversitat gran d'alumnes que recull alumnes provinents, majoritàriament, de 6 escoles diferents de la població. El projecte educatiu del centre estableix que els grups han de ser heterogenis, de manera que en tots ells hi hagi una distribució equivalent pel que fa a nois i noies i nivells competencials assolits en els cursos anteriors. Per tal de poder resoldre problemes on hi hagi dues magnituds relacionades entre sí, teniu previst dedicar diverses sessions a treballar amb els alumnes el mètode de reducció per a la resolució de sistemes de dues equacions lineals amb dues incògnites.

Qüestions prèvies

– 1. Enuncieu el Teorema de Rouché-Fröbenius. Quina relació creieu que pot tenir amb el currículum d'ESO?

– 2. Expliqueu en què consisteix el mètode de Gauss per resoldre un sistema d'equacions i quina relació té amb el mètode de reducció per a la resolució de sistemes d'equacions lineals. Dos dels mètodes de resolució de sistemes d'equacions més utilitzats són el mètode de Gauss i la regla de Cramer. Valoreu en quines condicions és millor l'un que l'altre.

– 3. Considereu el sistema d'equacions lineals següent:

$$\begin{cases} x - y + z = 0 \\ 2x + kz = 1 \\ x + (k+1)y + z = k^2 - 4 \end{cases}$$

en què *k és* un paràmetre real.

(a) Discutiu el sistema per als diferents valors de *k*.
(b) Resoleu el sistema per a *k* = −2.

Elaboració d'una situació d'aprenentatge

– 1. Descriviu detalladament el desenvolupament d'una sessió de resolució de problemes mitjançant l'ús del mètode de reducció per a trobar les solucions d'un sistema d'equacions lineals, amb alumnes de 3r d'ESO, indicant les activitats d'aprenentatge proposades, l'organització i el treball dels alumnes, així com les estratègies per garantir la participació de tot l'alumnat.

– 2. Concreteu els aprenentatges competencials que preveieu que adquireixin els alumnes en aquesta sessió.

– 3. Concreteu elements relacionats amb l'avaluació dels aprenentatges previstos a la sessió

SUPÒSIT 2

Context

Sou docent d'un grup de 30 alumnes de Matemàtiques de 2n d'ESO en un institut que està situat en un barri perifèric d'una gran ciutat. El projecte educatiu del centre estableix que els grups han de ser heterogenis de manera que en tots ells hi hagi una distribució equivalent pel que fa a nois i noies i nivells competencials assolits als cursos anteriors. En el marc de la coordinació del professorat de les matèries STEAM, en la programació de Matemàtiques de 2n d'ESO, heu introduït els conceptes de funció de proporcionalitat directa i inversa perquè des de la matèria de Física i Química es vol treballar el contingut *Magnituds que descriuen moviments: posició, temps, velocitat i acceleració* tot utilitzant la relació del moviment uniforme

$$v = \frac{e}{t}$$

Així, després de dedicar unes sessions a treballar amb els alumnes les funcions de proporcionalitat directa i inversa, tot connectant-les amb situacions reals en què intervinguin les magnituds posició (espai), temps i velocitat, voleu fer una sessió de síntesi en què comparareu les dues funcions, $v = \frac{e}{t}$ i $e = vt$ tractant-les com a funcions de proporcionalitat inversa i directa.

Qüestions prèvies

– 1. Utilitzant la definició de continuïtat d'una funció $f(x)$ en un punt x_0 del seu domini, demostreu que si

$A \subseteq \mathbb{R}$ i

$f(x) : A \to \mathbb{R}$

és contínua en x_0, aleshores també ho és $|f(x)|$; doneu un exemple, justificant-lo, de funció $f(x)$ discontínua tal que $|f(x)|$ sigui una funció contínua.

– 2. Quina relació hi ha entre les asímptotes verticals d'una funció i el límit lateral d'una funció en un punt? Relacioneu aquests dos conceptes amb les funcions de proporcionalitat inversa.

– 3. Considereu la funció

$$f(x) = \frac{1}{x^2 - k}$$

en què $k \in \mathbb{R} - \{0\}$. Per als diferents valors del paràmetre k:

(a) Calculeu el domini i les asímptotes de la funció.

(b) Calculeu els punts amb un màxim o un mínim relatiu.

(c) Podeu definir alguna funció de proporcionalitat inversa que tingui elements geomètrics en comú amb *f*(*x*)?

Elaboració d'una situació d'aprenentatge

– 1. Descriviu detalladament el desenvolupament d'una sessió de síntesi en què comparareu les funcions $v = \frac{e}{t}$ i $e = vt$, tractant-les com a funcions de proporcionalitat inversa i directa, amb alumnes de 2n d'ESO, connectant-les amb situacions reals en què intervinguin les magnituds posició (espai), temps i velocitat, indicant les activitats d'aprenentatge proposades, l'organització i el treball dels alumnes, així com les estratègies per garantir la participació de tot l'alumnat.

– 2. Concreteu els aprenentatges competencials que preveieu que adquireixin els alumnes en aquesta sessió.

– 3. Concreteu elements relacionats amb l'avaluació dels aprenentatges previstos a la sessió.

