

# EL PENSAMENT CRÍTIC EN ACTIVITATS DE CONTEXT REAL

Memòria de la llicència d'estudis concedida pel Departament d'Educació de  
la Generalitat de Catalunya. Resolució EDU/2276/2008, de 9 de juliol  
(DOGC núm. 5176 18/07/2008)

LLICÈNCIA DE MODALITAT A  
**Anna M. Darnacullea Esteve**  
Curs 2008-2009  
Àrea de Matemàtiques  
IES Ramon Casas i Carbó, Palau-solità i Plegamans

Agraeixo la col·laboració del professorat del Grup EMAC –Educació Matemàtica Crítica–, especialment de Núria Planas, en la realització d'aquest treball. També han estat de gran ajuda els companys del Departament de Matemàtiques de l'IES Ramon Casas i Carbó.

## *Índex*

|                              |     |
|------------------------------|-----|
| Presentació                  | 1   |
| Exemples d'activitats        | 8   |
| * Triem galetes              | 11  |
| * Mengem Lacasitos           | 17  |
| * Escollim teclat            | 23  |
| * Fem una dieta equilibrada  | 29  |
| * Descubrim el Sistema Solar | 36  |
| * Cuidem el medi ambient     | 45  |
| * Comprem xiclets            | 52  |
| * Reduïm el soroll           | 59  |
| * Mirem factures i decimals  | 66  |
| * Enviem missatges           | 73  |
| * Vivim a Catalunya          | 80  |
| * Som rics                   | 87  |
| * Repartim despeses          | 93  |
| * Encaixem carros del súper  | 102 |
| * Juguem al dòmino           | 107 |
| Consideracions finals        | 111 |
| Referències bibliogràfiques  | 114 |

## Presentació

La memòria de llicència d'estudis que presento porta per títol 'El pensament crític en activitats de context real'. El treball està pensat per tal de contribuir a la contribució del següent objectiu establert pel Departament d'Educació: Reduir el fracàs escolar de tots els alumnes en l'adquisició de les competències bàsiques i en la superació de cicles i d'etapa. D'acord amb això, la finalitat és contribuir a millorar l'educació matemàtica des d'una perspectiva que integri els processos d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques a l'aula de secundària amb diversos contextos d'experiència de l'alumnat.

En el disseny i l'avaluació del meu projecte, he parat especial atenció a: 1) processos d'ensenyament i aprenentatge desenvolupats en ambients de resolució de problemes contextualitzats en situacions extramatemàtiques; i 2) processos d'ensenyament i aprenentatge de competències bàsiques de pensament crític (explicar, argumentar, justificar, etc.) associades a ambients de resolució de problemes. D'altra banda, la reflexió sobre aquests processos m'ha portat a elaborar: 3) criteris de selecció, adaptació i creació d'activitats d'aula que contribueixin a promoure la participació matemàtica de TOT l'alumnat, per mitjà del desenvolupament integrat d'entorns de resolució de problemes i de competències de pensament crític.

He elaborat un document final amb exemples d'activitats de pensament crític en base a contextos reals, i recomanacions i pautes per a la seva gestió. La recopilació d'activitats va acompanyada de les corresponents fitxes per al professorat on es proporcionen orientacions per tal de situar-les en el currículum de matemàtiques de l'ESO i relacionar-les amb competències bàsiques. Les fitxes indiquen la durada de l'activitat, el material necessari i una explicació breu dels aspectes tant matemàtics com extramatemàtics validats en experiències d'aula, juntament amb fragments de transcripció on s'il·lustra el treball d'alguna competència i contingut. S'inclouen també reflexions generals sobre avantatges i inconvenients de l'ús de contextos reals a l'aula de matemàtiques.

La pregunta principal de recerca ha estat explorar de quines maneres es poden introduir elements del context real en continguts i metodologies d'aula a l'educació matemàtica de l'etapa de secundària obligatòria. Aquesta pregunta porta a qüestions auxiliars que contribueixen a concretar-ne el sentit i a les que també pretenc donar resposta: a) En què consisteix el desenvolupament del pensament crític a l'aula de matemàtiques de secundària?; b) Quines competències apareixen associades al treball del pensament crític?; c) Quines metodologies i estratègies docents poden ser útils en la integració de continguts de context real i de pensament crític en el desenvolupament del currículum de matemàtiques de secundària obligatòria?

Es tracta de preguntes sobre les quals ja he endegat un procés de reflexió, que requereixen d'un període llarg de temps que he iniciat aquest any amb dedicació exclusiva. He dut a terme un procés de documentació que m'ha permès endegar l'establiment de relacions entre educació matemàtica, context real i pensament

crític, a fi de basar l'elaboració d'orientacions per al professorat i la selecció, adaptació i creació d'activitats d'aula.

Els objectius a assolir responen a la finalitat del treball. Els presento ordenats cronològicament en funció dels passos que he seguit en el desenvolupament de l'estudi i que es van detallar en el projecte de la llicència: 1) Elaborar activitats de matemàtiques (seleccionant i adaptant activitats existents o creant-ne de noves) que facin referència a fets i situacions reals i que serveixen d'introducció o aprofundiment al voltant de continguts curriculars de l'educació secundària obligatòria; 2) Dissenyar metodologies d'aula que afavoreixin una interrelació entre continguts matemàtics curriculars de l'educació secundària obligatòria, competències de pensament crític i referències a fets i situacions reals; 3) Experimentar i avaluar la idoneïtat de les activitats elaborades i de les metodologies d'aula per mitjà de la col·laboració amb els dos grups de professorat de referència (Departament de Matemàtiques de l'IES Ramon Casas i Carbó i Grup EMAC); 4) Revisar aspectes del currículum de matemàtiques de l'ESO en base a resultats sobre metodologies i estratègies validades per a la introducció d'elements del context real a l'aula; 5) Organitzar les activitats i els resultats de les seves implementacions en un document de consulta i ús pel professorat de matemàtiques de secundària.

La motivació pel projecte sorgeix principalment de reflexions sobre la pròpia pràctica professional a l'IES Ramon Casas i Carbó i en el marc del Grup de Recerca 'Educació Matemàtica Crítica' –Grup EMAC–, adscrit a la Universitat Autònoma de Barcelona i finançat per les Fundacions Jaume Bofill (conveni amb l'Associació de Mestres de Rosa Sensat), Propedagògic (conveni amb la UAB). A tots ells, al professorat del meu centre i als meus companys del Grup EMAC, els agraeixo la disponibilitat i el suport.

Considero la font humana com una de les principals fonts de dades, juntament amb la font bibliogràfica. El treball no s'hagués pogut dur a terme sense la col·laboració del professorat del Departament de Matemàtiques de l'IES Ramon Casas i Carbó –d'on he estat Cap de Departament durant 10 anys–, i del grup EMAC que m'han permès portar a terme la fase d'experimentació i validació de les activitats a les seves aules a més de col·laborar en els espais de discussió, reflexió i millora de les activitats que presento.

### *Fonamentació teòrica*

En treballs anteriors de recerca educativa he explorat qüestions sobre resolució de problemes i competències a l'aula de matemàtiques (Figueras, Blázquez, Planas i Darnaculleta, 2007). He argumentat que l'escassa interacció amb coneixements d'àmbits diversos, el pensament fragmentat en disciplines i la manca de contextos significatius per l'alumnat contribueixen a limitar la producció de raonaments de qualitat (Darnaculleta i Planas, 2008, en premsa). Convé oferir activitats de context real per a la resolució de problemes a l'aula de manera que l'aprenentatge matemàtic giri al voltant de contextos d'experiència de l'alumnat (Blázquez, Darnaculleta i altres, 2006; Planas, Darnaculleta i altres, 2008). En

aquest treball, he explorat formes d'incorporar contextos d'experiència en el procés de selecció de continguts i metodologies d'aula.

En l'actual sistema educatiu, la resolució de problemes es considera un nucli fonamental del procés d'ensenyament i aprenentatge de les matemàtiques (Deulofeu, 1999; Vila i Callejo, 2004). Hi ha també un cert consens sobre les dificultats a l'hora de motivar l'alumnat i implicar-lo en tasques de resolució de problemes de matemàtiques, especialment en els casos de grups socialment desafavorits. D'acord amb això, és de gran importància oferir al professorat activitats, metodologies i estratègies d'aula que contribueixin a desenvolupar competències de pensament crític pròpies d'entorns rics de resolució de problemes i que, alhora, promoguin una major implicació de l'alumnat.

Espero que l'elaboració, adaptació i creació d'activitats matemàtiques d'aula, juntament amb la redacció del document amb suggeriments i pautes per al seu desenvolupament, siguin actuacions d'utilitat en la millora de la formació del professorat de matemàtiques. Aquest material està redactat des de la doble perspectiva de proporcionar un banc d'activitats d'aula i de dur a una reflexió sobre les activitats i la seva gestió.

Com a membre del Grup EMAC, formo part d'un equip de recerca, disseny i implementació d'activitats matemàtiques de pensament crític ubicades en contextos reals. La participació en aquest Grup m'ha dut a col·laborar en el procés inicial de documentació sobre qüestions d'educació matemàtica i context. A continuació, incloc algunes de les referències que he considerat per tal de dur a terme el treball.

Font (2007) parla de la importància d'introduir el context real en les situacions matemàtiques d'ensenyament i aprenentatge. Rico (2006) i Rico i Lupiáñez (2008) recullen la importància que se li dona a aquest tema en sistemes internacionals d'avaluació del sistema educatiu –PISA 2003 i 2006, OCDE 2007–, centrats en l'avaluació de competències de l'alumnat per aplicar la matemàtica escolar a contextos extramatemàtics quotidians. Diversos estudis (veure, per exemple, Gutstein, 2006, o bé Skovsmose, 1994) destaquen que alumnes amb un rendiment baix en matemàtiques, quan són avaluats a l'escola mostren un bon desenvolupament en aplicar coneixements matemàtics per resoldre problemes propis de la vida real.

La introducció d'entorns socials que afavoreixin que la persona s'enfronti a un problema "autèntic" –un repte que pot solucionar– porta a la resolució de situacions problema per mitjà de mètodes "fets a mida" o "personals" que poden diferir dels estudiats i apresos a classe. Tot això m'ha dut a reflexionar sobre la transferència de coneixement entre ambients acadèmics i extraescolars. El projecte RME, "Realistic Mathematics Education" (veure, per exemple, Heuvel-Panhuizen, 1996), desenvolupat per l'Institut Freudenthal d'Holanda des de fa més de dues dècades, pretén introduir els problemes contextualitzats en situacions extramatemàtiques en el currículum escolar.

Seguint De Lange (1996), promotor del corrent realista de l'Institut Freudenthal, trobem bàsicament quatre raons per integrar problemes contextualitzats en el currículum:

- (a) faciliten l'aprenentatge de les matemàtiques,
- (b) desenvolupen les competències dels ciutadans,
- (c) desenvolupen les competències associades a la resolució de problemes i
- (d) permeten veure als alumnes la utilitat de les matemàtiques per resoldre tant situacions d'altres àrees com situacions de la vida quotidiana.

Els problemes que se solen posar als alumnes són de “context acadèmic” i de “context simulat”, en terminologia de De Lange, sent aquests últims els que presenten una descripció escrita d'una situació on es poden reconèixer aspectes de la realitat.

Quant als problemes de context simulat i d'acord amb la complexitat necessària per resoldre'ls, podem parlar de processos de modelització o, a l'altre extrem, de problemes d'aplicació de conceptes matemàtics estudiats. També podem classificar-los en funció del moment en què es proposen: *problemes contextualitzats d'aplicació, de consolidació o introductoris*. Els dos primers es proposarien després d'explicar el coneixements matemàtics necessaris per a la seva resolució. Pel que fa als *problemes contextualitzats introductoris* servirien per presentar un tema. En el treball d'Alsina i Planas (2008) es defensa el caràcter inclusiu d'aquest tipus d'activitats donat que promouen la participació matemàtica de l'alumnat i contribueixen al desenvolupament de competències de pensament crític per mitjà de converses a l'aula.

Com he dit a l'inici, la meua hipòtesi de partida té a veure amb la possibilitat d'establir relacions entre educació matemàtica, context real i pensament crític (Alsina i Planas, 2007) i, per tant, amb la pròpia viabilitat d'aquest treball. Fins ara he argumentat l'existència de recerques sobre educació matemàtica i context real i m'he referit a estudis del corrent realista. Són coneguts els materials elaborats per grups de l'Institut Freudhental, com a resultat de la validació d'activitats de matemàtiques amb contextos simulats. En aquest sentit, hi ha literatura prèvia des de la doble perspectiva de la recerca educativa i de l'elaboració de materials d'aula, que he tingut en compte.

No es disposa, però, de recerques en l'àmbit de l'educació matemàtica i del pensament crític, ni tampoc comptem amb materials similars als de l'Institut Freudhental on es pari esment a la promoció de competències de pensament crític en la lectura matemàtica de situacions reals. Aquest fet contrasta amb la rellevància de la temàtica del pensament crític en educació matemàtica a nivell internacional (veure els treballs del Grup Santa Barbara Classroom Discourse, 2001). D'altra banda, existeix una línia d'investigació emergent que ha estat línia prioritària d'investigació dins la Xarxa de Recerca Educativa en Matemàtiques i Ciències –veure Planas, 2006– de la qual formo part, i que tanmateix és encara poc coneguda. La viabilitat, la justificació i la importància de la hipòtesi de partida vénen avalades, doncs, per accions endegades aquests darrers anys. Per aquest motiu, penso que és important oferir un petit banc d'activitats de pensament crític, tot i que s'han de veure com inacabades perquè cal continuar amb el procés de validació, renovació i contextualització.

Tal com estava previst, en aquest treball he estudiat aspectes de fonamentació teòrica per mitjà d'una recerca bibliogràfica. He consultat materials produïts per grups i centres de prestigi en l'àmbit de l'educació matemàtica a nivell local i internacional (CREAMAT, FEEMCAT, National Council of Teachers of Mathematics, CEMELA, Institut Freudhental, Critical Thinking Foundation, etc.), tenint en compte treballs i projectes relacionats amb la temàtica de l'actual estudi. Els llocs web d'aquests grups estan en permanent actualització i, per tant, recomano consultar-los amb regularitat,

### *Contextualització*

Presento algunes experiències dutes a terme en aules de secundària, que formen part d'una proposta d'activitats matemàtiques per a la promoció del pensament crític al voltant de situacions quotidianes, algunes entorn del consum responsable. Es tracta d'activitats que poden contribuir a resoldre en part la clàssica tensió entre el món de l'aula i el món de fora de l'aula.

La meua experiència docent m'ha fet pensar que es pot fer més per portar la vida quotidiana a la classe de matemàtiques i, alhora, apropar la classe de matemàtiques a la vida quotidiana, de manera que l'escola i els seus aprenentatges siguin més autèntics. Aquestes activitats han de motivar als alumnes, però sobretot han d'oferir una nova visió de la pràctica matemàtica a l'escola. També m'agrada pensar que es pot equilibrar una altra tensió mal resolta, la que es produeix com a conseqüència dels conflictes entre ensenyar a persones i ensenyar matèries. El fet que siguem professors de matemàtiques no obliga a deixar de parlar de consum, art, ciència o literatura, sinó que també obliga a parlar de qüestions no sempre ubicades en l'àmbit matemàtic.

Fins el moment, en el meu centre no hem trobat materials docents adequats per al desenvolupament d'un treball de matemàtiques a l'educació secundària obligatòria que integri els continguts curriculars de l'etapa amb les necessitats més generals d'alfabetització matemàtica crítica d'un ciutadà. Si bé hem trobat exemples d'activitats de contextos simulats en llibres de text i d'altres materials escrits on es promouen competències de pensament crític (veure, per exemple, el recull compilat per Gallego, 2005), aquestes activitats vénen acompanyades d'orientacions pedagògiques i didàctiques parcials i, en general, no han estat validades en funció d'un model didàctic basat en el treball de competències i la promoció de condicions del pensament crític.

Quant als projectes de centre, el Pla Estratègic 2006-2009 del meu centre, l'IES Ramon Casas i Carbó, ha tingut com un objectiu estratègic millorar l'aprenentatge de l'alumnat mitjançant l'adequació d'estratègies i fomentant la implicació de les famílies. La descripció que es fa d'aquest objectiu inclou l'elaboració d'estratègies que permetin millorar el rendiment acadèmic i l'assoliment de les competències bàsiques de l'alumnat del centre. Per a la consecució de l'objectiu, el Pla estableix diferents processos o estratègies, entre ells, millorar l'adquisició del càlcul i d'estratègies de resolució de problemes. La principal línia d'actuació prevista ha estat sistematitzar-ne l'aprenentatge dedicant una hora setmanal a la resolució de problemes. Donat



que vull promoure canvis en el context educatiu del meu centre, la col·laboració amb el professorat ha facilitat l'establiment de ponts entre recerca i pràctica educativa. En particular, el contrast de perspectives amb d'altres professors ha servit per validar els passos seguits en l'estudi i, molt especialment, refinar el procés de disseny d'activitats i la interpretació de resultats. D'altra banda, la discussió amb d'altres professors ha enriquit la producció de propostes curriculars, l'anàlisi de situacions d'aula i la divulgació d'informacions rellevants.

### *Diagnosi de la situació actual*

D'acord amb les proves de competències bàsiques en l'àmbit de matemàtiques proposades pel Departament d'Educació, l'alumnat de l'IES Ramon Casas i Carbó està 10 punts per sota de la mitjana de Catalunya quant al nivell d'estratègies de resolució de problemes. Considero que aquesta és una conseqüència del tipus d'activitats que habitualment es plantegen a l'aula. És fonamental endegar accions per tal de millorar els resultats en aquestes proves i sobretot l'aprenentatge. Cal que els estudiants siguin persones matemàticament preparades, és a dir, capaces de fer un ús funcional dels coneixements i les destreses matemàtiques. Algunes de les capacitats que es destaquen són les que desenvolupen les capacitats per analitzar, raonar i comunicar idees de manera efectiva en diferents àrees del coneixement i situacions. En el treball que presento, algunes de les competències en què estic especialment interessada són:

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda. Per exemple, donada una notícia de premsa amb informació quantitativa de tant per cent, lectura en profunditat per captar si en l'expressió hi ha errors o no, etc.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema. Per exemple, amb l'observació de la utilització de recursos diversos en resoldre un problema, representant físicament la situació, fent un esquema adequat, usant correctament el llenguatge numèric, argumentant les decisions preses, etc.
- Integrar els coneixements matemàtics amb els d'altres matèries per comprendre i resoldre situacions. Per exemple, amb l'observació de l'aplicació de continguts matemàtics en la dinàmica pròpia d'altres àrees, especialment les de Ciències i de Tecnologia.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usuals i valorar críticament el resultat de les mesures. Per exemple, comprovar que els alumnes visualitzen les grandàries de les unitats usuals de longitud, superfície, volum, massa, temps, angles i temperatura i que són capaços de fer estimacions raonables.

A moltes aules de matemàtiques, la majoria de problemes són ‘problemes ben definits’ que poden generar situacions d’aprenentatge riques. Per exemple, amb una bona gestió, trobar la quantitat de pintura que caldrà per a pintar l’aula pot donar peu a un ambient de resolució de problemes on els alumnes portin a la pràctica i amb èxit coneixements de mesura i càlcul estimatiu. Les estratègies que es desenvoluparan tindran a veure amb la forma més o menys regular de l’aula, amb les preferències i els coneixements dels alumnes, amb la capacitat dels pots de pintura, etc. Pot ocórrer que els alumnes no estiguin acostumats a calcular quantitats de pintura en una situació real i que, per tant, tinguin dificultats a l’hora d’entendre l’expressió ‘pintar l’aula’ (cal passar dues capes de pintura?, s’han de repassar només les parts en pitjor estat?, s’ha de pintar la paret que té un armari davant?). Amb tot, el problema està ‘ben definit’ i les qüestions dels alumnes s’han de considerar com una preparació de les fases d’aproximació i resolució.

La nostra experiència en els mons físic i social està plena de ‘problemes definits’ que sovint ens veiem obligats a resoldre (quant temps necessitem si volem arribar puntuals a una reunió?, com podem comprovar que en un joc de coberts no en falta cap?, quines llavors són més convenients per a un terreny?). Alhora, també hi ha molts ‘problemes no definits’, no sempre fàcils de copsar i que hem de ser capaços de definir nosaltres. Plantejar i resoldre aquests problemes ens ha de permetre construir una mirada crítica a fenòmens i situacions que condicionen la nostra vida.

Els models existents de resolució de problemes i d’educació matemàtica crítica són molt similars. Tots dos es basen en l’aprenentatge per indagació, però difereixen en la fase d’introducció de la situació problemàtica. Un bon ensenyament de les matemàtiques ha de saber combinar, d’una manera equilibrada, ambdós models.