SUPÒSIT 3

Context

Sou docent d'un grup de 30 alumnes de Matemàtiques de 4t d'ESO en un institut situat en una gran ciutat. És un centre amb una diversitat gran d'alumnes que recull alumnes provinents, majoritàriament, de 4 escoles adscrites. El projecte educatiu del centre estableix que els grups han de ser heterogenis pel que fa a nois i noies i nivells competencials assolits.

Dins del tema de conceptes bàsics de la probabilitat s'ha planificat una sessió dedicada a jocs amb daus, monedes, boles de colors, boles numerades, etc., per tal d'experimentar, sistematitzar la recollida de dades, la seva representació i calcular probabilitats empíriques amb l'ús de mitjans tecnològics, com ara fulls de càlcul, i contrastar aquestes dades amb un enfocament combinatori. Es tracta de contextualitzar els conceptes de probabilitat, l'origen de la teoria de probabilitat i la seva aplicació pràctica en situacions properes.

Qüestions prèvies

– 1. Expliqueu què aporta la teoria de la probabilitat al tractament de l'atzar, tot connectant el càlcul de probabilitats amb la combinatòria.

– 2. Enuncieu i relacioneu el Teorema de la probabilitat total i el Teorema de Bayes. Valoreu en quina situació és útil l'aplicació del Teorema de Bayes, en un context d'un treball de recerca de batxillerat.

– 3. Una bossa B1 conté 3 boles blanques i 2 boles negres. Una altra bossa B2 té 2 boles blanques i 4 boles negres. Es llença una moneda ideal per triar a l'atzar una de les dues bosses i s'extreu una bola. Calculeu la probabilitat:

(a) que l'extracció sigui una bola blanca i de la primera bossa.
(b) que l'extracció sigui una bola blanca.
(c) si l'extracció ha estat una bola negra, que sigui de la bossa B2.

Elaboració d'una situació d'aprenentatge

– 1. Descriviu detalladament el desenvolupament d'una sessió de càlcul de probabilitats, amb alumnes de 4t d'ESO, dedicada a jocs amb daus, monedes, boles de colors, boles numerades, etc., per tal d'experimentar, sistematitzar la recollida de dades, la seva representació i calcular probabilitats empíriques amb l'ús de mitjans tecnològics, com ara fulls de càlcul, i contrastar aquestes dades amb un enfocament combinatori. Indiqueu les activitats d'aprenentatge proposades, l'organització i el treball dels alumnes, així com les estratègies per garantir la participació de tot l'alumnat.

– 2. Concreteu els aprenentatges competencials que preveieu que adquireixin els alumnes en aquesta sessió.

– 3. Concreteu elements relacionats amb l'avaluació dels aprenentatges previstos a la sessió.

SUPÒSIT 1 ALTERNATIU

Context

Sou docent d'un grup de 30 alumnes de Matemàtiques de 4t d'ESO en un institut que és l'únic centre educatiu d'educació secundària situat en una població petita. El projecte educatiu del centre estableix que els grups han de ser heterogenis de manera que en tots ells hi hagi una distribució equivalent pel que fa a nois i noies i nivells competencials assolits als cursos anteriors. En la programació de Matemàtiques de 4t d'ESO heu de continuar amb les equacions de 2n grau, introduïdes a 3r d'ESO, de manera que teniu previst dedicar diverses sessions a treballar amb els alumnes la resolució d'equacions de segon grau per procediments geomètrics, a la manera d'Al-Khwarizmi (780-850).

Qüestions prèvies

– 1. El matemàtic Muhammad ibn Musa al-Khwarizmi (780-850), en el seu tractat d'àlgebra *Kitab al-Mukhtasar fi hisab al-jabr wa'l-muqabala*, entre d'altres qüestions, tracta de resoldre problemes de repartiment d'herències mitjançant equacions lineals i quadràtiques. Tot i que no utilitzava la notació actual sinó només paraules, Al-Khwarizmi també presentava construccions geomètriques per justificar les solucions de les equacions de segon grau. Expliqueu en què consisteix el mètode geomètric de resolució d'equacions de segon grau per procediments geomètrics.

– 2. Al llarg de la Història s'han desenvolupat diferents tècniques per resoldre equacions. El matemàtic Bernard Bolzano (1781-1848) va demostrar el que s'anomena Teorema de Bolzano. Enuncieu-lo i expliqueu com podríeu aplicar-lo per trobar solucions aproximades d'equacions de segon grau.

– 3. Considereu la funció

$$f(x) = x + e^{x} + \arctan(x).$$

Demostreu que l'equació $f(x) = 0$ té una única solució.

Elaboració d'una situació d'aprenentatge

– 1. Descriviu detalladament el desenvolupament d'una sessió de resolució d'equacions de 2n grau per procediments geomètrics, amb alumnes de 4t d'ESO, indicant les activitats d'aprenentatge proposades, l'organització i el treball dels alumnes, així com les estratègies per garantir la participació de tot l'alumnat.

- 2. Concreteu els aprenentatges competencials que preveieu que adquireixin els alumnes en aquesta sessió.
- 3. Concreteu elements relacionats amb l'avaluació dels aprenentatges previstos a la sessió.