L’educació matemàtica té el propòsit d’educar per al desenvolupament d’unes determinades habilitats i actituds. Les activitats d’aula, per tant, han de fer referència a processos de pensament matemàtic que facilitin l’aprenentatge i la pràctica d’unes habilitats, però també s’han de referir a contextos socials que plantegin uns certs valors i actituds. El coneixement matemàtic tradicionalment acceptat, basat en l’ús rutinari i la memorització de procediments i algorismes, s’allunya d’una educació matemàtica compromesa amb la construcció d’una ciutadania crítica amb els conflictes i les contradiccions culturals i socials d’una societat cada vegada més canviant i plural. Les matemàtiques escolars han de permetre pensar, argumentar, contra-argumentar, rebatre, qüestionar i problematitzar situacions de la vida quotidiana on s’han usat (o s’haurien d’haver usat) idees i raonaments matemàtics d’una manera flexible i, a més, han de facilitar la inclusió de tots els alumnes en aquest tipus d’aprenentatge.

## **Exemples d'activitats**

El procés de disseny d'activitats és lent perquè obliga a una reflexió sobre el currículum de l'etapa i demana prendre decisions sobre quines són les matemàtiques més adequades en cada moment. Aquest procés requereix l'experimentació a l'aula de les activitats, l'anàlisi de dinàmiques per a la seva gestió i una reflexió posterior individual i col·lectiva sobre les actuacions portades a terme. En aquesta memòria incloc un recull d'activitats validades a aules de secundària amb la corresponent fitxa per al professor i fragments de transcripció d'aula que descriuen moments importants del treball matemàtic. Totes elles s'han dissenyat per promoure el treball de cinc habilitats de pensament crític: 1) la diferenciació d'informació rellevant i irrellevant; 2) el plantejament d'hipòtesis de treball i conjectures; 3) el desenvolupament d'estratègies d'aproximació i resolució; 4) l'argumentació d'estratègies; i 5) la valoració d'alternatives en la interpretació de textos.

A partir d'una selecció d'activitats de context real obtingudes durant la fase de documentació i pensades sobretot en funció de l'alumnat de l'IES Ramon Casas i Carbó i de les aportacions del professorat del mateix centre i del Grup EMAC, he dissenyat un ventall de propostes d'aula, algunes d'elles noves i d'altres adaptades, amb les corresponents metodologies d'aula tenint en compte criteris de qualitat donats per la literatura prèvia i les aportacions dels dos grups de professorat de suport.

S'ha dut a terme una fase d'experimentació per tal d'implementar les activitats adaptades i dissenyades en aules d'ESO dels diferents centres de secundària del professorat de referència amb enregistrament d'àudio per tal d'analitzar i valorar posteriorment i poder aportar transcripcions significatives en el document de referència per al professorat. S'ha fet una valoració, en el marc de les reunions del Grup EMAC així com en el Departament del meu centre, dels èxits i dificultats dels processos d'implementació de les activitats, amb la conseqüent revisió i modificació d'algunes.

Després de l'experimentació s'ha discutit, en el marc de les reunions del Grup EMAC i del meu Departament de Matemàtiques, alguns dels avantatges i inconvenients de l'ús de contextos reals a les aules de l'experimentació. S'han contrastat les dades obtingudes en la fase d'experimentació amb els supòsits de partida i les valoracions pròpies i del grup de professorat de referència. S'han redactat informes parcials per a cadascuna de les activitats validades, amb valoracions sobre les metodologies emprades en la seva implementació, recomanacions i pautes per a la seva gestió.

L'avaluació és una part important del procés de validació de les activitats. L'avaluació ha de suposar una forma de conèixer el funcionament de les activitats en la realitat de l'aula per tal d'afavorir canvis que portin a millores. Des del vessant tècnic, Sanmartí (2008) defineix l'avaluació com un procés de recollida d'informació orientat a emetre judicis de mèrit o de valor respecte de la nostra intervenció educativa.

El procés avaluatiu va associat a processos de presa de decisions. L'acte d'avaluar suposa sempre establir valor, i per aconseguir-ho no n'hi ha prou amb

recollir molta informació avaluativa, sinó que cal interpretar aquesta informació en funció del context, exercir-hi una acció crítica, oferir visions no simplificades de la realitat, i actuar de forma global i comprensiva en àmbits caracteritzats per la seva complexitat.

L'avaluació d'aquestes activitats com un conjunt ha de ser mesurada en un futur segons almenys tres indicadors: grau d'aplicació de les activitats a les aules de secundària obligatòria, qualitat de l'execució i grau d'impacte. Per grau d'aplicació s'ha d'entendre el grau d'implantació o desplegament sistemàtic d'una activitat. Com a metodologia per establir el grau d'aplicació d'una activitat en el currículum de matemàtiques, situo el grau d'aplicació en cinc nivells: sense evidències, alguna evidència, evidències, evidències clares i evidència total. S'entén que l'evidència total correspondria a una implantació sistemàtica en el temps de les activitats al llarg del currículum, mentre que l'evidència anecdòtica correspondria a la no aplicació o l'aplicació esporàdica sense tenir establert el moment adequat en el currículum. La Taula 2 fa referència al grau d'impacte. Per grau d'impacte entenc la utilitat de l'activitat en l'assoliment de les competències bàsiques.

|   |                  |                  |            |                   |                 |
|---|------------------|------------------|------------|-------------------|-----------------|
| Grau d'aplicació / Grau d'impacte       | 0%               | 25%              | 50%        | 75%               | 100%            |
|   | Sense evidències | Alguna evidència | Evidències | Evidències clares | Evidència total |
| Total grau d'aplicació / grau d'impacte |                  |                  |            |                   |                 |

Taula 1. Graus d'aplicació /d'impacte d'un tipus d'activitats en el currículum

Per qualitat de l'execució s'ha d'entendre la percepció d'alumnes i professors sobre la valoració de la feina feta en l'aplicació d'una activitat. Es poden tenir en compte almenys aquests quatre criteris: termini d'execució, utilització de recursos previstos, adequació metodològica i nivell de compliment de les persones implicades.

|                              |                    |                         |                        |                      |
|------------------------------|--------------------|-------------------------|------------------------|----------------------|
| Qualitat de l'execució       | 25%                | 25%                     | 25%                    | 25%                  |
|                              | Termini d'execució | Utilització de recursos | Adequació metodològica | Nivell de compliment |
| Total qualitat de l'execució |                    |                         |                        |                      |

Taula 2. Graus d'execució d'un tipus d'activitats en el currículum

L'evidència total significaria que l'alumne ha assolit bé les competències bàsiques involucrades en el conjunt d'activitats de pensament crític, mentre que sense evidències voldria dir que no s'han assolit. Per mesurar aquest indicador, cal una graella on el professor anoti l'assoliment de cada competència per part dels alumnes.

Durant l'elaboració del treball, s'ha portat a terme una avaluació formativa. Per tal d'obtenir informació sobre els indicadors anteriors, caldrà una avaluació certificadora. L'avaluació formativa ha estat constant en tota la llicència ja que hi ha hagut un procés de treball en grup coordinat per mi. A partir de

l'experimentació a l'aula, l'avaluació dels enregistraments i la constant discussió i reflexió en grup ha conduït a millorar alguns aspectes dels materials adreçats al professorat i l'alumnat. D'altra banda, les activitats realitzades pels alumnes han proporcionat informació vàlida per a l'avaluació.

He utilitzat un conjunt d'instruments en cada activitat per valorar el grau d'aprenentatge i l'assoliment de les competències marcades. Aquests instruments han estat:

- *L'observació directa i sistemàtica* dels alumnes a l'aula m'ha permès valorar actituds com la participació en les activitats, la interacció i el treball en equip, l'actitud davant de la recerca d'informació o el domini de procediments d'argumentació en les exposicions.
- *La presentació final de les activitats*, amb una correcta organització i dins un temps límit, ha permès veure el grau d'assimilació de continguts procedimentals i estratègies, el treball personal de l'alumnat i l'actitud vers la matèria. L'anàlisi d'aquestes tasques ha servit per identificar la situació individual i les necessitats de cada alumne.
- *L'enregistrament de veu* m'ha permès obtenir informació sobre el nivell de les exposicions orals dels alumnes, la utilització de vocabulari matemàtic, així com també entendre les reflexions i deduccions fetes per ells, i el seu grau d'implicació i participació.

### TRIEM GALETES

Hi ha galetes amb formes molt diferents i amb gustos encara més diferents. Els darrers anys ha nascut un nou tipus de galeta: la galeta informàtica. Una galeta informàtica és un fitxer creat per un lloc web que s'emmagatzema al vostre ordinador i que conté certa informació, com ara les vostres preferències sobre aquell web.

ACTIVITAT: Hem anat a comprar i ens hem trobat amb quatre formats diferents d'envasos per a una mateixa marca de galetes. Amb quin envàs us quedaríeu?



Feu quatre grups, un per a cada tipus d'envàs. Cada grup ha d'omplir les dades corresponents al seu envàs de la taula següent. No mengeu galetes fins que s'acabi l'activitat.

| Tipus d'envàs   | Pes net | Preu | Pes galeta | Diàmetre galeta |
|---|---------|------|------------|-----------------|
|  |         |      |            |                 |
|  |         |      |            |                 |
|  |         |      |            |                 |
|  |         |      |            |                 |

Doneu a conèixer les dades del vostre envàs a la resta de grups.

Ara torneu a pensar amb quin envàs us quedaríeu? Per què?

Quina és la galeta més cara? I la més barata? Ajudeu-vos del tiquet.

| CAPRABO - 0257                |               |
|-------------------------------|---------------|
| C/ Palència, 13               |               |
| BARCELONA                     |               |
| CAPRABO, S.A.                 | CIF-A08115032 |
|                               | Eur           |
| AGUA JUNIOR 33CLX6 FONT VELLA | 2,22          |
| RENTAV.QUANTUM 24U CALGONIT   | 7,89          |
| CHIPS AHOYÀ 300G ARTIACH      | 2,15          |
| GAL. CHIPS AHOYÀ 128 ARTIACH  | 1,19          |
| NO TICKET BAL.: 20774 Kg      |               |
| PERNIL CUIT LLAUNA 0,150      | 2,31          |
| LA SELVA                      |               |
| MAGDALENES IOGURT INPANASA    | 1,45          |
| YOGUR DANONE DANONE           | 1,09          |
| MINI CHIPS AHOYÀ 160G ARTIACH | 1,35          |
| JAMONCITO POLLO 1/2 VOLATERIA | 2,90          |
| AIGUA 33CL FONT VELLA         | 0,34          |
| AIGUA 33CL FONT VELLA         | 0,34          |
| MINI CHIPS AHOYÀ 120G ARTIACH | 1,29          |
| LLET MINI ENT.X3 ATO          | 0,96          |
| LLET MINI ENT.X3 ATO          | 0,96          |
| SUBTOTAL                      | 26,44         |
| TOTAL Eur:                    | 26,44         |

Per què creieu que hi ha formats diferents per la mateixa mida de galeta?

Dels quatre formats, quin és més rendible per al fabricant? Per què?

Quines dimensions tindria una galeta de 15 grams similar a les anteriors?

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 1r cicle ESO

### **Material:**

- Un paquet de galetes diferent per cada grup
- Balança (si la demanen)
- Regle
- Calculadora

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Geometria
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteixen els fulls de l'activitat i un envàs de galetes per grup. Es dibuixa la taula de l'activitat a la pissarra de manera que cada grup, a mesura que obté les dades del seu envàs, les hi apunta. Quan la taula és plena, es poden començar a contestar les preguntes. Es deixa temps per a deliberar les respostes entre els membres del grup i al final es fa una posada en comú. Cada grup explica les seves conclusions i el professor fa una reflexió conjunta dels resultats obtinguts. S'hauria d'arribar a la conclusió que per poder saber quina galeta és més econòmica no podem comparar a partir del preu per galeta ja que les mides de les galetes són diferents, sinó que hauríem de comparar el preu per gram.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada, el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.
- Mesurar d'una manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Distingir la informació rellevant de la irrellevant:** Els alumnes han de buscar en l'envàs la informació que necessiten (pes) i rebutjar qualsevol altra. Han d'adonar-se que la mida de les galetes és una informació rellevant per poder comparar el preu. Si comparem el preu d'una galeta 'mini' amb el preu d'una galeta normal, només podem deduir quina galeta és més cara o barata per nosaltres sense considerar la quantitat de galeta que mengem, i no podem deduir quina galeta és més rendible per a l'empresa. És rellevant que la



forma de les galetes no sigui la mateixa, de manera que el diàmetre i el pes de les galetes no són directament proporcionals. També és rellevant una informació absent sobre el cost dels envasos.

- **Plantejar hipòtesis de treball:** Per tal de trobar les dimensions d'una nova galeta de 15 grams s'hauran de plantejar hipòtesis (una galeta igual de gran però més gruixuda, una galeta amb un diàmetre més gran, etc.) i provar-les amb càlculs.
- **Desenvolupar estratègies de resolució:** Els alumnes han de decidir si pesen o no les galetes amb envàs o sense, si les compten o no, què fan amb el preu per deduir quina és la galeta més cara i la més barata per nosaltres i pel fabricant, etc.
- **Valorar alternatives de resolució:** Moltes vegades les alternatives de resolució (per exemple, buscar preu per galeta o buscar preu per gram de galeta) es discuteixen oralment entre els membres del grup i finalment en decideixen una.
- **Argumentar el procés seguit en la resolució:** És bo que en el redactat del problema s'expliquin els passos seguits, raonant perquè s'apliquen i què s'aconsegueix, tenint també en compte les aproximacions inicials que han estat desestimades.

#### **EXPERIÈNCIA D'AULA:**

L'activitat s'ha passat en aules de 1r i 2n curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Pes:** En un grup classe el professor deixa dues balances a l'aula. Tots s'aixequen per pesar les galetes, llevat d'un grup que es creu el pes que marca l'envàs. D'entrada, cap grup obre els paquets de galetes. Primer de tot pesen amb l'envàs. S'adonen que el pes és superior al pes marcat i pregunten si el pes net és sense envàs. Quan han d'escriure el pes de cada galeta, tots els grups menys un, pesen la galeta. El grup que no ho fa divideix el pes net pel número total de galetes. Els grups que pesen la galeta només fan una pesada. El professor demana pensar si totes les galetes pesen igual. En una altra aula no es porta balança i ningú la demana. S'noten els resultats impresos a l'envàs.

**Diàmetre de la galeta:** En mesurar el diàmetre, un grup s'adona que no totes les galetes són iguals, que tenen una forma circular però no és una circumferència perfecta. Surten diferents diàmetres per la mateixa galeta i decideixen agafar la quantitat intermitja (no parlen de promig ni de mitjana). En un altre grup s'incorpora un nou format d'envàs, un paquet de 4 galetes grans amb pes net de 40g. Hi ha dos grups amb el mateix envàs; en apuntar-ho a la pissarra, s'observen diàmetres diferents.

**Selecció de l'envàs:** La majoria de grups contesten que es quedarien amb l'envàs que hi ha més galetes, encara que costi una mica més. En les respostes escrites es justifiquen poc les idees, en canvi en les respostes orals s'expliquen més

raonaments i amb més detallada. Alguns diuen que es quedarien amb l'envàs més ecològic i d'altres amb l'envàs rodó perquè el reutilitzarien. Potser aquesta pregunta es podria fer al començament de la classe, abans de fer l'estudi, i que escrivissin el perquè. Després d'haver calculat i contestat les altres preguntes es podria tornar a plantejar la qüestió i veure si han canviat d'opinió.

**La galeta més cara:** Quan l'activitat demana quina és la galeta més cara, els alumnes no tenen clar si se'ls demana la galeta o la caixa més cara i ho consulten al professor. Un cop aclarit que es demana la galeta més cara i no la caixa, els grups es demanen entre ells el nombre de galetes que hi ha a cada envàs per poder fer bé la comparació. Els costa saber com han de comparar i molts ho fan "a ull". Se'ls demana que siguin més precisos, llavors divideixen el preu pel número de galetes, treuen el preu per galeta i comparen aquestes quantitats. Només un grup verbalitza que es podria comparar preu i pes per trobar el millor preu. A l'aula de primer, els alumnes no calculen tant. Només un grup calcula el preu per galeta, mentre que els altres simplement miren els preus del tiquet.

**Diferència de formats:** Els alumnes justifiquen l'existència de diferents formats de moltes maneres. Per captar l'atenció del comprador, per comoditat i per guanyar més diners són els arguments més usats. Es contesta que les persones comprem segons criteris de conveniència i necessitat. En funció de perquè es vulguin les galetes, interessa un format o un altre. Alguns alumnes diuen que si es fabriquen més formats l'empresa també pot fer més publicitat.

**La nova galeta de 15g:** Alguns grups d'alumnes farien la galeta amb el mateix diàmetre que el format gran però més gruixuda per aprofitar el mateix envàs. Alguns diuen que una galeta així, o és més gran o és més gruixuda, i en qualsevol cas no seria pràctica; per tant, recomanen que no es fabriqui. D'altres fan una proporció: si la galeta de 10 grams té un diàmetre de 5,5 cm, aleshores la de 15 grams ha de tenir un diàmetre de  $5,5 + 2,75 = 8,25$  cm. Un dels grups no sap com faria una nova galeta de quinze grams. En aquest apartat el professor hauria de poder reflexionar sobre la no proporcionalitat entre aquests dos formats de galeta.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 1r ESO il·lustra la discussió al voltant de *La galeta més cara*, i el treball sobre *distinció de la informació rellevant de la irrellevant*.

A1: La galeta més cara és la del paquet petit de quatre galetes i la més barata la de la caixa gran que venen trenta-sis galetes.

P: Perquè dius que és més barat o més car?

A1: Perquè hem calculat el preu d'una galeta, el preu dividint el número de galetes que hi ha i ens ha donat el preu d'una galeta.

P: Però les galetes tenen mides diferents, oi?

A2: Sí.

P: Val.

A3: A la tercera pregunta que demanava per què creiem que fan formats diferents, hem posat que si una persona va a comprar sola i per ella mateixa no comprarà un paquet gran de seixanta-vuit galetes per ella sola.

A4: I a la pregunta de quin format és més rentable pel fabricant hem posat el paquet petit de quatre galetes perquè només per quatre galetes val zero euros i seixanta-cinc cèntims.

P: Clar, és la galeta més cara.

A4: Sí

P: Per tant és la galeta més cara per vosaltres però pel fabricant...

A2: La més econòmica

P: Bé

A2: A la última pregunta que ens preguntava les dimensions que tindria una galeta de quinze grams similar a les anteriors hem posat que tindria uns vuit coma vint-i-cinc centímetres de diàmetre perquè ens donaven el diàmetre d'una galeta de deu grams que era de cinc coma cinc centímetres, hem calculat la meitat de cinc coma cinc que és dos coma setanta-cinc, ho hem sumat i ens ha donat vuit coma vint-i-cinc.

P: Val, gràcies. Anem a consultar un altre grup.

A5: A la primera pregunta que demanava amb quin envàs et quedaries i perquè, hem contestat el segon envàs perquè té el doble de galetes i val dos euros i quinze cèntims i el primer si portés les mateixes galetes valdria dos euros i trenta-vuit cèntims i és millor el primer envàs

P: A quin envàs us referiu?

A5: Al que val dos euros i quinze cèntims.

A6: A la pregunta de quina galeta és més cara, la més cara és el segon envàs i la més barata l'últim envàs.

P: La més cara és la de la caixa gran de galetes grans?

A6: Sí

P: I com ho sabeu que és la més cara?

A6: Perquè ho hem mirat en el tiquet.

A7: Però podríem dir que és el més econòmic .

P: Així és la més cara o no?

A7: Si ho mirem amb els euros és la més cara però si ho mirem per exemple amb els grams no ho seria.

P: Ah! Molt interessant. Aquest paquet té moltes galetes grans i si ho pensem en grams...

A8: No és la més cara.

P: Molt bé.

A8: Perquè creus que fan diferents formats per la mateixa mida de galeta? Perquè si fas una festa per exemple i venen divuit amics no comprarem cinc paquets de quatre galetes sinó que comprarem el de divuit, per això en fabriquen més.

## MENGEM LACASITOS

*Sabies que si poséssim en fila els deu milions de xocolates Lacasitos que es fabriquen diàriament donarien més d'una volta a la Terra?*

ACTIVITAT: Agafeu cada grup un tub de Lacasitos. Obriu-lo i no mengeu fins que s'hagi acabat l'activitat. Trobeu la millor manera d'organitzar els vostres Lacasitos damunt la taula. Escriviu què observeu del contingut del tub.



Compteu els Lacasitos d'un tub i digueu quina fracció del total representa cada color:

| <i>Color</i> | <i>Quantitat</i> | <i>Fracció</i> |
|--------------|------------------|----------------|
| Verd         |                  |                |
| Taronja      |                  |                |
| Blau         |                  |                |
| Groc         |                  |                |
| Vermell      |                  |                |
| Marró        |                  |                |
| Blanc        |                  |                |
| <i>Total</i> |                  |                |

Volem col·locar els Lacasitos damunt la taula formant un cercle. Calculeu el radi del cercle que heu de dibuixar sobre un paper per poder col·locar-los pel voltant sense que en falti ni en sobri cap. Expliqueu el procés seguit.

Un cop dibuixat el cercle, col·loqueu els Lacasitos agrupats per colors. El cercle complet representa el 100%. Llavors:

Mig cercle representa el \_\_\_\_\_ %

Un quart de cercle representa el \_\_\_\_\_ %

Mirant el cercle de Lacasitos feu una estimació del percentatge de cada color:

Verd:

Taronja:

Blau:

Groc:

Vermell:

Marró:

Blanc:

Sabríeu calcular el percentatge exacte de Lacasitos de cada color? Feu càlculs aritmètics i expliqueu com ho heu fet:

Verd:

Taronja:

Blau:

Groc:

Vermell:

Marró:

Blanc:

Poseu en comú els resultats dels diferents grups per als tubs estudiats.

| <i>Nom del grup</i> | <i>% Lacasitos verds</i> | <i>% Lacasitos taronja</i> | <i>% Lacasitos blaus</i> | <i>% Lacasitos grocs</i> | <i>% Lacasitos vermells</i> | <i>% Lacasitos marrons</i> | <i>% Lacasitos blancs</i> |
|---------------------|--------------------------|----------------------------|--------------------------|--------------------------|-----------------------------|----------------------------|---------------------------|
|                     |                          |                            |                          |                          |                             |                            |                           |
|                     |                          |                            |                          |                          |                             |                            |                           |
|                     |                          |                            |                          |                          |                             |                            |                           |
|                     |                          |                            |                          |                          |                             |                            |                           |
|                     |                          |                            |                          |                          |                             |                            |                           |

Anem a treure conclusions generals a partir de la taula anterior:

Com podem determinar el promig de Lacasitos de cada color que hi ha als tubs? Parleu-ne amb els companys de grup i després amb els altres grups. S'anomena d'alguna manera aquest terme?

A partir d'aquests càlculs podem treure alguna conclusió?

## **FITXA PEL PROFESSORAT**

**Ubicació recomanada:** 1r cicle ESO

### **Material:**

- Tubs de Lacasitos
- Full de paper
- Regle
- Compàs
- Calculadora

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Geometria
- Tractament de la informació
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteixen els fulls de l'activitat i un pot de Lacasitos per grup. Es dibuixa la taula de percentatges a la pissarra de manera que quan els grups arriben a aquesta qüestió apunten les dades a la pissarra i a partir d'elles se'ls demana que obtinguin conclusions generals. És interessant al final posar en comú les metodologies (càlcul del radi, estimació i càlcul exacte de percentatges pels colors, representació numèrica de fraccions, càlcul de promig de quantitats, etc.) que han utilitzat per fer l'activitat.

### **Competències:**

- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.
- Usar els mètodes elementals de càlcul de distàncies, perímetres, superfícies i volums... en situacions que ho requereixin.
- Interpretar i presentar informació a partir de l'ús de taules, gràfics i paràmetres estadístics i valorar la seva utilitat en la societat.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Interpretar la informació de l'enunciat:** Els alumnes que s'han llegit tota l'activitat abans de respondre a la primera pregunta, saben reconèixer la importància de tenir agrupats els Lacasitos per colors; aquests alumnes tenen una estratègia d'aproximació molt més centrada en les demandes de l'activitat des del primer moment ja que han entès els objectius. Per contra, els alumnes que llegeixen només l'inici fora del context general, descobreixen els objectius més tard i tenen dificultats per comprendre la primera pregunta.
- **Desenvolupar estratègies de resolució:** En el càlcul del radi del cercle desenvoluparan diferents estratègies més o menys eficaces, per exemple, a partir del càlcul de la longitud de la circumferència o per assaig error. A l'hora de fer l'estimació poden dividir la circumferència en quatre parts i adonar-se que cinc Lacasitos aproximadament ocupen una quarta part; a partir d'aquí poden deduir que un Lacasito s'aproxima al 5%. A l'hora de calcular el percentatge exacte de Lacasitos de cada color, poden utilitzar regles de tres, equivalències de fraccions o reduir a la unitat i multiplicar per 100.
- **Valorar alternatives de resolució:** Hi ha grups d'alumnes que per mitjà del mètode d'assaig i error obtenen successius resultats aproximats pel radi i van comprovant si sobren o falten Lacasitos. En la posada en comú, aquests alumnes comproven que hi ha d'altres estratègies de resolució més ràpides basades en l'ús de la fórmula per la longitud de la circumferència on el radi es troba directament després d'haver mesurat la longitud de la fila de Lacasitos, o bé després d'haver calculat el diàmetre d'un Lacasito i haver-lo multiplicat per la quantitat total.
- **Argumentar el procés seguit en la resolució:** En diferents moments de l'activitat, es demana als alumnes que expliquin per escrit els passos seguits i que en justifiquen la conveniència; aquesta demanda va acompanyada d'una discussió amb el grup petit i d'una exposició oral en gran grup, que complementen les formes d'argumentació.

#### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 2n curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Organització dels Lacasitos:** La majoria de grups compten els Lacasitos i els agrupen per colors fent pilons i fileres col·locades de més a menys quantitat formant una piràmide. Un grup els posa en una sola fila col·locats aleatòriament (probablement perquè no s'han llegit les preguntes que inclouen la variable color) i un altre agrupats per colors.

**Càlcul del radi:** La majoria de grups col·loquen els Lacasitos en forma de circumferència, mesuren el diàmetre del cercle imperfecte i divideixen entre dos per trobar el radi. Posteriorment dibuixen el cercle en el paper i comproven si hi caben tots els Lacasitos o han de fer alguna rectificació. D'altres, quan han fet el cercle imperfecte agafen el compàs, busquen a ull el centre i amb el

mètode d'assaig-error acaben dibuixant el cercle. Bastants grups mesuren el diàmetre d'un Lacasito i el multipliquen per la quantitat total. Així troben la longitud de la circumferència; llavors divideixen per dos i després per  $\pi$ . Un d'aquests grups només divideix per dos i diu que ha obtingut el diàmetre; en aquest cas el professor reflexiona sobre el significat del diàmetre i el significat de dividir entre dos la longitud de la circumferència. Alguns alumnes demanen consultar el llibre perquè no recorden la fórmula de la longitud de la circumferència. Pocs grups col·loquen els Lacasitos en filera, mesuren la longitud de la filera, veuen que coincideix amb la longitud de la circumferència i divideixen per  $2\pi$ .

**Estimació:** La gran majoria d'alumnes no entenen el terme "estimació" i de seguida es posen a calcular. Un cop aclarit el terme, uns grups divideixen la circumferència en quatre parts i, quan un color ocupa una d'aquestes parts, li atorguen el 25%; dedueixen el percentatge dels altres colors fent la comparació amb el primer i raonen que l'últim color fa referència al percentatge que falta per arribar a 100. Molts grups s'adonen que quatre Lacasitos no arriben a una quarta part del cercle i ho aproximen al 20%; a partir d'aquí, dedueixen que cada Lacasito representa un 5% i així poden calcular cada color en funció de la quantitat total.

**Càlcul de percentatges:** La majoria d'alumnes utilitzen una regla de tres. Alguns però no saben com fer-ho i barregen els càlculs anteriors de la longitud de la circumferència amb els càlculs de percentatges. D'altres grups s'adonen que els càlculs exactes coincideixen amb l'estimació feta i això els sorprèn.

**Conclusions generals:** En la redacció de conclusions que es demana al final de l'activitat, molts alumnes entenen que per treure conclusions generals s'han de sumar els resultats obtinguts de cada color i dividir entre el número de grups. La majoria sap que aquest terme s'anomena mitjana. Un cop es veuen els resultats de les mitjanes de cada color, i constaten que els colors més abundants són el blanc i el verd i els més escassos el vermell, taronja i blau, alguns ho atribueixen al preu del colorant i d'altres argumenten que no hi ha cap motiu ja que segurament els Lacasitos es posen en el tub aleatòriament.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal correspon a una aula de 2n d'ESO i mostra la discussió sobre el *càlcul del radi* i el treball sobre *desenvolupament d'estratègies de resolució*.

P: Un portaveu del grup explicarà com ha fet l'activitat

A1: Explico com ho hem fet nosaltres. Nosaltres per saber el radi hem agafat la longitud que ens feien tots els Lacasitos que ens donava vint-i-nou centímetres i després la longitud l'hem dividit entre el número pi.

P: Com ho heu fet per saber la longitud de tots els Lacasitos?

A1: Hem agafat tots els Lacasitos en filera

P: Ah! Els heu posat en filera i els heu mesurat?

A2: Sí



P: I aquesta mesura és el mateix que ...

A1: Que la longitud de la circumferència. Llavors ho hem dividit entre el número pi i ens ha donat nou coma vint-i-tres que és el diàmetre i després dividit entre dos ens ha donat el radi.

P: Molt bé, algú més ho ha fet així? No. Expliqueu-me alguna altra manera de fer-ho. Vosaltres de quina manera ho heu fet?

A3: Els hem posat en cercle junts, hem mesurat el diàmetre i dividint entre dos hem trobat el radi.

P: Heu fet el cercle aproximat sobre la taula, però no és exacte oi?

A3: No però és aproximat.

P: En aquest grup com ho heu fet?

A4: Nosaltres hem mesurat el diàmetre d'un Lacasito, ens donava un centímetre i mig i hem multiplicat per vint Lacasitos que teníem i ens donava trenta de longitud, llavors ho hem dividit entre pi i ens donava el diàmetre i ho hem dividit entre dos i tenim el radi.

P: Val, de fet és molt similar al procediment del primer grup que ha mesurat la filera de Lacasitos. I vosaltres com ho heu fet?

A5: Nosaltres hem mesurat el diàmetre d'un Lacasito que és u i mig, hem multiplicat pel número de Lacasitos i hem dividit per sis coma vint-i-vuit que és dos per pi, i ens ha donat quatre coma dos.

P: Val, aquest procediment és molt semblant al tercer grup. I vosaltres?

A6: Nosaltres els hem posat en cercle i hem mesurat.

P: Però és exacte aquest valor?

A6: Sí

A7: No, no és exacte però més o menys.

P: Val, i en aquesta qüestió que us demana una estimació dels Lacasitos de cada color, què heu fet?

A7: Ho estem calculant

P: Però fixeu-vos que hi ha dues preguntes, en una us demana una estimació i en l'altra us demana que calculeu el tant per cent exacte.

Què esteu fent doncs, ara?

A6: El càlcul exacte

P: I com ho feu?

A6: Amb una regla de tres

P: Molt bé. I l'estimació com la podríeu fer?

A8: A ull.

A7: A veure, jo faria quatre coma sis entre vint.

A8: No, que hem de fer una estimació! Més o menys jo crec que els blancs són un vint-i-cinc per cent.

A7: No, no, mira, mira, ja està, ja està!! Dividim la circumferència en quatre parts, vint-i-cinc per cent cada una.

P: Molt bé.

A8: Els blancs és una mica més d'una part, pot ser un trenta per cent.

A7: Sí, sí.

A6: Sí.

P: A veure, si feu el càlcul exacte, què us dona?

A8: Doncs dona trenta.

## ESCOLLIM TECLAT

*Ara fa 20 anys de l'aparició del primer telèfon mòbil, que pesava quasi 1Kg, oferia una duració de menys de mitja hora de bateria i costava ni més ni menys que 3.995 dòlars, és a dir uns 2.712 euros.*

### 1a sessió

ACTIVITAT: Hem comprat un mòbil d'última generació i quan ens posem a escriure un missatge, ens deixa escollir dos teclats diferents:



*Teclat 1 (T1)*

*Teclat 2 (T2)*

Quin ordre s'ha seguit en la col·locació de lletres en el teclat 1? I en el teclat 2?

Discuteix en grup quin teclat usaríeu per escriure missatges. Per què?

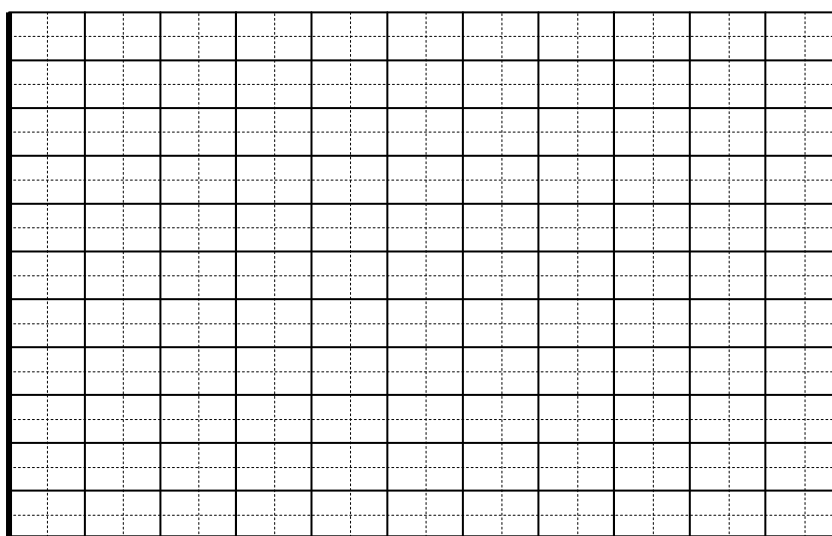
Avui podeu fer servir el mòbil a l'aula per buscar quines són les lletres que apareixen més en els quatre darrers missatges que heu enviat. Ompliu la taula següent amb les lletres que us van apareixent i amplieu, si us cal, el nombre de files.

En quin teclat és més ràpid escriure les lletres més utilitzades? Per què?

| Lletra | Freqüència | Nº tics T1 | Nº tics T2 |
|--------|------------|------------|------------|
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |
|        |            |            |            |

**2a sessió**

Representeu parells de punts (freqüència, nombre de tics) del teclat 1 i després feu el mateix pel teclat 2 en la mateixa quadrícula.



Quina distribució tenen els punts representats? En quines zones s'agrupen? Què deu voler dir una distribució d'aquest tipus? A partir del gràfic, traieu conclusions sobre la relació entre la freqüència de les lletres i el nombre de tics.

Com sortiria el gràfic de punts si el teclat estigués pensat per a què les lletres més habituals fossin les que s'escriessin amb menys tics? Dibuixeu-lo i després dissenyeu un teclat personalitzat per a escriure amb rapidesa els vostres missatges. Argumenteu totes les decisions.

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 2n cicle ESO

### **Material:**

- Mòbil
- Calculadora

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Tractament de la informació
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteixen els fulls de l'activitat i cada grup analitza la distribució de lletres en els dos teclats presentats. Se'ls demana que triïn un teclat i argumentin la seva decisió. Després amb els seus mòbils han de fer un petit estudi estadístic sobre les lletres més utilitzades i el nombre de tics que cal fer per escriure-les en els teclats presentats. Caldrà que analitzin una mostra d'uns quatre missatges enviats (un missatge de cada membre del grup o tots d'un mateix alumne si només hi ha un mòbil). Un cop han acabat de contestar l'última pregunta de la primera sessió es torna a fer una posada en comú per analitzar els resultats de la taula i veure si han canviat o no d'opinió respecte els teclats. A la segona sessió es fa la representació gràfica dels punts, es dibuixa a la pissarra i es fa la reflexió sobre la distribució dels punts en el gràfic i es dedueixen relacions entre les variables freqüència de les lletres i nombre de tics. Els alumnes han de deduir la forma que hauria de tenir el gràfic per optimitzar la rapidesa a l'hora d'escriure missatges i han de dissenyar un teclat d'acord amb el gràfic.

### **Competències:**

- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Presentar, d'una manera clara, ordenada i argumentada, el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre el problema (representació en un mateix gràfic dels punts dels dos teclats)
- Interpretar i presentar informació a partir de l'ús de taules, gràfics i paràmetres estadístics i valorar la seva utilitat en la societat.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Desenvolupar estratègies de resolució:** Primer de tot els alumnes han de buscar la manera més eficaç de fer el recompte de lletres en els missatges; si no adopten una bona estratègia, l'activitat pot ser molt feixuga. Més endavant hauran de decidir com s'organitzen per a representar els punts dels diferents teclats en el mateix gràfic i per a deduir si hi ha alguna relació estadística forta entre les variables estudiades.

- **Argumentar el procés seguit en la resolució:** Es demanen dos tipus d'argumentació, la primera de tipus qualitatiu referida a la selecció d'un dels teclats i la segona de tipus quantitatiu basada en els càlculs introduïts a la taula. En el darrer tipus d'argumentació, cal que expliquin quins càlculs han fet i de quina manera els resultats els han conduït a prendre una decisió.
- **Crear un model òptim:** A banda de l'estudi fet amb dos tipus de teclats, se'ls demana dissenyar un teclat personalitzat que respongui a la rapidesa d'escriure els seus propis missatges. Han de recordar quines són les lletres més utilitzades en els seus darrers missatges enviats. També han de prendre decisions sobre el número de tecles que volen; en aquest sentit, han de decidir si construeixen un teclat amb peces grans més còmodes de prémer, o bé un teclat amb peces més petites de manera que hi surtin més lletres assignades amb un primer tic.
- **Representar un model en forma de dibuix:** Un cop fet l'estudi de creació del seu propi teclat, han de plasmar en un dibuix entenedor, atractiu i sobretot concordant amb els resultats numèrics obtinguts. Aquí, es pot valorar l'ús i l'explicitació d'una escala adequada en la representació sobre paper d'un teclat, mantenint-se la mateixa distància entre tecles i la grandària, tant del mòbil com de les tecles, de manera que el dibuix pugui ser pensat com un model realitzable a la classe de tecnologia.

#### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 3r i 4t curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Col·locació de lletres en els teclats:** La majoria de grups s'adonen que el teclat 1 segueix l'ordre de col·locació de les lletres d'un teclat d'ordinador (QWERTY), mentre que el teclat 2 segueix l'ordre alfabètic, és a dir l'ordre habitual en la majoria de mòbils. Un grup no reconeix el teclat d'ordinador i pensa que la col·locació de les lletres pot respondre a la freqüència d'utilització de les lletres i que probablement en una tecla s'hauran agrupat lletres molt utilitzades amb d'altres poc utilitzades.

**Tria de teclat:** La gran majoria d'alumnes trien el teclat amb ordre alfabètic perquè és el que estan acostumats a utilitzar; argumenten que ja tenen memoritzat el lloc de les lletres i que els costaria adaptar-se a un nou teclat, encara que fos el d'un ordinador. Alguns proven d'escriure el seu nom en els dos teclats per comprovar en quin els és més o menys fàcil. D'altres diuen que el teclat d'ordinador també l'han memoritzat però de diferent manera, tenint en compte la posició dels dits de les dues mans.

**Recompte de lletres més utilitzades:** Comencen escrivint a la taula donada les lletres del primer missatge enviat i, si els cal, afegeixen files per a què hi surtin totes les lletres usades. Després d'haver mirat els quatre missatges, a tots els grups els surten gairebé totes les lletres de l'alfabet. Per tal de fer el comptatge, uns alumnes van posant palets en el requadre corresponent de la taula; d'altres es reparteixen la feina: tres alumnes miren quantes lletres d'un tipus hi ha en tres missatges i el quart alumne apunta els números a la taula;

d'altres apunten directament la suma de les tres quantitats relatives a la freqüència d'aparició en cada missatge de la lletra estudiada. El professor ajuda als grups amb dificultats per organitzar-se en el compteig de les lletres explicant que poden usar palets i agrupar-los de cinc en cinc.

**Teclat més ràpid:** Tots coincideixen que el teclat més ràpid és el teclat d'ordinador perquè les lletres s'escriuen amb un màxim de dues polzades (tics). Havent constatat aquest fet, alguns grups diuen que sí canviarien al teclat d'ordinador, però els altres no ho farien. Els alumnes que no volen canviar expliquen que haurien de memoritzar la nova ubicació de les lletres, que l'estalvi de temps no és gaire gran perquè els missatges de mòbil són curts, que alguns mòbils ja donen un llistat de paraules que comencen per les lletres començades a escriure i per tant calen menys tics, que en el primer teclat hi ha més tecles, són més petites i no va tant bé, etc. Els alumnes que sí canviarien la selecció inicial expliquen que el primer teclat és més ràpid, que no els costaria adaptar-se a la nova col·locació de lletres i guanyarien temps, que ja coneixen aquesta disposició de lletres perquè tenen memoritzat el teclat d'ordinador, que si surten innovacions al mercat no es volen quedar enrere, etc.

**Disseny d'un nou teclat:** Els alumnes que estan a favor de dissenyar un teclat personalitzat són pocs. Els que no estan a favor de dissenyar un nou teclat argumenten que actualment es tendeix a unificar-ho tot, la moneda, el sistema mètric, i que també cal un sistema internacional pel teclat dels mòbils. També expliquen que no seria útil un teclat personalitzat perquè si un dia un amic els deixés el mòbil costaria trobar les lletres. Alguns alumnes opten per un teclat amb tot l'alfabetari on només caldria un tic per cada lletra. Els pocs casos de teclats, amb ordre no alfabètic i amb més d'una lletra per tecla, surten de copiar el disseny del mòbil de l'alumne canviant les lletres per tal que surtin les més freqüents en el primer lloc.