SUPÒSIT 2 ALTERNATIU

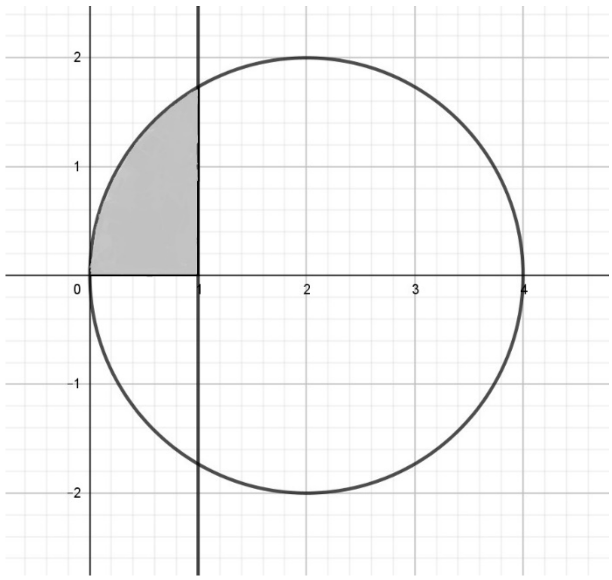
Context

Sou docent d'un grup de 26 alumnes de Matemàtiques de 3r d'ESO en un institut d'una població gran. L'institut està ubicat en un barri perifèric i rep alumnat de 3 centres adscrits, un dels quals és un centre de màxima complexitat. El projecte educatiu del centre estableix que els grups han de ser heterogenis de manera que en tots ells hi hagi una distribució equivalent pel que fa a nois i noies i nivells competencials assolits als cursos anteriors. En una de les 4 hores setmanals de la matèria teniu un professor de reforç a l'aula. En la programació de 3r d'ESO heu recollit el càlcul de longituds i superfícies i teniu prevista una sessió on quedi palesa la diferència entre les magnituds lineals i les quadràtiques.

Qüestions prèvies

– 1. La Regla de Barrow permet calcular superfícies mitjançant integrals definides, tot i que és un mètode que no sempre és factible. Indiqueu, en un context de 2n de batxillerat de la modalitat de Ciències i Tecnologia, en quins casos utilitzaríeu la regla de Barrow i, en el cas en què no sigui factible, quin mètode numèric podríeu utilitzar.

– 2. Calculeu l'àrea de la superfície ombrejada:



– 3. Determineu el volum del paraboloide $z = x^2 + y^2$ entre els plans $z = 0$ i $z = 16$.

Elaboració d'una situació d'aprenentatge

- 1. Descriviu detalladament el desenvolupament d'una sessió amb alumnes de 3r ESO, en què també hi participi el professor de reforç, de manera que hi hagi alguna activitat que obligui els alumnes a resoldre una situació on quedi palesa la diferència entre les magnituds lineals i les quadràtiques. Indiqueu les activitats d'aprenentatge proposades, l'organització i el treball dels alumnes, així com les estratègies per garantir la participació de tot l'alumnat.

- 2. Concreteu els aprenentatges competencials que preveieu que adquireixin els alumnes en aquesta sessió.

- 3. Concreteu elements relacionats amb l'avaluació dels aprenentatges previstos a la sessió.

SUPÒSIT 3 ALTERNATIU

Context

Sou docent d'un grup de 30 alumnes de Matemàtiques de 4t d'ESO en un institut d'una població gran. L'institut està ubicat en un barri perifèric i rep alumnat de 3 centres adscrits. Un dels centres és un centre de màxima complexitat. El projecte educatiu del centre estableix que els grups han de ser heterogenis de manera que en tots ells hi hagi una distribució equivalent pel que fa a nois i noies i nivells competencials assolits als cursos anteriors. Dins del tema de geometria heu planificat una sessió dedicada als punts notables d'un triangle amb la utilització tant de materials manipulatius com d'eines informàtiques.

Qüestions prèvies

– 1. Enumereu els punts notables d'un triangle en un context d'alumnes de 4t d'ESO, així com les seves propietats i justifiqueu-les.

– 2. Donat el triangle *ABC* a R^3 on $A = (0,0,0)$, $B = (0,1,0)$ i $C = (1,1,1)$, calculeu el baricentre, l'ortocentre i el circumcentre. Quina relació hi ha entre aquests tres punts?

– 3. Generalitzeu el resultat de l'apartat anterior a qualsevol triangle de R^2.

Elaboració d'una situació d'aprenentatge

– 1. Descriviu detalladament el desenvolupament d'una sessió de geometria, amb alumnes de 4t d'ESO, dedicada als punts notables d'un triangle amb la utilització tant de materials manipulatius com d'eines informàtiques. Indiqueu les activitats d'aprenentatge proposades, l'organització i el treball dels alumnes, així com les estratègies per garantir la participació de tot l'alumnat.

– 2. Concreteu els aprenentatges competencials que preveieu que adquireixin els alumnes en aquesta sessió.

– 3. Concreteu elements relacionats amb l'avaluació dels aprenentatges previstos a la sessió.