**Representació gràfica:** Molts alumnes s'adonen que la majoria de punts del teclat 1 (freqüència i tics) es concentren prop de l'eix d'abscisses; això vol dir que les lletres s'escriuen amb pocs tics. Els punts del teclat 2 també segueixen l'eix d'abscisses però en una ordenada més alta i, per tant, les lletres s'escriuen amb més tics. També veuen que hi ha bastants punts coincidents (la mateixa lletra s'escriu amb els mateixos tics en els dos teclats). Constaten que el teclat és més ràpid. Tanmateix la distribució de punts no té una forma lineal decreixent (a més freqüència, menys tics), de manera que no hi ha una clara relació estadística entre freqüència de les lletres i número de tics. D'aquí dedueixen que els teclats no estan pensats amb la intenció de representar les lletres més habituals en els missatges escrits en un cert idioma.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 3r d'ESO il·lustra la discussió al voltant del *teclat més ràpid* i el treball sobre l'*argumentació del procés seguit en la resolució*.

P: Després d'haver analitzat quines són les lletres més utilitzades i el nombre de tics, què opineu?

A1: Ens ha sortit que la lletra que utilitzem més és la “a” i hem pensat que és més fàcil en el teclat dos perquè el número de tics per aquesta lletra és el mateix en els dos teclats però creiem que triaríem el teclat dos perquè ja hi estem acostumats i perquè hem de canviar si el número de tics és el mateix. Després la “n” i la “t” exactament igual i llavors la “e” hem posat que seria millor el teclat 1 perquè hauríem de fer menys tics.

P: Per la “e” triaríeu el teclat u?

A1: Sí

P: I per les altres el teclat dos?

A1: Sí.

P: Però heu de triar-ne un de teclat! Quin dels dos?

A1: Per majoria triaríem el dos

P: L'alfabètic?

A1: Sí.

P: D'acord, i vosaltres?

A2: Nosaltres veiem que la lletra més utilitzada és la “a” vint-i-sis cops, després la “i” amb quinze i després la “o” amb tretze. La “a” ens els dos teclats es fa amb un tic, la “i” en el primer teclat es fa amb dos i en el segon amb tres i la “o” en el primer teclat u tic i en el segon tres tics, per tant per escriure aquestes lletres el millor teclat és el primer ja que s'han d'utilitzar més tics però al que estem acostumats nosaltres és el dos que ens va molt millor.

P: Així, us costaria canviar?

A2: Sí

P: Vinga, seguim

A3: Nosaltres la lletra que ens ha sortit amb més freqüència és la “a” i la “s” amb deu i nou cops, llavors hem posat que el teclat u és més fàcil perquè amb menys tics podem escriure les lletres i en canvi el dos al estar estructurat alfabèticament ens resulta molt més fàcil memoritzar les lletres, així que no hem triat un únic teclat.

P: O sigui, com a conclusió podríem dir que malgrat el teclat u té avantatges, vosaltres optaríeu per continuar amb l'alfabètic, oi?

A: Sí

P: El Gerard diu que no, perquè no Gerard?

A3: Perquè jo estic més acostumat a escriure amb ordinador.

P: Però amb el mòbil fas servir només un dit.

A3: Sí però també pots escriure amb dos.

P: Així tu prefereixes el teclat u?

A3: Sí, ara mateix he estat fent proves amb paraules i em va millor el teclat u.

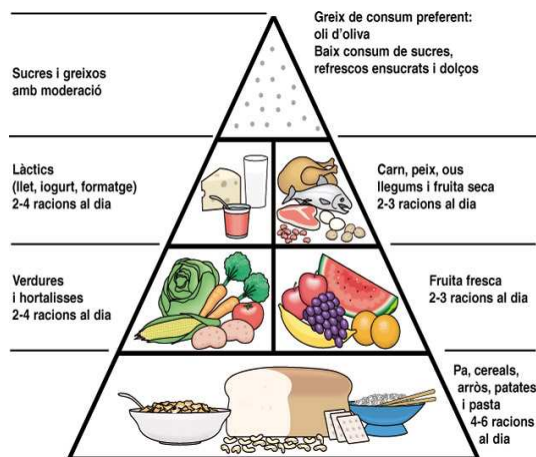
P: És a dir, aquí hi ha una immensa majoria que “com que ja m'ho conec, perquè molestar-me ara a aprendre un altre teclat”, però en canvi el Gerard diu: “no es tracta d'això sinó d'estalviar feina “ i a més ja coneix el teclat d'ordinador. És bo el raonament i també els altres. Aquí no sé qui és més gandul si el que vol fer menys tics o els que no volen memoritzar un altre teclat. Joan tu què hi dius?

A1: Que en el teclat u hi ha una fila més de lletres i per tant les tecles són més petites i jo crec que costaria més trobar la lletra.

## FEM UNA DIETA EQUILIBRADA

Les necessitats energètiques diàries d'una persona s'estimen a partir d'una fórmula matemàtica. En el cas d'un escolar respon a un càlcul que depèn de quantitats fixes de kilocalories i dels anys:  $1200 \text{ Kcal} + (100 \text{ Kcal} \times \text{anys d'edat})$ .

ACTIVITAT: Consultant una plana web sobre alimentació hem trobat aquesta piràmide alimentària. Recorda que una **ració** és la quantitat habitual d'aliment que es consumeix en un plat i que la **piràmide dels aliments** és una representació gràfica de les racions diàries recomanades per a cada grup d'aliments.



Anem a comprovar si el menú de novembre d'una escola és equilibrat. A primera vista, què en penseu?

| Dilluns   | Dimarts  | Dimecres  | Dijous  | Divendres  |
|---|--|---|---|--|
| 3<br>Espaguetis bolognesa<br>Truita de formatge amb enciam<br>Fruita variada                      | 4<br>Menestra tricolor bullida<br>Pit de pollastre arrebossat<br>Iogurt                                | 5<br>Llenties guisades<br>Filet de lluç al forn amb verdures<br>Fruita variada                | 6<br>Sopa de caldo amb verdures i pasta<br>Hamburguesa de vedella amb patates<br>Fruita variada | 7<br>Arròs a la milanesa<br>Calamars a la romana amb amanida verda<br>Fruita variada                   |
| 10<br>Mongetes verdes i patates bullides<br>Bastonets de lluç amb enciam i blat de moro<br>Iogurt | 11<br>Arròs blanc amb tomàquet<br>Truita francesa amb enciam i pastanaga<br>Fruita variada             | 12<br>Espirals a la carbonara<br>Llom a la planxa amb enciam i olives<br>Fruita variada       | 13<br>Puré de patates gratinat<br>Mandonguilles de vedella amb verdura<br>Fruita variada        | 14<br>Sopa de caldo amb cigronets<br>Cuixes de pollastre rostides amb verdura<br>Fruita variada        |
| 17<br>Macarrons a la italiana<br>Calamars a la romana amb amanida verda<br>Fruita variada         | 18<br>Pèsols i patates saltats amb bacó<br>Hamburguesa vedella amb enciam i tomàquet<br>Fruita variada | 19<br>Arròs blanc amb tomàquet<br>Cap de llom rostit amb verdures i patates<br>Fruita variada | 20<br>Llenties guisades<br>Truita de patates amb enciam i pastanaga<br>Fruita variada           | 21<br>Sopa de caldo amb verdures i galets<br>Pizza amb sofregit de carn i tomàquet<br>Flam i taronjada |
| 24<br>Patates, mongetes i pastanagues bullides<br>Salsitxes amb tomàquet<br>Iogurt                | 25<br>Espirals amb tomàquet sofregit i ceba<br>Porcions de lluç amb enciam i olives<br>Fruita variada  | 26<br>Mongetes guisades<br>Truita de pernil dolç amb amanida verda<br>Fruita variada          | 27<br>Sopa de caldo amb verdures i pasta<br>Pollastre rostit al forn amb xips<br>Fruita variada | 28<br>Crema de carbassó<br>Arròs paella<br>Fruita variada  |

Feu quatre grups, un per a cada setmana del mes. Per començar, tots els grups analitzareu alguns continguts de la piràmide alimentària. Quina fracció de la piràmide representa cada grup d'aliments?



|                       | Pa,cereals<br>arròs,<br>patates | Fruita | Verdura | Làctics | Carn,peix,<br>ous, llegums | Dolços,<br>greixos |
|-----------------------|---------------------------------|--------|---------|---------|----------------------------|--------------------|
| Fracció<br>recomanada |                                 |        |         |         |                            |                    |

Ajudant-vos de les equivalències del quadre adjunt, ompliu la taula que teniu a continuació amb el número de racions que inclou el menú. Organitzeu-vos de manera que cada grup s'encarregui només d'una setmana i demani la informació de les setmanes restants als altres grups.

**Equivalències entre els diferents tipus d'aliments**

**UNA RACIÓ EQUIVAL A...**

**Feculents**  
 3-4 llesques petites de pa (40-60 g)  
 4 biscotes  
 1 plat d'arròs o pasta (50-60 g cru / 150-200 g cuit)  
 6 cullerades soperes de cereals (30 g)  
 1 plat de pèsols (150-200 g)  
 1 plat de llegums (60-80 g cru / 150-200 g cuit)  
 6-8 galletes maria (30-40 g)

**Fruites**  
 1 peça petita/mitjana de fruita (150-200 g)  
 5-6 maduixots  
 1 plàtan  
 1 got de suc de fruita natural  
 1 tall de meló, síndria o pinya

**Olis i fruita seca**  
 1 cullerada sopera d'oli (10 ml)  
 20 g de fruita seca (ametlles, avellanes, nous...)

**Verdures**  
 1 tomàquet, pastanaga, carxofa...  
 1/2 pebrot, albergínia, carbassó...  
 12-15 mongetes tendres  
 125 g bledes o espinacs

**Làctics**  
 1 got de llet  
 2 iogurts  
 1 tall de formatge semicurat (40 g)  
 80-100 g de formatge fresc

**Carn, peix, ous**  
 1 tall de carn (vedella, bou...) de 60-80 g  
 o 1/4 de pollastre, conill...  
 1 rodanxa de peix de 75-100 g  
 1 ou  
 2 talls prims de pernil (50 g)  
 1 plat de llegums

**Aigua**  
 1 got ple d'aigua (200 ml)

|               | Pa,cereals<br>arròs,patates | Fruita | Verdura | Làctics | Carn,peix,<br>ous, llegums | Dolços,<br>greixos |  |
|---------------|-----------------------------|--------|---------|---------|----------------------------|--------------------|--|
| 1a<br>setmana |                             |        |         |         |                            |                    |  |
| 2a<br>setmana |                             |        |         |         |                            |                    |  |
| 3a<br>setmana |                             |        |         |         |                            |                    |  |
| 4a<br>setmana |                             |        |         |         |                            |                    |  |
| Total         |                             |        |         |         |                            |                    |  |

El menú és només de dinars i no hi ha dissabtes ni diumenges. Tot i així, anem a suposar que té sentit respectar les recomanacions de la piràmide alimentària. Quantes racions s'haurien de prendre en el menú escolar de cada grup d'aliments durant el mes de novembre?

|                        | Pa,cereals<br>arròs,<br>patates | Fruita | Verdura | Làctics | Carn,peix,<br>ous, llegums | Dolços,<br>greixos |
|------------------------|---------------------------------|--------|---------|---------|----------------------------|--------------------|
| Racions<br>Recomanades |                                 |        |         |         |                            |                    |

Compara les racions recomanades segons la piràmide alimentària amb les racions que prenen aquests alumnes:

|                        | Pa, cereals<br>arròs, patates | Fruita | Verdura | Làctics | Carn, peix,<br>ous, llegums | Dolços,<br>greixos |
|------------------------|-------------------------------|--------|---------|---------|-----------------------------|--------------------|
| Racions<br>recomanades |                               |        |         |         |                             |                    |
| Racions del<br>menú    |                               |        |         |         |                             |                    |

Hi ha algun grup d'aliments que no compleixi les racions recomanades? Eren esperables els resultats obtinguts? Creus que pot haver-hi algun motiu?

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 1r cicle d'ESO

### Material:

- Full de l'activitat

### Blocs de continguts:

- Nombres i càlcul
- Tractament de la informació
- Resolució de problemes

### Dinàmica de treball:

Es distribueixen els alumnes en quatre grups. Cada grup analitzarà una setmana del menú escolar. Es reparteix el full de l'activitat i es demana que analitzin i responguin les qüestions de manera consensuada amb els membres del grup. Primer s'analitza la piràmide alimentària, s'opina a priori sobre si el menú donat és o no equilibrat. A continuació es fa el recompte de racions de cada grup alimentari del menú, es calculen les racions recomanades i es comparen amb les racions reals del menú. Finalment es consensuen conclusions sobre la conveniència del menú i es fa una posada en comú.

### Competències:

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Distingir la informació rellevant de la irrellevant:** Els alumnes han de ser capaços, amb la informació del menú i la taula d'equivalències, de comptabilitzar bé la quantitat de racions de cada tipus d'aliment i adonar-se que hi ha unes racions absents (el pa d'acompanyament al menú) que fan variar substancialment el resultat i les conclusions de l'activitat. El tema del pa és un exemple d'informació rellevant que no s'inclou a l'enunciat de l'activitat i que el context real de referència valida la seva introducció.
- **Llegir de manera comprensiva l'enunciat:** Un punt important en la lectura inicial de l'enunciat és l'explicació que la piràmide dels aliments és una recomanació de racions diària. Si es para atenció a aquest adjectiu els alumnes podran entendre la manca de racions del grup de làctics en aquest àpat i en conseqüència la necessitat en altres àpats del dia.

- **Manejar les inexactituds en els càlculs:** En buscar la quantitat de racions que haurien de prendre de cada tipus d'aliment, els alumnes decideixen calcular-ho de diferents maneres i per tant es pot arribar a resultats diferents. És a partir d'aquests resultats i l'explicació de com s'hi ha arribat que es poden discutir les possibles inexactituds i aproximacions realitzades, així com valorar la conveniència d'un mètode de resolució més adient.
- **Argumentar el procés seguit en la resolució:** Convé que en el redactat del problema i en l'exposició oral s'expliquin els passos seguits, raonant perquè s'apliquen, què s'aconsegueix i quines conclusions se n'extreuen. En aquest problema és molt important argumentar que la piràmide alimentària és una recomanació diària i per tant no es pot complir al peu de la lletra en només un àpat.
- **Integrar els coneixements matemàtics amb els d'altres matèries:** És interessant l'anàlisi científic i en concret matemàtic d'aspectes relacionats amb la vida diària i en especial en l'alimentació per tal de tenir cura de la salut individual i comunitària així com de la prevenció de malalties en general.

#### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 1r curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Dieta equilibrada:** Inicialment, només llegint el menú escolar la majoria d'alumnes opinen que el menú escolar segueix una dieta equilibrada ja que hi ha molta varietat d'aliments. Només un grup diu que el menú és poc equilibrat perquè conté molta carn i pasta. La opinió general és que equilibrat vol dir que hi ha d'haver una mica de tot.

**Fracció recomanada:** Els costa omplir la taula on es demana la fracció recomanada per la piràmide de cada grup d'aliments. No entenen què se'ls demana ni com han de començar. Necessiten l'ajuda del professor. Se'ls indica que mirin la quantitat total de racions que recomana la piràmide diàriament i que després mirin quantes d'aquestes corresponen a cada grup alimentari.

**Racions del menú:** La gran majoria d'alumnes saben a quin grup pertany cada aliment. Només un parell d'alumnes han tingut confusions: posar les patates o les llenties en el grup de les verdures. A l'hora de fer el recompte de racions tenen alguns problemes: la sopa es compta com una ració de pasta només o també com una ració de verdures? L'enciam que acompanya el segon plat es compta com una ració de verdura? El bacó del saltat de pèsols compta com una ració o mitja? Cada grup ha pres les seves decisions i per tant no surt el mateix número total de racions a tots els grups. Aquesta part els porta bastant temps. L'oli de les amanides normalment els passa per alt i en canvi és una aportació important de greixos a tenir en compte.

**Racions recomanades:** Es pretenia que a partir de la fracció recomanada per la piràmide, i amb el total de racions del menú trobessin les racions recomanades de cada grup alimentari. Ens trobem però, que no saben com calcular-ho i no ho relacionen amb el càlcul anterior de la fracció recomanada. Un grup pren la iniciativa i decideix comptar-ho de la manera següent: La piràmide alimentària recomana 5 racions diàries del primer grup alimentari (feculents) ho multipliquen per 30 dies d'un mes i el resultat el divideixen per 5 àpats diaris (esmorzar, esmorzar de mig matí, dinar, berenar i sopar). Els altres grups necessiten que el professor els doni la indicació de mirar la taula amb la fracció recomanada. Un cop tenen la fracció recomanada i el total de racions del menú, han de ser capaços de calcular la fracció d'un número. En aquesta aula costa especialment perquè encara no havien estudiat les fraccions, però sí recorden una mica els conceptes estudiats a 6è de primària.

**Conclusions:** Després de comparar les racions recomanades amb les racions del menú tots coincideixen que els grups alimentaris amb dèficit de racions són els feculents i els làctics amb molta diferència. Dos grups han pensat que els menjars escolars van acompanyats de pa i que si es comptabilitzés com a mitja ració diària aquest grup d'aliments aconseguiria les racions recomanades per la piràmide. D'altres pensen que és normal que surti deficitari perquè durant el dia es menja pa per esmorzar i per dinar i llavors ja es complirien les recomanacions de la piràmide. Els làctics són els més desafavorits en el menú segons els càlculs. Els motius que en donen són diversos: els responsables de fer el menú no els posen perquè no agraden massa als nens, els productes làctics tenen una data de caducitat curta i cal més control, els làctics es prenen més per esmorzar i no tant per dinar. D'altra banda, els grups que han comptat com a ració de verdura l'enciam que acompanya alguns plats, els surten més racions de verdura del que es recomana. En el grup de carn-peix-ous també surten més racions de les recomanades.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 1r d'ESO il·lustra la discussió al voltant de *racions recomanades* i el treball sobre la *distinció la informació rellevant de la irrellevant*.

P: Com heu calculat les racions recomanades?

A1: Hem agafat les noranta-vuit racions del menú, les hem multiplicat per cinc racions recomanades en la piràmide de pa-pasta i ho hem dividit per setze.

P: Aquest cinc partit per setze és la fracció recomanada per la piràmide de pa-pasta-arròs?

A1: Sí.

P: I què us ha sortit?

A1: Trenta. Que haurien de menjar trenta racions d'aquest grup.

P: I ho heu comparat amb les racions del menú?

A1: Sí, i surt que en mengen menys. De fruita en mengen igual, de verdures més, de làctics en mengen poc, de carn i peix igual i de greixos i dolços més.

P: Així els grups d'aliments amb menys racions de les recomanades quins són?

A1: Làctics i pa-pasta-arròs.

P: Hi trobeu algun motiu?

Silenci

P: Algun grup ha calculat les racions recomanades d'una altra manera?

A2: Nosaltres hem multiplicat les cinc racions recomanades per la piràmide del primer grup d'aliments per trenta dies del mes i ho hem dividit per cinc àpats que fem al dia.

P: cinc àpats? Esmorzar, dinar, berenar i sopar...

A2: Nosaltres esmorzen també a mig matí.

P: D'acord, però no mengem la mateixa quantitat per esmorzar que per dinar.

A2: Ja.

P: I us heu fixat que en el menú escolar hi ha vint dies i no trenta?

A2: Sí.

P: Tot i això, us ha sortit com els altres grups?

A2: Sí, però el menú no diu si mengen pa o no.

A6: No diu si porta racions de pa.

P: Ah! Bona pensada. Algú s'ha quedat a menjar al menjador escolar?

A: Sí

P: Va acompanyat de pa el menú escolar?

A: Sí.

P: Doncs encara que aquest menú no ho posi haurem de comptar alguna ració de pa. Què heu comptabilitzat vosaltres?

A2: Mitja ració diària.

P: Heu mirat què seria una ració de pa?

A2: Sí, tres quatre llesques.

P: Val.

A6: I de làctics pensem que per esmorzar a casa ja prenen llet.

P: Clar, les racions recomanades per la piràmide són per un dia, oi?

A4: Sí.

P: Així no cal menjar les racions recomanades de làctics per dinar?

A2: No.

A3: Nosaltres veiem que hi ha grups d'aliments que falten racions però d'altres que en sobren.

P: Com per exemple?

A3: La verdura. Hi hauria d'haver setze racions de verdura i en surten vint-i-dos.

P: Caram, quina diferència!

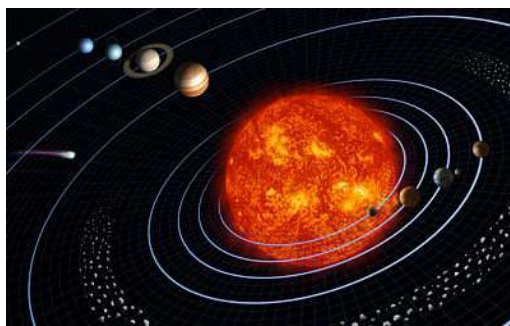
A3: Hem pensat que la piràmide no és només per dinar, també és pel matí i la nit i així es compliran les recomanacions.

P: Molt bé.

## DESCOBRIM EL SISTEMA SOLAR

*Kepler, a inicis del segle XVI, va descobrir que la massa del Sol feia que els planetes més propers orbitessin més ràpid. Així per exemple, Mercuri, que és el planeta més pròxim al Sol, hi dóna la volta només en 88 dies mentre que Neptú i Plutó –aquest últim ara considerat un ‘planeta nan’– tarden 100 anys.*

ACTIVITAT: En aquesta activitat dibuixarem el Sistema Solar a escala.



Hem trobat la següent informació:

| <i>Planeta</i> | <i>Diàmetre<br/>(milles)</i> | <i>Distància al Sol<br/>(milions de milles)</i> |
|----------------|------------------------------|---|
| Mercuri        | 3031                         | 36  |
| Venus          | 7520                         | 67  |
| Terra          | 8000                         | 93  |
| Mart           | 4220                         | 142   |
| Júpiter        | 88840                        | 484   |
| Saturn         | 74900                        | 888   |
| Urà            | 31760                        | 1764  |
| Neptú          | 30775                        | 2791  |

Cada grup s'ha de responsabilitzar d'un planeta. Sabent que 1 milla equival a 1609,344 metres, calculeu el diàmetre del vostre planeta i la seva distància al Sol. Quan calgui, useu la notació científica.

| <i>Planeta</i> | <i>Diàmetre<br/>(metres)</i> | <i>Distància al Sol<br/>(metres)</i> |
|----------------|------------------------------|--------------------------------------|
| Mercuri        |                              |                                      |
| Venus          |                              |                                      |
| Terra          |                              |                                      |
| Mart           |                              |                                      |
| Júpiter        |                              |                                      |
| Saturn         |                              |                                      |
| Urà            |                              |                                      |
| Neptú          |                              |                                      |

Dibuixeu el vostre planeta a escala en una cartolina. Assegureu-vos que tots useu la mateixa escala. Expliqueu què heu fet per a trobar l'escala adient.

| <i>Escales</i> |                      |
|----------------|----------------------|
| <i>Planeta</i> | <i>Diàmetre (cm)</i> |
| Mercuri        |                      |
| Venus          |                      |
| Terra          |                      |
| Mart           |                      |
| Júpiter        |                      |
| Saturn         |                      |
| Urà            |                      |
| Neptú          |                      |

Retalleu el vostre planeta per tal de dibuixar el nostre Sistema Solar.



Decidiu en quin lloc de l'aula voleu penjar la representació lineal del Sistema Solar, preneu les mides necessàries i calculeu la distància del vostre planeta al Sol.

| <i>Escala</i>  |                              |
|----------------|------------------------------|
| <i>Planeta</i> | <i>Distància al Sol (cm)</i> |
| Mercuri        |                              |
| Venus          |                              |
| Terra          |                              |
| Mart           |                              |
| Júpiter        |                              |
| Saturn         |                              |
| Urà            |                              |
| Neptú          |                              |

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 2n cicle d'ESO

### Material:

- Calculadora
- 1 cartolina
- Regle
- Compàs
- Paper d'embalar (opcional)
- Tisores
- Colors

### Blocs de continguts:

- Nombres i càlcul
- Mesura
- Geometria
- Resolució de problemes

### Dinàmica de treball:

Per la seva extensió, l'activitat s'organitza en dues sessions. A la primera, s'agrupen els alumnes en grups heterogenis de 3 o 4 alumnes i es reparteixen els fulls de l'activitat. Es comença a treballar fent conversions d'unitats i usant notació científica. El professor escriu la taula a la pissarra i demana els resultats a cada grup per tal d'assegurar que tothom té bé els càlculs i la notació científica. Cada grup s'encarrega de dibuixar a escala un o dos planetes (es reparteixen els 8 planetes entre el número de grups d'alumnes; els grups que facin només un planeta s'encarreguen de dibuixar els més grans). Abans de dibuixar s'han de posar d'acord en l'escala per a què el planeta més gran càpiga en una cartolina; una escala possible seria 1:300.000.000, és a dir 1 cm equival a 3000 Km. També en aquesta sessió es consensua una escala per la distància del Sol als planetes; una escala podria ser 1: 2.000.000.000.000, és a dir  $1:2 \cdot 10^{12}$ , així la distància al planeta més llunyà, Neptú, seria de 2,24 metres; per tant si dibuixem el Sol en un extrem necessitaríem uns dos metres i mig de paper d'embalar. A la segona sessió es construeix un model de Sistema Solar a escala. Es reparteix una cartolina gran a cada grup. A la cartolina es dibuixa i retalla cada planeta, que es pot pintar amb un color representatiu. Un cop acabat això, entre tots es talla el paper d'embalar, es dibuixa una línia per a col·locar-hi el Sol i els vuit Planetes a escala.

### Competències:

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.

- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.
- Mesurar de manera directa les magnituds fonamentals, usant aparells adequats i les unitats adients en cada situació.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usuals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.
- Usar els mètodes elementals de càlcul de distàncies, perímetres, superfícies i volums... en situacions que ho requereixin.
- Emprar el coneixement de les formes i relacions geomètriques per descriure situacions quotidianes que ho requereixen.
- Utilitzar sistemes convencionals de representació espacial per obtenir o comunicar informació relativa a l'espai físic.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

**Identificar i analitzar fenòmens del món físic:** Aquest problema contribueix a valorar les matemàtiques en relació a fenòmens històrics –amb la recent exclusió de Plutó de la categoria de planeta per motiu de la seva grandària– com des del punt de vista de la ciència –amb la ubicació espacial relativa del nostre planeta respecte d'altres llocs del Sistema Solar–.

**Comprendre el significat dels diferents tipus de nombres:** És una activitat on cal treballar amb quantitats grans i per tant potenciem la comprensió de l'escriptura en notació científica i la necessitat de les aproximacions numèriques raonables. Amb la representació també s'aconsegueix una millor comprensió de les quantitats com mesures de distància. D'altra banda, es prenen decisions sobre unitats i escales apropiades. Aquestes decisions s'han d'acompanyar d'argumentacions i càlculs que les avalin.

**Seleccionar l'ús de l'eina més adequada:** Per obtenir, tractar, calcular i presentar informació de distàncies espacials convé treballar amb la calculadora de manera comprensiva. És una estratègia de càlcul necessària per a la eficiència en el treball i la manipulació de xifres grans.

**Reconèixer la importància de la mesura:** Tant en la vida quotidiana com en el desenvolupament de la ciència apareix la necessitat d'obtenir mesures de manera directa o indirecta. Convé també constatar que diferents cultures utilitzen diferents unitats de mesura –milles, quilòmetres, etc.– i hem d'entendre i saber treballar la relació entre elles per moure'ns en el món.

**Validar a partir d'una representació:** A partir de les dades i els càlculs, és important saber representar amb les eines de dibuix adequades per tal de poder reconèixer, descriure i entendre el món físic que ens envolta. És en el moment de la representació quan podem adonar-nos d'una errada passada

per alt, en el càlcul de l'escala per exemple. En aquest problema una petita errada de càlcul pot significar una superposició o una ordenació no real dels planetes a la representació a escala. El fet de buscar l'errada fa comprendre més bé els càlculs.

### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 3r curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Conversió d'unitats:** Amb la informació donada per l'enunciat (1 milla = 1609,344 metres) tots els grups saben fer el pas de milles a metres. Tots utilitzen la calculadora científica excepte un grup que multiplica manualment perquè no en tenen. El professor els deixa una calculadora i els explica que en aquesta activitat calen molts càlculs i la calculadora és una bona ajuda. La dificultat la troben en el moment d'escriure en el paper el número amb exponent que surt a la pantalla. El professor recorda que en un tema anterior van estudiar la notació científica i ara és el moment de posar a la pràctica coneixements apresos.

**Notació científica:** La majoria d'alumnes recorden la notació científica, sembla ser que la proximitat del tema fa que ho tinguin present. Per indicació del professor i per a què no hi hagi malentesos passen a notació científica tant el diàmetre dels planetes com la distància dels planetes al Sol. A l'hora d'escriure els resultats a la pissarra s'observa que hi ha errors en l'arrodoniment al passar a notació científica i cal arreglar alguns càlculs. És interessant fer-ho a la pissarra i que tothom s'adoni del problema.

**Comparació de dades:** En el moment que tenim la taula omplerta en notació científica, el professor fa algunes preguntes per tal d'exercitar la comparació entre xifres escrites en notació científica i també per provocar algunes reflexions: quin és el planeta més gran? quin el segueix? l'ordre dels planetes a la taula segueix algun criteri? quin és el planeta més llunyà?

**Escala per als planetes:** Molts alumnes tenen dificultats a l'hora de començar aquesta activitat. Pensen que serà molt complicat. El professor escriu una escala qualsevol a la pissarra, els demana el significat i recorda que el planeta més gran ha de cabre en una cartolina. Alguns alumnes comencen a fer una regla de tres en veu alta. La professora els demana que surtin a la pissarra i l'escriguin. En aquest moment sorgeix un altre problema donat que hi ha diferents unitats i, a més, caldrà fer un canvi a centímetres:

$$\text{Si } 50\text{cm} \rightarrow 1,43 \cdot 10^8 \text{ m} = 1,43 \cdot 10^{10} \text{ cm}$$

$$1\text{cm} \rightarrow ?$$

Troben entre tots que l'escala és: 1 : 286.000.000

Un problema bastant comú entre els alumnes a l'hora de treballar amb quantitats grans és la confusió entre el punt dels milers que utilitzem en el nostre país i el punt de la calculadora que seria la nostra coma. Això fa que hi

hagi errors. S'aprofita per comentar que el símbol de la coma es representa de forma diferent segons el país.

**Càlcul del diàmetre dels planetes en centímetres:** Cada grup es responsabilitza de calcular el diàmetre dels seu planeta en centímetres per poder-lo dibuixar a la cartolina. Un grup classe no fa bé els càlculs i a l'hora de col·locar els planetes a la paret es troba amb el problema que alguns planetes es superposen. Per tant és interessant posar la taula de diàmetres a la pissarra i comprovar que la diferència entre les distàncies de cada planeta al Sol sigui més gran que la suma dels seus radis abans de col·locar-ho a la paret. Amb aquest càlcul, la majoria d'alumnes es sorprenen de quant petit és Mercuri i també la Terra en comparació a Júpiter.

**Escala per la distància dels planetes al Sol:** Primer de tot decideixen a quina paret de l'aula penjaran el Sistema Solar i fan una aproximació fent passes de la longitud de la paret. Ara amb l'experiència del càlcul d'escala anterior ja no els costa tant entendre com trobar l'escala i directament fan una regla de tres amb la distància del planeta més llunyà, que és Neptú:

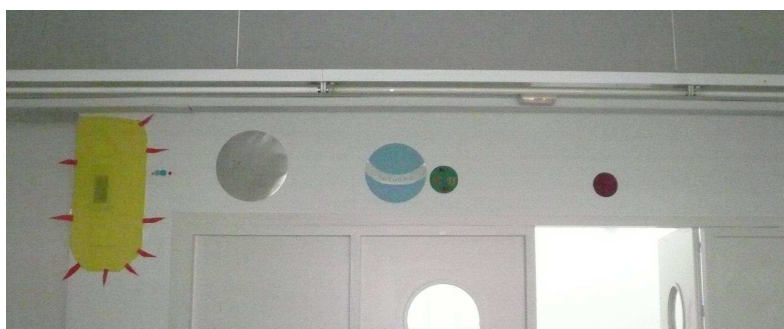
$$\text{Si } 4\text{m} \rightarrow 4,49 \cdot 10^{12} \text{ m}$$

$$1 \rightarrow ?$$

Un grup divideix, li surt  $1,12 \cdot 10^{12}$  i arrodoneix a  $1,10 \cdot 10^{12}$ .

Prenen l'escala  $1 : 1,10 \cdot 10^{12}$  i calculen les distàncies de cada planeta al Sol. El grup que ha calculat malament pren l'escala  $1 : 1,80 \cdot 10^{12}$  i s'adona en la col·locació que alguns planetes es superposen.

**Representació i reflexió final:** Són curioses algunes observacions d'altres persones (professors, conserges, alumnes) quan veuen la representació ja acabada. Aquestes observacions donen peu a reflexions i constatacions de coneixement importants. Alguns d'ells diuen: tan a prop està la Terra de Venus? O bé, Mercuri és molt petit i està molt a prop del Sol. D'altra banda, el fet que el Sol no estigui representat amb la mateixa escala que els planetes, porta a algunes confusions quan es compara amb Júpiter, pensant-se que el Sol és el doble de gran que aquest planeta.



## TRANSCRIPCIÓ D'AULA:

El següent fragment literal d'una aula de 3r d'ESO il·lustra la discussió sobre *l'escala per als planetes* i la *comprensió del significat dels diferents tipus de nombres*.

P: Quina forma té el planeta?

A2: Rodó, un cercle. Mirant el diàmetre...

P: Bé, així el diàmetre no pot passar de....

A2: De la mesura de la cartolina.

P: De quina? La llargada o l'amplada?

A4: L'amplada.

P: I quan mesura?

A4: No sé, mirem-ho. Cinquanta centímetres.

P: Llavors...

A5: Fem una regla de tres.

P: Molt bé. Ho pots explicar Adrià?

A6: Si un centímetre del mapa.... es que no sé.

P: El pots ajudar Marc?

A7: Volem posar la realitat a una cartolina i per tant tenim que passar-ho a una mesura més petita perquè hi càpiga a la cartolina.

P: I quin diàmetre agafem?

A7: el més gran, Júpiter.

P: Per què?

A8: Perquè no ens podem passar de la cartolina.

P: Fem els càlculs.

P: Què us ha sortit?

A4: Dos-cents vuitanta-sis milions.

P: Ha sortit que un centímetre de la cartolina equivalen a dos-cents vuitanta-sis milions de centímetres a la realitat. Ara doncs, anem a veure amb aquesta escala quin seria el diàmetre de la Terra. El grup de la Terra, va.

A5: La Terra fa dotze milions vuit-cents setanta-cinc mil de diàmetre.

P: Són metres o centímetres?

A5: Metres.

P: I què volem metres o centímetres?

A5: Centímetres.

P: Què hem de fer?

A5: Afegir dos zeros.

P: Bé, ara cada grup que calculi amb l'escala que hem trobar la mesura en centímetres el diàmetre dels seus dos planetes.

...

P: Ara busquem l'escala per representar la distància dels planetes al Sol. Si abans hem agafat el planeta més gran, ara quin agafem?

A6: El més lluny.

P: I la paret on ho voleu penjar, quan mesura?

A2: Quatre metres.

P: Així, Neptú, que està a quatre coma quaranta-nou per deu elevat a dotze metres del Sol, al mural ha de fer quatre metres. Doncs, com trobem l'escala?

A8: Multiplicant i dividint.

P: El què multipliquem?

A8: La distància real per u.

P: Bé, multipliquem quatre coma quaranta-nou per deu elevat a dotze per ...


A8: Per u i després dividim per quatre.


## CUIDEM EL MEDI AMBIENT



*El físic de la Universitat de Harvard Alex Wissner-Gross va estimar que cada recerca realitzada en el Google suposa una emissió de 7 grams de CO<sub>2</sub> degut a l'electricitat utilitzada per l'ordinador des de que es comença la consulta i per la energia consumida pels grans centres que emmagatzemen dades utilitzades per aquest servidor en tot el món, fent que els resultats de la consulta es mostrin ràpidament.*


ACTIVITAT: El diumenge dia 2 de novembre de 2008 sortia el següent anunci en una plana del diari *El País*:


EL PAÍS, domingo 2 de noviembre de 2008 7  
Información Volkswagen: 902 151 161 www.volkswagen.es


*H*abía una vez un  que emite 119 g/km de CO<sub>2</sub>

y un  que durante 40 años absorbia 300 kg de CO<sub>2</sub>.

Entonces  creó el Programa  y ofreció la posibilidad

de plantar  y cuidarlos durante esos 40 años.


Con lo cual, ese  que durante 20.000 km emite 2.380 kg de CO<sub>2</sub>,

neutralizó sus emisiones a  kg. Y todos tan contentos.


*Tus emisiones pueden tener un final feliz.*

**Programa CO<sub>2</sub> Neutral: cero emisiones de CO<sub>2</sub>, desde ya.**  
Disponible para cualquier modelo de la gama Volkswagen.

Del objetivo de neutralizar las emisiones de nuestros vehículos, nace el Programa CO<sub>2</sub> Neutral. Ofrecer la posibilidad de plantar y cuidar durante 40 años un número determinado de árboles en función del CO<sub>2</sub> que se emite al conducir y de todos los km que se quieren compensar. Somos los primeros y únicos en ofrecer un resultado de 0 emisiones de CO<sub>2</sub>. Esperamos que todos nos acaben imitando. Este sería el mejor de los finales. Fin.

 **Compensa tus emisiones**  
[www.movimientoBlueMotion.com](http://www.movimientoBlueMotion.com)

[www.movimientoBlueMotion.com](http://www.movimientoBlueMotion.com)

  
**Das Auto.**

Nuevo Golf 2.0 TDI 110 CV: consumo medio (l/100 km): 4,5. Emisión de CO<sub>2</sub> (g/km): 119. Con el Programa CO<sub>2</sub> Neutral puedes neutralizar a 0 las emisiones de CO<sub>2</sub>.

Discutiu l'anunci en grups i després contesteu les qüestions.

Són equivalents les quantitats d'emissió que es mencionen? La quantitat d'arbres proposada neutralitza el CO<sub>2</sub> emès pel cotxe?



Quina creus que és la mitjana de quilòmetres que fa un cotxe durant un any?  
Quina diries que és la vida mitjana d'un cotxe? Quants quilòmetres fa durant la seva vida?

Quants cotxes com aquest calcules que hi deu haver a la ciutat de Barcelona?  
Quina quantitat de CO<sub>2</sub> emeten aquests cotxes en un any? I durant la seva vida?  
Quants arbres farien falta per neutralitzar aquest CO<sub>2</sub>?

Analitzeu la frase que hi ha en negreta sota la imatge.

El programa CO<sub>2</sub> Neutral, és suficient motiu per escollir aquest cotxe? Doneu la vostra opinió.

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 1r cicle d'ESO

### **Material:**

- Calculadora
- Atles o ordinador (si es demana)

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Mesura
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteix el primer full de l'activitat en el que surt un anunci publicat a la premsa i es demana que el llegeixin i donin l'opinió. Després es reparteixen els dos fulls restants i es demana que responguin les qüestions de manera conjunta i anotant totes les operacions i opinions al respecte. Un cop finalitzada l'activitat en els diferents grups es fa una posada en comú. És bo anotar alguns resultats a la pissarra per veure les diferents estimacions que han fet els grups i provocar un acord entre tots. La sessió es pot allargar molt ja que surten temes mediambientals que poden donar lloc a un debat sobre actituds i noves tecnologies.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Mesurar d'una manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Despertar el sentit crític davant les informacions:** A primer cop d'ull molts anuncis que ens envolten tenen un missatge atractiu i compromès amb la

societat. Estan estudiats per atraure al consumidor i per tant la temàtica varia segons les preocupacions del moment. Nosaltres com a bons consumidors hem d'analitzar el contingut de l'anunci i llavors podrem prendre decisions sobre el nostre consum d'una manera responsable. Aquesta activitat evidencia el canvi d'actitud dels alumnes després d'haver fet uns quants càlculs i haver constatat la falsedat de la frase: "Cero emisiones de CO<sub>2</sub> desde ya".

- **Establir raonaments quantitius sobre situacions de la vida real:** No som conscients moltes vegades de les quantitats que ens envolten. Si parem atenció a l'anunci ens adonarem que gairebé cada família d'aquest país té cotxe i algunes més d'un, si comptem el quilometratge que fa en un any, els anys de vida que té un cotxe i la quantitat d'emissions de CO<sub>2</sub> que emeten durant la seva vida, ens adonarem que la quantitat és enorme i que és impossible plantar prou arbres per neutralitzar aquestes emissions.
- **Connectar les matemàtiques amb continguts d'altres matèries:** Aquesta activitat permet parlar del medi ambient quant a contaminació per emissions de CO<sub>2</sub>, dels arbres i la funció de la fotosíntesi i de noves tecnologies. Es pot arribar a crear un debat entorn d'aquest tema o bé entorn al tema de la publicitat: ens enganya la publicitat?, quins anuncis són més efectius? O sobre el tema de consumir: som responsables a l'hora de consumir? ens deixem guiar per la publicitat quan consumim?
- **Cercar estratègies per fer estimacions:** Quan hem de fer càlculs aproximats o estimatius cal trobar alguna estratègia. En aquesta activitat alguns opten per consultar enciclopèdies o atles, altres per les noves tecnologies i d'altres utilitzen les dades personals per extrapolar. Quina estratègia ens va millor? Què podem fer quan obtenim resultats molt diferents? Aquests aspectes apareixen constantment i conclouem que la consulta més real és la trobada a la xarxa d'internet (cal especificar que la consulta cal fer-la a webs oficials).

### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 1r curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Lectura i escriptura de quantitats grans:** Els alumnes, quan comencen a calcular la quantitat d'arbres que s'haurien de plantar per neutralitzar el CO<sub>2</sub> emès pels cotxes d'una ciutat, es troben amb quantitats grans que els costa llegir. En la posada en comú a la pissarra fem sortir els alumnes a escriure les quantitats donades i s'evidencia un problema d'escriptura. És un bon moment doncs, per reforçar aquests continguts.

**Equivalència entre quantitats:** A l'anunci de l'activitat surten dues quantitats referides a emissions de CO<sub>2</sub>: 119 g/Km i 2.380 Kg en 20.000 Km. Se'ls demana si aquestes quantitats són equivalents. Tots multipliquen els 119 grams per 20.000 i després divideixen per 1.000 per passar els grams a quilograms. S'adonen que les quantitats escrites són correctes. També comproven aplicant

la proporcionalitat directa que si un arbre absorbeix 300 Kg de CO<sub>2</sub> en 40 anys, 8 arbres absorbiran 2400 Kg de CO<sub>2</sub>, que és més dels 2.380 Kg de CO<sub>2</sub> que emet el cotxe i conclouen que l'anunci no menteix.

**Estimacions:** Quan se'ls demana la quantitat aproximada de quilòmetres que fa un cotxe en un any i la vida mitjana d'un cotxe utilitzen les experiències personals. Fan una mitjana a vegades exacta i d'altres vegades aproximada de la durada i quilometratge dels cotxes familiars. A la posada en comú dels diferents grups trobem que han fet estimacions força diferents i es pren com a solució correcta la mitjana dels resultats dels grups. En aquest moment es provoca la reflexió de com es podria fer per tenir unes dades fiables. La majoria opina que s'hauria de fer una mitjana de tots els cotxes però creuen que el resultat de la classe és correcte perquè estan convençuts que són representatius de la societat actual. Quan se'ls demana que estimin el número de cotxes que hi pot haver a Barcelona, alguns diuen xifres a l'atzar però un grup decideix consultar l'atles per saber la quantitat d'habitants i a continuació divideixen per tres ja que pensen que cada tres habitants hi ha un cotxe. Aquest supòsit el fan a partir de les experiències personals. Un altre grup decideix consultar l'ordinador i busca també el número d'habitants de Barcelona. Quan s'adonen que els resultats són diferents decideixen que la dada de l'ordinador serà la bona perquè l'atles és vell.

**Prediccions:** Els alumnes de primer d'ESO, que encara no han fet funcions, han de calcular fent operacions aritmètiques la quantitat "y" d'arbres que es necessitaran per neutralitzar les emissions dels "x" cotxes que se'ls demani. En el cas d'alumnes més grans se'ls pot demanar que trobin la funció que relaciona les dues variables (número de cotxes i número d'arbres). Alguns alumnes aporten idees de futur en les que intervé la proporcionalitat: si es fabrica un cotxe que emeti la meitat de CO<sub>2</sub> llavors faran falta la meitat d'arbres i serà més factible l'anunci.

**Veracitat de l'anunci:** En comprovar que les quantitats de l'anunci són certes i equivalents, opinen que l'anunci no menteix però en calcular la quantitat d'arbres que s'haurien de plantar per neutralitzar només el CO<sub>2</sub> emès pels cotxes de Barcelona s'adonen que és una quantitat molt gran. Conclouen que l'anunci no és de fiar pels raonaments següents: aquesta quantitat encara creix més perquè a Catalunya hi ha molts més cotxes, els arbres quan els plantes no són grans i per tant no absorbeixen els 300 Kg de CO<sub>2</sub> i durant els 40 anys que necessita l'arbre per absorbir aquest CO<sub>2</sub> les persones ja han canviat de cotxe. Expliquen que és una bona idea per la intenció de contaminar menys però que el que diu l'anunci de "cero emisiones" no és cert.

**Opinions sobre l'anunci:** L'opinió després dels càlculs canvia en tots els grups. Inicialment tots creuen que l'anunci està bé i que és possible, tot i que algun grup ja apunta que cuidar un arbre no és fàcil, que els llenyataires en tallen molts i que 40 anys són molts. L'anunci perd la credibilitat per la frase "Programa CO<sub>2</sub> Neutral: cero emisiones de CO<sub>2</sub> , desde ya." S'adonen després d'haver fet uns càlculs estimatius que "cero emisiones" és impossible i encara menys "desde ya". Tot i que creuen que l'anunci és bo perquè els temes

mediambientals preocupen, opinen que si ells haguessin de comprar un cotxe no escollirien el de l'anunci (no els agrada el dibuix del cotxe) sinó que buscarien un cotxe que els agradés. A partir de l'activitat surten moltes opinions respecte el medi ambient i les noves tecnologies. Es diu que no cal plantar arbres quan comprem un cotxe sinó comprar menys cotxes, anar més en transport públic, comprar cotxes que contaminin menys, inventar cotxes eòlics, etc.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 1r d'ESO il·lustra la discussió al voltant de l'*equivalència entre quantitats* i el treball sobre *cercar estratègies per fer estimacions*.

P: Les emissions de l'anunci són equivalents o no? Què heu fet?

A5: Sí. Hem multiplicat cent dinou grams per vint mil quilòmetres i surt igual.

P: Surt equivalent?

A5: Surt dos milions tres-cents vuitanta mil grams que és igual a dos mil tres-cents vuitanta quilograms.

P: Molt bé, o sigui que les quantitats són equivalents. L'anunci no ens enreda, oi?

A5: No.

P: L'altra pregunta: és cert que vuit arbres neutralitzen el CO<sub>2</sub> emès pel cotxe?

A6: Nosaltres hem dit que vuit arbres neutralitzen el CO<sub>2</sub> emès pel cotxe perquè els arbres neutralitzen dos mil quatre-cents quilograms i el cotxe emet dos mil tres-cents vuitanta.

P: I com heu fet els càlculs?

A6: Hem multiplicat vuit per tres-cents i ens ha donat dos mil quatre-cents.

P: Perquè vuit?

A6: Perquè són vuit arbres.

P: I per què tres-cents?

A6: Perquè cada arbre absorbeix tres-cents quilograms de CO<sub>2</sub>.

P: A tots us ha donat aquest resultat?

A: Sí.

P: I com són aquests arbres en l'anunci?

A2: Grans.

A5: Normals.

P: Així els hem de plantar grans?

A: Clar.

P: Següent pregunta:

A7: Quina creus que és la mitjana de quilòmetres que fa un cotxe durant un any?

A5: Nosaltres hem posat vint-i-cinc mil quilòmetres.

P: Com l'heu fet aquesta mitjana?

A5: A ull.

P: Aquí hi ha un grup que ha mirat els cotxes de la família. Què heu fet?

A4: Hem sumat els anys de tots i hem dividit per quatre.

P: I vosaltres?

A8: Hem posat vint mil perquè ho diu l'anunci.

P: L'anunci diu que durant vint mil quilòmetres el cotxe emet dos mil tres-cents vuitanta quilograms de CO<sub>2</sub>.

A8: Però és més o menys el que fa un cotxe.

P: Val. Anem a l'altra pregunta, quants anys dura un cotxe?

A1: Dotze.

P: Heu fet la mitjana?

A1: Sí.

P: I vosaltres?

A6: Nosaltres hem posat set perquè hi ha gent que li dura molt però d'altres que cada dos o tres anys ja se'l canvien.

P: Val. I vosaltres?

A9: Entre set i vuit perquè depèn de la persona.

A10: Ara els cotxes sofisticats no duren res però abans els cotxes més senzillats duraven més.

## COMPREM XICLETS

El nom de xiclet, prové de chictli en náhuatl (llengua azteca que es parla a Mèxic i Amèrica Central), que és un polímer gomós que s'obté de la sabia de l'arbre Manilkara Zapota. Actualment per la seva fabricació, s'utilitzen preferentment productes a base de petroli enlloc de resines naturals.

## ACTIVITAT:

Us heu fixat en aquests dos envasos de xiclets? Us recorden algun cos geomètric?



Per què creieu que han fabricat un nou envàs?

Ajudeu-vos del següent tiquet per calcular el preu d'una unitat de xiclet en cada envàs.

|                       |            |
|-----------------------|------------|
| 71217                 | 09.02.2009 |
| TRIDENT SPLASH ESF.40 | 3.79       |
| TRIDENT SPL. 1U FRESA | 0.75       |
| SUBTOTAL              | 4.54       |
| TOTAL                 | 4.54       |

Quin envàs surt més a compte? Per què?

Si l'esfera estigués plena, quin preu hauria de tenir?

Per què creieu que han tret al mercat aquest envàs gran si no l'omplen?

Aquests envasos de xiclets arriben al supermercat perfectament ordenats dins unes caixes de cartró que després es col·loquen als expositors. La caixa que conté els envasos esfèrics mesura 24 cm de llarg x 16 cm d'ample x 4 cm d'alt, mentre que la caixa dels petits fa 18,5 x 9 x 6,5.

a) Quants envasos caben a cada caixa? Com van col·locats?

b) A quina caixa hi ha més xiclets?

Expliqueu què heu fet per respondre aquestes qüestions. Ajudeu-vos si cal d'un dibuix.



## **FITXA PEL PROFESSORAT**

**Ubicació recomanada:** 2n cicle d'ESO

### **Material:**

- Fulls de l'activitat
- Calculadora
- Dos paquets de xiclets "Trident" del mateix tipus per cada grup: un petit d'envàs tetraèdric i l'altra gran d'envàs esfèric.
- Balança (no visible però preparada per si algun alumne la demana)

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Mesura
- Geometria
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

L'activitat s'ha començat a preparar la setmana anterior encomanant als alumnes que portin envasos esfèrics i tetraèdrics de la mateixa marca de xiclets. Es fan grups de 3 o 4 alumnes i s'assegura que cada grup es faci càrrec d'aquesta comanda. El dia dedicat al desenvolupament de l'activitat, es reparteixen els fulls i es demana treballar amb els envasos, discutir amb els companys de grup i donar respostes per escrit. Al final de la classe es fa una posada en comú de raonaments i resultats.

### **Competències:**

- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode més adequat de càlcul davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Mesurar de manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.
- Usar els mètodes elementals de càlcul de distàncies, perímetres, superfícies i volums... en situacions que ho requereixin.
- Emprar el coneixement de les formes i relacions geomètriques per descriure i resoldre situacions quotidianes que ho requereixen.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Analitzar situacions quantitatives quotidianes:** En el món que ens envolta i com a ciutadans de la societat de consum, és important entendre el cost dels articles i saber escollir en funció de les nostres conveniències. Per això convé dominar les operacions bàsiques i comprendre el valor de les coses. Aquest exercici utilitza un material d'ús comú, els xiclets, amb una enorme varietat de gustos, formes i preus. Val la pena preparar-nos per consumir bé i en conseqüència viure millor.
- **Utilitzar comprensiblement els nombres i les operacions:** Els nombres, presents en els preus, en els envasos, en les mesures, envolten qualsevol situació real. L'activitat evidencia aquest fet i pretén que, a partir del treball amb aquests nombres i donats dos productes, l'alumne sigui capaç de deduir quin producte és més econòmic comparant el preu per xiclet, en quina caixa es poden transportar més unitats, quin preu hauria de tenir un envàs ple... a més de valorar totes aquestes informacions tenint en compte els propis interessos.
- **Raonar matemàticament:** L'activitat matemàtica implica, entre altres aspectes, fer-se preguntes relacionades amb una situació problemàtica, desenvolupar estratègies d'aproximació i resolució i verificar la validesa de les solucions. Les activitats crítiques, com la que estem analitzant, contenen una sèrie de preguntes al voltant d'una mateixa situació; quan l'alumnat aprèn a problematitzar situacions concretes i a plantejar qüestions rellevants, és d'esperar que incorpori aquesta actitud i ho continuï fent en situacions noves.
- **Comunicar oralment:** Aquesta activitat crítica, igual que la majoria d'exemples elaborats, té una part final molt important de comunicació de resultats i raonaments als altres membres de la classe. Aquest moment permet apreciar dos aspectes: si l'alumne ha entès l'activitat i si té destresa lingüística i social per comunicar. Al mateix temps, en fer-se públics els raonaments, s'obren debats sobre temes importants tals com les estratègies per vendre, l'ús de materials ecològics o reciclables, etc.

## EXPERIÈNCIA D'AULA

L'activitat s'ha passat en aules de 3r curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Forma dels envasos:** Tots els alumnes coincideixen en què l'envàs gran té forma d'esfera però el nom per la forma de l'envàs petit no el tenen prou clar; alguns diuen que té forma de rectangle, d'altres parlen de tetraedres i encara hi ha grups que esmenten els prismes rectangulars. A la posada en comú, cal aclarir que el tetraedre és una altra manera d'anomenar un prisma rectangular, i que el rectangle és una figura plana sense volum que no serveix per descriure cossos en tres dimensions llevat que només es parli d'algunes de les cares.

**Valoració sense càlculs de l'envàs més econòmic:** A totes les aules es diu que l'envàs més car és l'esfèric perquè conté més xiclets, de manera que es

considera el valor absolut dels preus. Alguns alumnes, però, comencen a introduir la idea de valor relatiu dels preus tot i que no busquen valors concrets; opinen, abans d'haver comptat quantitats de xiclets, que probablement surt més a compte l'envàs gran perquè té molts més xiclets que el petit. D'altres contextualitzen els valors relatius dient que el fet de tenir un envàs gran porta a menjar més xiclets i a la llarga a gastar més.

**Nou envàs esfèric:** La majoria d'alumnes creuen que el nou envàs té aquesta forma perquè s'ha volgut llançar al mercat un disseny innovador. Alguns pensen que és més resistent i també que és un model familiar. Depenent de les necessitats, el consumidor preferirà un o altre model. D'altra banda, també s'assenyalen alguns inconvenients de l'envàs gran; es diu que és de plàstic, no de cartró com l'altre, i que per tant és poc ecològic, a no ser que es reutilitzi un cop buit. Cap grup fa esment de l'optimització de l'espai en un cos esfèric, on s'obté el màxim volum amb la mínima superfície; cosa que no passa amb cossos amb forma de prisma.

**Preu per xiclet:** Els grups que han portat xiclets del tipus "Splash" veuen que són més voluminosos i pesants que el tipus estàndard. Això fa que en un paquet petit "Splash" hi hagi només sis unitats mentre que en un paquet estàndard n'hi ha deu. També en l'envàs gran es passa de quaranta xiclets a seixanta. A l'hora de calcular preus per xiclet, tots els grups prenen com a referència els preus del tiquet donat, que són de paquets "Splash". Havent comprovat que la majoria d'alumnes porta a l'aula xiclets estàndard no "Splash", cal donar arguments per defensar continuar treballant amb el mateix tiquet. Tornant a la resolució dels grups, es veu que en comparar la mateixa tipologia de xiclet, els alumnes divideixen el preu pel nombre de xiclets i constaten que la unitat de l'envàs esfèric surt més econòmica. Un alumne opina que si es tracta del mateix xiclet hauria de valer el mateix. Un altre alumne argumenta que en el preu calculat està inclòs el preu de l'envàs, el del precinte de plàstic i el cost de la fabricació. Per tant, un xiclet pot ser més car que un altre d'igual perquè un envàs pot resultar més car que un altre.

**Contingut de l'envàs esfèric i predicció del preu de l'envàs ple:** Uns grups fan una aproximació ocular i diuen que l'envàs esfèric està ple fins la meitat perquè l'alçada de xiclets arriba quasi a la part de plàstic opac. Llavors doblen el preu i ja tenen el preu que hauria de tenir l'envàs ple. Algun grup explica que d'aquesta manera, en obrir l'envàs, caurien els xiclets i, per tant, s'hauria d'idear una nova obertura. Un grup agafa els xiclets de l'envàs petit i va omplint el gran fins arribar al nivell de l'obertura; proporcionalment calcula el preu que hauria de tenir segons el número de xiclets, si l'envàs estigués ple, partint del preu inicial amb quaranta xiclets.

**Estratègies per vendre:** Molts alumnes s'adonen que l'envàs esfèric està ple fins la meitat aproximadament, coincidint amb la superfície coberta amb plàstic transparent, que pot portar a què el consumidor erròniament pensí que tot l'envàs està ple. A més, quan el comprem ve precintat amb un plàstic que només deixa veure un petit tros del plàstic transparent i no podem apreciar quants xiclets hi ha. A l'envàs no hi surt el número de xiclets, només el pes en grams. Un grup demana una balança per tal de comprovar que el pes assenyalat a

l'etiqueta es correspon amb el pes real del contingut. Argumenten que la quantitat de xiclets cabria en una esfera més petita, però el consumidor no la compraria pensant que hi ha menys xiclets.

**Empaquetament d'envasos:** Un cop analitzades les mides de les caixes on van col·locats els envasos de xiclets, la majoria de grups calculen els volums de les caixes, els volums dels envasos de xiclet i divideixen aquestes mesures per saber quants envasos caben a cada caixa. En fer la divisió pel cas de la caixa d'envasos petits, surt 26'72, de manera que dedueixen que a la caixa plena d'una botiga hi ha 26 envasos d'aquest tipus. La veritat, però, és que n'hi ha 24 amb 4 pisos de 6 envasos cadascun. Si es dibuixen les possibilitats de col·locació es veu que el màxim aprofitament de la caixa porta a aquesta única distribució. D'altra banda, hi ha un grup que no calcula volums. Dibuixa sobre un full les mesures de la base de la caixa gran i col·loca físicament sis envasos esfèrics al damunt. Aquests alumnes observen que a la caixa gran només cabran sis envasos perquè l'alçada d'aquesta caixa és inferior a l'alçada d'un envàs esfèric. Per manca de temps, no es fa un raonament similar amb la caixa d'envasos petits.

#### TRANSCRIPCIÓ D'AULA:

El següent fragment literal d'una aula de 3r d'ESO il·lustra la discussió al voltant del *preu per xiclet*, el *contingut de l'envàs esfèric i predicció del preu de l'envàs ple* i el treball sobre *raonar matemàticament*.

P: Bé, ara anem a comprovar preus, és a dir, a quant surt el preu del xiclet?

A1: Zero coma zero sis el de l'esfera i zero coma zero setanta-cinc l'altre.

P: Així quin és més econòmic?

A1: El de l'esfera.

P: Ara bé, en aquest preu que dieu, què hi ha inclòs?

A1: El cost de la capsula.

P: Correcte, i també la part proporcional del marketing, de material, etc. Així doncs hem de tenir en compte que no és el mateix fabricar una esfera que una capsula de cartró. Per tant estem comparant uns preus que inclouen més costos a part del propi xiclet.

A2: Nosaltres tenim els xiclets "splash" però en un envàs ortoèdric nou que no és el de la foto i tenim preus diferents perquè no hi ha els mateixos xiclets en els envasos.

P: Val, de fet els preus de la factura de l'activitat són de xiclets "splash". A veure, què us surt?

A2: L'envàs petit ens ha costat un euro i repartit entre els sis xiclets surt a setze cèntims cada unitat. El de l'esfera ens surt a zero coma zero nou cada unitat perquè n'hi ha quaranta enlloc de seixanta com tenen els altres.

P: Caram! El preu és molt diferent! Aquest envàs nou és encara més car. Bé, en tots els casos però l'envàs més econòmic és l'esfèric. Seguim.

Si l'esfera estigués plena, quin preu hauria de tenir?

A3: Serien cent vint-i-dos xiclets i costaria set euros amb trenta-dos cèntims.

P: Per què? Per què cent vint-i-dos xiclets?

A3: Perquè l'esfera està plena fins la meitat aproximadament i com tenim seixanta-un xiclets, doncs el doble serien cent vint-i-dos.

P: Val, i com ho fariem per obrir l'envàs?

A3: Nosaltres hem pensat una nova tanca.

P: I vosaltres?

A2: Nosaltres amb els xiclets d'altres capsos hem anat omplint l'esfera fins arribar al nivell de la tanca i hem comptat els xiclets. Ens surten vint xiclets més, uns seixanta en total i sortiria a cinc euros i quaranta cèntims.

P: Així vosaltres no l'omplirieu fins a dalt i per això surt aquesta diferència de preu. També és correcte. Ho enteneu tots el que ha fet aquest grup? Seguim.

Per què creieu que han tret al mercat aquest envàs gran si no l'omplen?

A5: Perquè al ser més gran vol dir que hi ha més xiclets.

P: I aquest grup?

A3: Nosaltres pensem que crida l'atenció, com més gran sembla que hi ha més xiclets, però si l'omplissin del tot sortirien perdent diners amb aquest preu.

P: I vosaltres què opineu?

A1: Que crida l'atenció i la gent no es para a pensar quants xiclets hi ha.

P: No podrien fer l'esfera més petita ja que no l'omplen?

A2: Donaria la sensació que compres menys xiclets.

P: O sigui que comprem molt per la vista. Ara bé nois, com a consumidors hem de ser intel·ligents i no comprar tot el que ens atrau a la vista sinó que hem de comparar perquè volem comprar-ho, val?

REDUÏM EL SOROLL

Compte amb els decibels! Un so per ser escoltat ha de tenir al voltant de 10 decibels. La sordesa total o danys irreparables són produïts per sons d'uns 120 i 200 decibels. El clàxon d'un cotxe produeix 120 dB a un metre de distància i la música d'una discoteca entre 100 i 115 dB.

ACTIVITAT: El 3 de gener de 2009 al suplement *Estilos de vida* de La Vanguardia sortia l'article "Cuida tu oído". A continuació hi ha un fragment on podem veure una taula de temps màxims permesos d'exposició a sorolls:

**JOVENES SERÁN PRONTO ESCLAVOS DE LOS AUDIFONOS**

**TIEMPOS MÁXIMOS PERMITIDOS**

Tabla: límites en EE.UU. para trabajos con exposición a ruidos. A partir de 85 decibelios se debería usar siempre protecciones auditivas

|    |   |
|----|---|
| 84 | Ambientes de 90 db sólo son tolerables 8 horas continuas al día |
| 44 | 95 db son tolerables durante 4 horas                            |
| 24 | 100 db son tolerables durante 2 horas                           |
| 14 | 105 db durante 1 hora   |
| 30 | 110 db media hora   |
| 14 | 120 db durante 9 minutos  |

**LAS GRANDES AMENAZAS**

**Los cascos**  
El sonido directo al oído medio sin pasar por el medio aéreo proceda de un iPod, un walkman o un casco de dj

**La frecuencia**  
Lesiona mucho más el uso frecuente de los cascos que asistir un día a un concierto o a una discoteca, en que el ambiente sonoro es todavía más fuerte

**Los bastoncitos**  
Quitarse la cera con los bastoncitos es un error que todavía muchos se empeñan en cometer. Lo único que se consigue es empujarla hacia dentro

**El exceso de limpieza**  
El pabellón auricular y el conducto auditivo debería limpiarse exclusivamente con el agua de la ducha (excepto prescripción médica, perforaciones, otitis) y con una toalla o pañuelo de papel alrededor del conducto, sin introducir nunca nada en él. Dicen los especialistas que "si Dios o la evolución hubieran querido que nos metiéramos algo en las orejas, tendríamos un dedo más pequeño"

El oído no hay que taponarlo nunca con tapones, ni para ir a la piscina, porque provoca irritación de la piel que ocasionara primero picores y luego eczemas

**Líquidos para limpiar la cera**  
La cera se elimina sola por un proceso fisiológico mediante la masticación. No hay que echar mano de ayudas externas

**SORDOS A LOS 65**

Perder audición, como acumular arrugas, es un proceso natural e inevitable. A partir de los 35 o los 40 años, todas las personas van perdiendo la percepción de los agudos y habitualmente esa pérdida acaba por crear una dependencia del audífono a partir de los ochenta años. Pero ese proceso se está acelerando. Y no sólo en los últimos años. La generación que durante los 80 abusó de los walkmans ya ha perjudicado seriamente su capacidad auditiva hasta el punto de que va a avanzar el uso de los audífonos entre diez y quince años. Y lo mismo sucederá con todos aquellos que hoy en día usan los cascos para escuchar música de forma reiterada y con un volumen excesivo (el hecho de que la persona que tiene al lado perciba el sonido de sus cascos es un indicativo de que se está excediendo)

Si en los adultos el oído es más en los bebés. Para aliviar las mucosidades el mejor remedio es la ventilación del hogar. Blarri a la recomendación de gura que el uso de sueros en años está contraindicado por ello, cuando un bebé respira de las mucosidades, lo más ritas para extraerlas y los c

Pero ¿qué sonidos y qué intensidad? Lo nocivo es la intensidad su origen: es igual de peligroso Daniel Bernabeu Taboada a 100 dBA que el ruido del especialista añade que "aunque cifras, parece que por debajo pérdida auditiva es mínima (lo supera con creces) y la edad durante ocho horas diarias auditiva al cabo de diez o veint años un coche produce 120 dBA y la música de una discoteca

Aún hay más elementos que bien agravan o aumentan el riesgo auditiva las dietas ricas en grasas y carbono que producen los gases en el caso de los más jóvenes la contaminación en los hogares de electrodomésticos reproductores de música por lo que a poco se va limitando el nivel de exposición evitar precisamente estos factores. Uno de los efectos de la pérdida de la fatiga y aislamiento que afecta, es la percepción que se produce de amortiguamiento. ■

Quines són les magnituds presentades en aquesta taula?

Elaboreu una taula on apareguin els diferents valors que prenen les dues magnituds. Observeu alguna relació entre elles? Expliqueu-ho.

Representeu en un gràfic aquests valors i determineu el temps màxim permès en situacions de 97 dB i 115dB. Es tracta de valors exactes o d'estimacions? Raoneu la vostra resposta.

És millor estar 10 minuts aguantant un soroll de 100 decibels o 1 sol minut envoltat de sorolls de 130 decibels? Per què?

Parece que lo difícil es comprobar cuál es el volumen adecuado para el uso de estos aparatos que transmiten sonido directo al oído medio sin pasar por el medio aéreo. Y sin embargo estan fácil como razonable. Es incluso una cuestión de educación. El nivel correcto es el que permite que el que usa los cascos (todos son igual de perjudiciales, sean walkmans, iPods o cascos grandes al estilo de los dj) oiga su música sin que los que le rodean se vean también obligados a hacerlo. Otra de las precauciones que hay que tomar es evitar exponerse a ruidos persistentes durante mucho tiempo, teniendo en cuenta que es peor estar diez minutos soportando ruidos de 100 decibelios que un solo minuto rodeados por ruidos de 130. La acumulación es lo que más perjudica al oído, aparte de los ya citados traumas acústicos (un ruido seco y breve puede llegar a dejarnos sordos si es muy elevado).

Pero hay más elementos que tener en cuenta a la hora de cuidar los oídos y que hacen referencia a las molestias que puede causar una manipulación incorrecta. El doctor Blanch Alejandro advierte en este sentido que hay que tener en cuenta que lo mejor es ni tocar los oídos. Los bastoncitos, los líquidos para limpiar la cera, los tapones o el simple hecho de rascarse son motivo de consulta al especialista. ►

## FITXA PEL PROFESSORAT

### Ubicació recomanada:

- 2n cicle d'ESO

### Material:

- Fulls de l'activitat
- Regle
- Calculadora

### Bloc de continguts:

- Nombres i càlcul
- Mesura
- Resolució de problemes

### Dinàmica de treball:

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteixen els fulls de l'activitat i es fa una petita introducció del tema que es treballarà. Es demana llegir tot el text abans de contestar les preguntes de l'activitat. Després de contestar les preguntes en grup, es fa una posada en comú. Per tal de corregir i treure conclusions entre tots s'aconsella que el professor demani a un representant d'almenys un parell de grups que surti a la pissarra a escriure la taula de valors i representar la gràfica. Si és possible, s'ha de procurar que les gràfiques de la pissarra siguin diferents quant a la col·locació de variables i el repartiment d'unitats en els eixos. Això ha de portar a raonar al voltant de quina és la variable independent, el sentit d'unir els punts representats, la proporcionalitat de les separacions en els eixos, la forma de la gràfica, la importància del paper mil·limetrat per deduir valors, entre d'altres qüestions. Si es vol també es pot endegar una discussió sobre l'exposició al soroll de la gent jove i els efectes sobre la salut de l'oïda.

### Competències:

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada, el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.
- Integrar els coneixements matemàtics amb els d'altres matèries per comprendre i resoldre situacions.
- Mesurar d'una manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.



- Fer estimacions raonables de les magnituds més usuals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Identificar elements matemàtics a partir d'informació escrita:** Aquest és un dels objectius de l'educació matemàtica dels alumnes. En aquesta activitat es presenta una informació trobada en un article de premsa i es tenen en compte diversos aspectes, tals com identificar i analitzar críticament els elements matemàtics de l'article, deduir noves dades a partir de les donades i alhora prendre consciència de la importància de l'exposició prolongada a intensitats altes de soroll per a la oïda humana.
- **Reconèixer les magnituds involucrades en un text i la seva relació:** En l'article de l'activitat es planteja una relació entre intensitat de soroll i temps màxims permesos d'exposició al soroll als Estats Units. També es presenta una relació entre aquestes magnituds que segueix una mateixa dinàmica excepte en l'últim valor. Això provoca que s'hagin de deduir de forma estimativa i a partir d'un gràfic alguns valors com per exemple el temps màxim permès en situacions de 115 decibels.
- **Expressar de manera clara unes conclusions:** És tan important entendre i saber resoldre un problema com saber expressar verbalment els raonaments utilitzats i comunicar una solució. En la segona i tercera qüestió es demana explicar i raonar la resposta per tal d'acostumar l'alumne a comunicar pensaments, raonaments matemàtics i conclusions.
- **Comprendre significativament una lectura:** Per tal de comprovar si la lectura que fan els alumnes d'un text és o no significativa, l'activitat conté una pregunta de comprensió lectura; es proporciona un retall de premsa sobre com el soroll afecta a l'oïda humana, i es controla la interpretació d'aquesta informació per mitjà d'una pregunta directa.

## EXPERIÈNCIA D'AULA

L'activitat s'ha passat en aules de 2n i 4t d'ESO on he documentat les següents pràctiques:

**Magnituds:** Els alumnes de 4t d'ESO contesten temps i decibels quan se'ls demana quines són les magnituds presentades en la taula de l'article. El professor demana si n'estan segurs; un alumne diu que decibels no és la variable i sí ho és "soroll". Un altre el corregeix i diu que la variable és "intensitat de les ones sonores". S'aprofita per recordar què són magnituds i què unitats de mesura. Els alumnes de 2n d'ESO no han treballat encara funcions i no entenen alguns termes com ara *magnituds* o *variables*. A l'hora de contestar les qüestions referents a les magnituds o variables, sovint confonen la variable amb la unitat de mesura ja que enlloc de parlar de *temps* parlen de *minuts* o *hores* i enlloc de parlar d'intensitat de soroll parlen de *decibels*. És bo que en la posada en comú el professor aclareixi aquestes diferències.

**Elaboració d'una taula de valors:** En elaborar la taula de valors els alumnes tenen clar que han de fer dues columnes, una per a cada variable, i sis fileres. Gairebé tots fan les taules amb el regle i la presentació és molt correcta. Cal destacar que algun grup passa tots els valors de la variable temps a minuts per a tenir-los expressats en la mateixa unitat de mesura. Moltes vegades però no escriuen a l'inici de cada columna el nom de la variable i quan ho fan tornen a confondre magnituds i unitats.

**Relació entre les variables:** Els grups s'adonen que quan una variable augmenta l'altra disminueix. Exceptuant l'últim valor la relació entre elles segueix un mateix patró ja que quan el soroll augmenta cinc decibels, el temps màxim d'exposició al soroll disminueix a la meitat. Algun grup expressa que és una relació de proporcionalitat inversa. Un altre grup opina que l'últim valor és una excepció i encara d'altres diuen que pot ser un error.

**Elaboració d'un gràfic de coordenades:** Alguns grups col·loquen la variable "temps" en l'eix d'abscisses justificant que el temps sempre és independent i d'altres hi col·loquen la intensitat del soroll perquè depenent d'aquesta intensitat el temps màxim permès canviarà. Si es llegeix bé l'enunciat de la taula on s'especifica que les dades són temps màxims permessos per treballs exposats a sorolls als Estats Units, la interpretació correcta és la segona. La primera es pot donar com a bona en cas que la justificació parli del control de la potència del soroll. El repartiment dels valors en els eixos és una qüestió que porta bastant temps; primer perquè no se sap on col·locar el primer valor de 90 decibels i, després, perquè si es pren un centímetre per representar una hora, cal decidir quant ha de mesurar un minut. Hi ha grups que situen el valor de 90 decibels a una distància diferent respecte l'origen de coordenades de manera que surten valors molt dispars per les estimacions del temps corresponents a 97 i 115 decibels. En la posada en comú cal fer esment d'aquest fet i a partir d'aquí comentar els errors que se'n deriven. En general costa distribuir els valors de les variables en els eixos de manera que el gràfic surti clar i entenedor. Potser seria bo adjuntar amb l'activitat un full mil·limetrat.

**Càlcul dels temps màxims permessos:** La majoria de grups dedueixen els valors de temps corresponents a 97 i 115 decibels a partir de la gràfica feta però hi ha un grup que independentment de la gràfica els calcula fent una regla de tres. A partir del gràfic i degut a la diferent col·locació del primer valor de la variable intensitat de soroll (90 decibels) en els eixos, surten valors molt distants. En la posada en comú es fa evident i es demana que pel proper dia portin la gràfica feta en un paper mil·limetrat.

**Estimacions o valors exactes?:** La majoria de grups responen que els valors dels temps màxims corresponents a 97 i 115 decibels són estimacions i ho justifiquen dient que han trobat els valors aproximats a partir de la gràfica i que són estimacions perquè l'últim valor no segueix la relació de proporcionalitat dels altres. Un grup diferencia entre el valor corresponent a 97 decibels i el corresponent a 115; es diu que el valor de 97db és exacte perquè està entre els

valors que segueixen la relació de proporcionalitat inversa i en canvi el de 115 no, de manera que es pot considerar una estimació.

**Comprensió lectora:** La majoria de grups troben fàcilment la resposta a l'última qüestió fent la lectura del text. Els grups que no llegeixen l'article el dedueixen correctament de les dades que els ha aportat la taula i el gràfic. Les principals deduccions són, d'una banda, que el temps es redueix bruscament amb molt poc augment del soroll i, de l'altra, que el temps és un factor molt important i per tant és pitjor estar 10 minuts sotmès a 100 dB que 1 minut a 130.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 4t d'ESO il·lustra la discussió al voltant de la *elaboració d'un gràfic de coordenades* i el treball sobre *reconèixer les magnituds involucrades en un text i la seva relació*.

P: A veure,... què és una magnitud?

A1: Una unitat de mesura.

P: Una unitat de mesura?

A2: No, qualsevol cosa que es pot mesurar.

P: Així, quan us demanen quines són les magnituds haureu de buscar en l'article què hi ha que es pugui mesurar. Així doncs, anem a veure què heu contestat a la primera pregunta. Va, la primera pregunta diu quines són les magnituds representades en aquesta taula?

A3: Hores, decibels i minuts.

P: Tres magnituds?

A3: No, temps i decibels.

P: Tothom està d'acord?

A: Sí.

P: Decibels és una magnitud?

A: Sí

A4: No, és una unitat. Jo crec que seria soroll la magnitud.

P: D'acord. Ara, anem a representar aquests valors a la pissarra. Andrea, surt i dibuixa la gràfica del teu grup en aquesta meitat de pissarra i l'Oriol a l'altra. Recordeu les funcions que vam fer a primer? Què representàvem a l'eix d'abscisses, el de les x?

A: Les variables.

P: Les variables què?

A5: Les dependents.

A4: No, no, les independents, clar les x, perquè les y depenien de les x.

P: Val, per tant, on representarem les dependents?

A: A l'eix d'ordenades.

P: Val, i les independents?

A: A l'altra.

P: Abscisses, horitzontal, sí? Val, en aquest cas, què creieu que és independent i dependent? Hem dit que hi ha dos magnituds, per tant hi ha dos variables per representar. Quina és dependent i quina independent?

A3: Independent jo crec que són els decibels i el dependent els minuts.

P: Per què?

A3: Perquè tu pots escoltar molts decibels però això et condiciona un cert temps. Si et passes et pots quedar sord.

P: Tothom ho veu així? A veure, normalment, quan fem un problema de física en el que hem de representar una gràfica de velocitat/temps, on posem el temps?

A: A l'horitzontal.

P: Clar, perquè el temps va passant, independent, i la velocitat va variant, si? Així, el més habitual és que el temps sigui la variable independent, però en aquest cas, com deia en Pau molt ben dit, què passa? Que es tracta del temps màxim permès. Per tant, jo puc posar els decibels que vulgui però el temps va en funció dels decibels. Per tant, no és independent. Així on aniria?

A: A les ordenades.

P: A la vertical, sí o no? val? Per tant, quin dels dos gràfics escolliríem?

A: El de l'Oriol.

P: Val, de totes maneres és molt relatiu perquè si vosaltres teniu accés a variar la potència del soroll, podríeu variar els decibels en funció del temps que estigueu exposats al soroll. Per tant, és molt important acompanyar la gràfica amb un raonament.

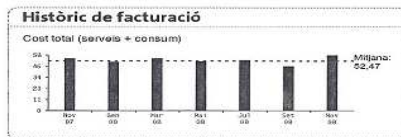
## MIREM FACTURES I DECIMALS

A Catalunya i molts altres països del món, les fraccions decimals s'indiquen sempre amb una coma, no amb un apòstrof ni amb un punt, mentre que els milers s'indiquen amb un punt. Al Regne Unit, Mèxic, Japó i d'altres llocs, es fa justament a l'inrevés. Això és sovint motiu de confusió i desacord.

ACTIVITAT: Fixa't en les següents factures de telèfon.

### 1. Factura de Telefònica

| Serveis                |                | Consum                             |                |
|------------------------|----------------|------------------------------------|----------------|
| <b>Veü</b>             | <b>38,5000</b> | <b>Veü</b>                         | <b>11,1865</b> |
| Línia Bàsica           | 38,5000        | ☎ Metropolitanes                   | 2,4272         |
|                        |                | ☎ Provincials                      | 0,5944         |
|                        |                | ☎ Interprovincials                 | 1,6491         |
|                        |                | 📱 A mòbils                         | 5,4075         |
|                        |                | 90X A Serveis Avançats (nou-cents) | 1,1083         |
|                        | <b>38,5000</b> |                                    | <b>11,1865</b> |
| Total (base imposable) |                | 49,6865                            |                |
| IVA (16%)              |                | 7,9499                             |                |
| <b>Total a pagar</b>   |                | <b>57,64 €</b>                     |                |



Amb el Servei de Recàrrega Mòbil de Telefònica pot recarregar la seva targeta Movistar Activa, des de qualsevol lloc, amb una simple trucada al 901 123 609. Doni-s'hi d'alta trucant-hi des del telèfon fix al qual vulgui associar el pagament de les recàrregues.

- Contestador: 28 missatges rebuts i 0 consultes a la vostra bústia.
- Consulteu el vostre consum telefònic, abans de rebre la vostra factura, a telefoniconline



### 2. Factura de Vodafone

| Servicios                | Total                  | Importe        |
|--------------------------|------------------------|----------------|
| Llamadas y Videollamadas | 93                     | 25,5401        |
| Mensajes                 | 32                     | 7,6200         |
| Conexiones live! y Datos | 6                      | 4,1400         |
| Otros servicios          |                        | 9,0000         |
| Descuentos               |                        | 9,0000(-)      |
|                          | <b>Total</b>           | <b>37,30</b>   |
|                          | <b>Total Impuestos</b> | <b>5,97</b>    |
|                          | <b>Total Factura</b>   | <b>43,27 €</b> |
|                          | <b>TOTAL A PAGAR</b>   | <b>43,27 €</b> |

3. Factura de Tele 2

m el Registro Mercantil de Madrid (Tomo B.156, Sección 8, Hoja 131.612, Folia 61, Inscripción 1ª) Parque Empresarial La Moraleja,

| <b>ICOM TEL</b>            |          |                 |          |
|----------------------------|----------|-----------------|----------|
| <b>TRÁFICO</b>             |          |                 |          |
| Número                     | Duración | Importe         |          |
| Llamadas Locales           | 164      | 9h 57m 11s      | 0,0000 € |
| Llamadas a Móvil           | 20       | 0h 29m 04s      | 8,1383 € |
| Llamadas Interprovinciales | 2        | 0h 01m 47s      | 0,0000 € |
| <b>SUBTOTAL ICOM TEL</b>   |          | <b>8,1383 €</b> |          |

| <b>IPACK ADSL IVOZ</b>          |         |                     |           |
|---------------------------------|---------|---------------------|-----------|
| <b>PRODUCTO</b>                 |         |                     |           |
| Cantidad                        | Periodo | Importe             |           |
| Adsl 3Mb + Llamadas nacionales  | 1       | 21/01/09 - 20/02/09 | 34,9000 € |
| <b>SUBTOTAL IPACK ADSL IVOZ</b> |         | <b>34,9000 €</b>    |           |

**Historial de facturación**

|                               |                |
|-------------------------------|----------------|
| <b>TOTAL (BASE IMPONIBLE)</b> | 43,04 €        |
| <b>IVA ( 16%)</b>             | 6,89 €         |
| <b>TOTAL</b>                  | <b>49,92 €</b> |

El pago de esta factura se acredita por su abono bancario o transferencia

Fixeu-vos en la primera factura i l'última factura que són de telèfons fixes. Del total a pagar, quina part és conseqüència directa del consum fet durant un període de dos mesos? Sabries dir quin percentatge del total representa?

La resta del cost, a què s'atribueix?

Ara mireu les tres factures i concretament els decimals en els costos de les trucades. Hi veieu quelcom d'estrany?

Per què creieu que les xifres dels costos porten quatre decimals si l'euro només en permet dos?

Cada grup analitzarà una factura de telèfon i en acabar haurà d'explicar a la resta de companys les seves deduccions.

Mireu a la vostra factura el total a pagar. Qui surt guanyant en l'arrodoniment, l'empresa o l'usuari? Quant hi surt guanyant? És molt o poc?

Suposant que a cada rebut de client de la companyia durant un any passés el mateix que en l'exemple, quina seria la quantitat guanyada en concepte d'arrodoniment? Ara què opines: és molt o poc? (Ajudeu-vos de les següents dades: La companyia de la primera factura té més de 248 milions de clients, la de la segona factura té 15 milions i la de la tercera uns 550.000 clients).

En quants casos creieu que la quantitat que cal arrodonir afavorirà a la companyia i en quants casos a l'usuari? Feu un petit estudi i expliqueu les vostres conclusions.

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 1r cicle d'ESO

### **Material:**

- Calculadora

### **Bloc de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteixen els fulls de l'activitat i es fa una petita introducció del tema que es treballarà. Es deixa un temps per contestar les primeres quatre preguntes d'interpretació de les factures i a continuació cada grup analitza una de les tres factures proposades. En funció dels alumnes que hi hagi a l'aula, hi haurà més d'un grup que treballarà la mateixa factura. Al final es fa una posada en comú amb els resultats de tots els grups i es treuen conclusions conjuntament.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode més adequat de càlcul davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada, el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usuals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Potenciar la comprensió dels nombres:** En aquesta activitat es treballa la utilització dels nombres, enters i decimals, com a valors monetaris. Cal entendre aquests valors i el que representen també en forma de percentatge per poder entendre una factura de telèfon.
- **Evidenciar el context real de la matemàtica:** A la vida diària actual estem envoltats de matemàtiques que a vegades els alumnes no reconeixen. Un



exemple molt clar és el de les factures de telefonia, que cada vegada haurien de ser més properes i accessibles als usuaris. Malgrat que els alumnes no acostumin a ser els responsables de pagar les factures, és bo que prenguin consciència de l'abast de les despeses.

- **Desxifrar la informació que rebem:** Per poder escollir entre la gran oferta de productes que ens ofereix la societat actual, hem de saber desxifrar primer tots els detalls d'una factura i valorar altres possibles ofertes per prendre decisions encertades. No només les operacions bàsiques, sinó també l'esperit crític i les conjetures ens ajudaran en aquest sentit.
- **Promoure l'esperit crític:** Aquesta activitat pretén que l'alumne es faci preguntes sobre com la multiplicació d'un nombre decimal petit (sorgit com a conseqüència de l'arrodoniment) pot esdevenir una quantitat important, amb les repercussions que això comporta. En general, es discuteix el fet d'arrodonir una factura. Un arrodoniment ínfim a favor de l'empresa de telefonia sembla insignificant però vist des d'un punt de vista global pot esdevenir una quantitat important que fa que tingui sentit el fet d'arrodonir en una factura qualsevol.

## EXPERIÈNCIA D'AULA

L'activitat s'ha passat en aules de 1r i 2n d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Interpretació de la factura:** Primer de tot els alumnes es pregunten si el cost és mensual. Hi ha un grup que desxifra la periodicitat bimensual a partir de la gràfica de l'històric de facturació que acompanya dues de les factures ja que les cada barra té assignats dos mesos. Als alumnes de primer d'ESO els costa molt desxifrar les dades de consum i demanen ajuda al professor. Els alumnes de segon interpreten millor el consum tot i que passen molta estona llegint cada factura. S'adonen que la factura del tercer cas, "Tele 2", té el cost de les trucades nacionals inclòs en el preu del servei (deu ser una oferta, diuen) i per tant només es pot avaluar el consum de trucades a mòbils. Molts alumnes disposen de telèfon mòbil i confessen que no miren mai la factura ja que entenen que és feina dels pares.

**Perquè hi ha quatre decimals?:** La majoria de grups troben estrany el fet que les quantitats portin quatre decimals en uns llocs de la factura i, en canvi, dos decimals en el total a pagar. Alguns argumenten que les companyies ho deuen fer perquè semblin quantitats molt grans, quan s'usen quatre decimals, i això contrasti amb el total a pagar, on després de l'arrodoniment només hi ha dos decimals i l'aparença primera és d'un nombre més petit. D'altres diuen que les empreses agafen fins a quatre decimals per després haver d'arrodonir i garantir diners de guany amb la diferència.

**Càlcul de percentatges:** Els alumnes de primer, que encara no han treballat percentatges, tenen dificultats en trobar el tant per cent de la factura que és conseqüència directa del consum. Alguns deixen aquesta qüestió, d'altres ho

busquen en el llibre i un grup fa una regla de tres. Els alumnes de segon ho calculen de dues formes, amb una regla de tres i utilitzant proporcions.

**Arrodoniment a dues xifres:** Tots els alumnes tenen clares les normes de l'arrodoniment i comproven que els arrodoniments fets a les tres factures són correctes. Tots sospiten que l'empresa utilitza aquest procediment per a guanyar més diners. No fan però supòsits d'arrodoniments d'altres quantitats per poder fer prediccions de possibles guanys o pèrdues. En aquest sentit, no es fan hipòtesis sobre els possibles equilibris entre casos amb tercers decimals menors de cinc i la resta de casos. La majoria de grups fan la resta de la quantitat arrodonida amb la quantitat de quatre xifres i dedueixen a favor de qui va la diferència. Alguns però, arrodoneixen aquesta diferència i per tant la fan encara més gran. Dedueixen que hi ha cinc casos en els que l'arrodoniment afavorirà a una part i cinc a l'altra. Un grup argumenta que no es pot calcular perquè el consum canvia cada mes i per tant els guanys al llarg d'un any poden anar canviant de beneficiari. Un altre grup opina que l'empresa segur que no hi perd mai i que per tant l'arrodoniment sempre l'afavorirà. La diferència a favor de l'empresa en una sola factura els surt inferior a un cèntim i dedueixen que és una quantitat molt petita. Es sorprenen quan multipliquen per sis, tenint en compte les factures que hi ha en un any, i per la quantitat de clients de l'empresa. Dedueixen, en el cas de Telefònica, que el guany de l'empresa seria de milions d'euros només que a la meitat dels clients els passés el mateix que al client de la factura analitzada. Aquests càlculs es fan sense tenir en compte que hi ha arrodoniments de tercers decimals que afavoreixen l'usuari. Per exemple, amb 11'1865 es paguen 11'19, però amb 11'1845 es paguen 11'18.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 2n d'ESO il·lustra la discussió al voltant de l'*arrodoniment* i el treball sobre *promoure l'esperit crític*.

P1: Heu calculat els arrodoniments?

A: Sí.

P1: Expliqueu-los.

A3: La diferència ens ha donat zero coma zero zero trenta-set que no és ni un cèntim.

P2: A favor de qui?

A3: De l'empresa.

P2: Us ha sortit iguals als grups que analitzàveu la primera factura?

A: Sí.

P2: I vosaltres, quina factura miràveu?

A4: Nosaltres la tercera i ens ha sortit un cèntim de diferència a favor de l'empresa. Mira, la factura diu que el cost és quaranta-tres coma zero quatre i ens sortia quaranta-tres coma zero tres.

P2: Un cèntim just?

A4: No, donava quaranta-tres coma zero tres vuit tres però la factura posava quaranta-tres coma zero quatre.

P2: Llavors en realitat comptant tots els decimals seria menys, oi?

A: Sí.

P2: Us sembla poc o molt?

A: Molt poc.

A1: Per un usuari és poc però per tots els usuaris d'una empresa és molt.

A2: Es faran rics.

P2: Heu llegit quants usuaris tenen les companyies?

A5: Sí, la primera tres-cents quaranta-vuit milions i dona que guanyen cinc milions cinc-cents cinc mil sis-cents euros.

P2: Com ho heu calculat?

A5: Hem multiplicat zero coma zero zero trenta-set per sis.

P2: Per què per sis?

A5: Perquè el zero coma zero zero trenta-set és el que guanya en un client en dos mesos, en un any hi ha sis factures i dona zero coma dos-cents vint-i-dos i després ho hem multiplicat per dos-cents quaranta-vuit milions de clients i dona els cinc milions i pico d'euros.

P1: Però no sempre deu passar que l'arrodoniment sigui a favor de l'empresa, no? Podríem suposar que a la meitat dels clients els passa això? Quant guanyaria l'empresa?

A5: Sí, llavors guanyarien dos milions set-cents cinquanta-dos mil vuit cents.

P: Déu n'hi do. En alguna factura l'arrodoniment ha afavorit al client?

A2: Sí, en la segona.

P: Així, de tres factures que hem mirat, en una l'arrodoniment ha beneficiat a l'usuari.

A3: Sí, però si una quantitat els dona zero coma disset posen zero coma divuit.

P2: Què vols dir, que sempre arrodoniran a l'alça?

A3: Sí.

P2: A veure, segons el consum que fem sortiran uns decimals o uns altres, no? En aquest cas l'arrodoniment surt a favor de l'empresa però podria ser a favor del consumidor alguna vegada?

A: Sí.

P1: Així s'arrodoneix a la baixa alguna vegada? Hi perd l'empresa?

A2: No, segur que no hi perden.

P2: Clar, segur que la tarifa ja està calculada per a que no hi perdin diners.

A3: Això és injust, no es podria denunciar que es queden uns diners que no són seus? La gent paga més del que hauria de pagar i això no és just.

P1: L'arrodoniment és legal, ara potser no gaire ètic.

## ENVIEM MISSATGES

*Sabies que Ang Chuang Yang és un jove de 16 anys resident a Singapur que ha aconseguit el Record Guinness d'escriptura més ràpida de SMS (Short Message Service)? En tant sols 41,52 segons ha aconseguit escriure un missatge de mòbil de 160 caràcters.*

### ACTIVITAT:

Actualment apareixen moltes campanyes publicitàries que consisteixen en sortejar quantitats de diners a canvi d'enviar un sms. Un exemple n'és aquest anunci que es pot veure actualment a la televisió:



Aquesta promoció està adreçada als clients de Movistar i la durada és del 16 de març al 14 de juny d'enguany. Quin és l'objectiu d'aquesta promoció?

Quant costa enviar un sms?

Quants missatges ha de rebre, com a mínim, la companyia per a no perdre diners amb aquesta promoció? Quants al dia? Creus que els rebrà?

Si enviem un sms, quina probabilitat tenim que ens toqui un premi?

Si es llegeixen les bases de la promoció, que es poden trobar a internet, només poden participar en la promoció els clients majors de 18 anys. El premi especial de 1.000.000 d'euros es fa al final de la promoció i només hi participaran els clients que hagin enviat un mínim de 5 sms.

Com pot afectar aquesta informació als càlculs anteriors?

Creus que aquest tipus de publicitat és enganyosa? Per què?

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 2n cicle ESO

### **Material:**

- Fulls de l'activitat
- Calculadora
- Ordinador (opcional per consultes)

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Tractament de la informació
- Atzar
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteixen els fulls de l'activitat i se'ls demana que treballin de manera conjunta i anotant totes les operacions i opinions al respecte. Un cop finalitzada l'activitat en els diferents grups es fa una posada en comú per copsar les possibles errades, diferents interpretacions i opinions. És bo anotar alguns resultats a la pissarra per comprovar si els resultats són compartits. És una sessió molt rica en continguts de consum que genera debats al voltant dels drets del consumidor i criteris de consum responsable.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics,...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Resoldre problemes que impliquin càlculs percentuals, de l'IVA, del tipus d'interès,... relacionats amb l'administració de rendes pròpies.
- Reconèixer situacions i fenòmens propers en què intervé la probabilitat i ser capaç de fer prediccions raonables.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Calcular amb fluïdesa:** L'activitat demana un càlcul dels diners que reparteix la companyia en premis durant un període de temps determinat. Cada grup d'alumnes utilitza una estratègia diferent per calcular els dies que hi ha entre el 16 de març i el 14 de juny: alguns compten un a un els dies, d'altres ho fan per setmanes, d'altres sumen els dies dels mesos d'abril i maig i afegeixen dies restants de març i juny. En la posada en comú els alumnes poden constatar la rapidesa d'alguns mètodes i valorar si ells mateixos podrien haver usat un mètode més eficient.
- **Fer prediccions sobre la possibilitat que esdevingui un succés:** L'activitat permet introduir el significat de probabilitat que esdevingui un succés. Encara que els alumnes no hagin treballat abans aquesta noció a l'aula, és interessant adonar-se que apareixen respostes properes a la fórmula del càlcul de probabilitat de manera intuïtiva, sobretot quan s'usen expressions del tipus 'la probabilitat és una entre...'.
- **Analitzar críticament els anuncis publicitaris:** La nostra societat de consum ens obliga a estar més preparats matemàticament i no caure en alguns paranys de manca d'informació. Aquesta activitat n'és un exemple molt actual i evidencia que sense llegir-nos les bases del concurs molt detingudament som molt fàcilment susceptibles a l'engany. Aquestes bases només es troben buscant al web de la companyia i, per tant, llegint l'anunci a la premsa o veient-lo per televisió, no es coneixen detalls que són determinants per a poder participar en el sorteig de premis.
- **Interpretació d'impostos:** Trobar la quantitat corresponent a l'impost de l'IVA no és un problema per als alumnes que ja saben calcular percentatges però sí que ho és saber quin tipus d'IVA s'ha d'aplicar (7% o 16%), què és exactament aquesta quantitat i a qui va a parar. Amb aquesta activitat els alumnes prenen consciència d'alguns dels elements econòmics que intervenen en els guanys d'una empresa i s'adonen que part d'aquests guanys són en realitat diners que van a parar a l'Estat.

### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 1r i 3r d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Objectiu de la promoció:** Els alumnes coincideixen en què l'objectiu de la companyia és guanyar diners però, d'altra banda, se senten atrets per l'anunci i molts diuen que han participat en el sorteig o que coneixen algú que hi ha participat. Amb tot, les bases deixen clar que s'exclouen del sorteig els menors de divuit anys –pot passar que hi hagi mòbils d'alumnes enregistrats amb el nom d'un dels pares. Una part de l'alumnat està indignat amb aquest tipus de publicitat; se senten enganyats perquè diuen que és una estafa i no surt mai cap guanyador tot i que no ho argumenten. Expliquen que la majoria de la gent quan veu l'anunci a la televisió se sent atreta per la possibilitat de guanyar diners (ara més, diuen alguns, per la crisi) i envien el sms immediatament sense haver llegit les bases.

**Cost d'un missatge:** A l'anunci de l'activitat desglossen el preu d'un sms en 1,2 € + IVA. No es diu, però, quin tipus d'IVA s'aplica. Aquesta és la primera pregunta que fan els alumnes. No s'entén per què no s'ha posat la quantitat del percentatge corresponent d'IVA a l'anunci ja que és important saber-la i no se sap on consultar-la. Un cop aclarit que l'IVA és d'un 16% perquè no és un producte de primera necessitat, els alumnes el calculen sense cap problema multiplicant 1,2 per 16 i dividint per cent. La majoria de grups es queden amb aquest resultat com a preu del missatge i fan els càlculs de la quantitat de missatges que ha de rebre la companyia per a no perdre diners de manera errònia. Cal aclarir doncs que aquest impost no és per a la companyia sinó per a l'Estat. Un grup d'alumnes arrodoneix la quantitat de 1,392 a 1,40€. El professor ha de fer la reflexió de si és molt o poc aquest cèntim de diferència que tenen amb els altres grups. Inicialment creuen que és insignificant però més endavant s'adonen de la importància en multiplicar-ho per la quantitat de missatges que pot arribar a rebre la companyia.

**Durada de la promoció:** Aquest càlcul comporta un recompte de dies, per al qual s'utilitzen diferents estratègies. Hi ha un grup que agafa l'agenda i compta els dies un a un; un altre grup compta 13 setmanes i multiplica per 7 obtenint 91 dies; altres compten els dies que resten de març ho sumen amb els 30 dies d'abril, els 31 de maig i els 14 de juny. Un grup a l'hora de comptar els dies que queden del mes de març, resta 31 menys 16 i en el recompte total obté 90 enlloc de 91 perquè no hi ha el dia 16.

**Interpretació dels decimals:** A l'hora de treballar amb decimals ens adonem que alguns alumnes de primer d'ESO tenen seriosos dubtes; es pregunten, per exemple, si han de dividir per 1,2 € o per 1,20 €, el professor vol saber quina diferència hi ha, i un alumne respon que 1,20 és més gran que 1,2. En aquest moment el professor s'adona que hi ha conceptes sobre la numeració decimal no assolits i dona peu a repassar-ho a la pissarra. Amb alumnes més grans no trobem aquest problema però igualment els costa la interpretació de la coma decimal de la calculadora.

**Número mínim de missatges:** En calcular el número mínim de missatges que ha de rebre la companyia per a poder repartir els premis i no perdre diners, ens trobem primer de tot amb un dubte d'interpretació d'enunciat; no està clar si l'últim dia de la promoció es reparteixen 50.000€ i a més el premi especial d'un milió d'euros o només un milió d'euros. Diríem que en l'enunciat del problema no queda ben especificat i es poden donar per bones les dues interpretacions, tenint un recompte de diners repartits entre els clients i guanyats per la companyia diferent en cada cas. En segon lloc la majoria d'alumnes divideixen la quantitat d'euros a repartir en premis per 1,392 que és el cost del missatge pel client. No diferencien entre els 1,20 € que són per la companyia i l'IVA que és per l'Estat.

**Premis diferents, probabilitats diferents:** Els alumnes que han fet l'activitat (primer i tercer de secundària) encara no han estudiat el tema de probabilitat



però entenen que la probabilitat surt de considerar una possibilitat entre tantes. Aquest “tantes” és la quantitat de missatges que rep la companyia, però alguns grups posen el número mínim de missatges que han calculat anteriorment per a què la companyia no perdi diners. Un grup divideix el número de missatges entre el total de dies de la promoció (91) perquè hi ha un sorteig cada dia. Així li dóna 1 entre 41.667 si es miren els missatges per dia que hauria de rebre la companyia, o 1 entre 4.625.000 si es miren els missatges al llarg de tota la promoció i es té en compte el repartiment de tots els premis. Cal discutir, a classe, però, el fet que si no has enviat cinc missatges ja no tens cap probabilitat de guanyar el milió. El temps de les sessions no permet fer tots els càlculs de probabilitat involucrats en el problema. Tanmateix, en relació al premi del milió i a diferència del que ocorre amb el premi diari, els alumnes s'indignen en veure que la majoria de missatges enviats per concursar hauran estat rebutjats per no haver-ne enviat cinc, cosa que és ignorat si no s'han llegit les bases. Així doncs, la reflexió és que aquesta publicitat és enganyosa o, si més no, no informa prou bé de les condicions de participació.

**Publicitat enganyosa?:** Els anuncis de televisió han de ser el màxim d'atractius en un temps mínim degut al cost d'emissió. Això podria justificar en part el fet que sovint hi hagi informació absent o que es vegi poc. L'activitat és bona per a créixer en el sentit d'adquirir bons hàbits de consum. Els alumnes coincideixen en què la facilitat d'enviar un missatge tan curt porta a una participació ràpida i impulsiva, passant per alt la possible manca de dades i la poca probabilitat que toqui algun dels premis.

### TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 3r d'ESO il·lustra la discussió al voltant del *cost d'un missatge* i el treball sobre la *interpretació d'impostos*.

P: Anem a treure conclusions de l'activitat. Què us ha semblat? Fàcil, difícil?...

A1: Normal

A2: Falç

A3: Una estafa

P: A veure, falç? Que vol dir falç?

A2: Que no pot ser que regalin un milió.

P: L'Anna deia una estafa. Per què una estafa?

A3: Perquè ells guanyen més diners.

A1: I què? És normal que guanyin diners.

P: A veure, si una persona envia cinquanta missatges i li toca perfecte, però quan envies un missatge ets conscient del que estàs gastant?

A: Sí.

P: Creieu que és possible que algú enviï cinquanta missatges?

A: Clar!

P: És molt, no? Quan es gastaria enviant aquests hipotètics cinquanta missatges?

A1: Seixanta-nou coma cinc euros.

P: Com ho has calculat?

A1: Un missatge val u coma trenta-nou i ho he multiplicat per cinquanta.  
P: D'on surt el u coma trenta-nou?  
A1: De u coma vint més IVA.  
P: Com l'has calculat l'IVA?  
A1: Fent el setze per cent.  
P: I com ho has fet?  
A1: Hem multiplicat el u coma dos per setze i ho hem dividit per cent, ens ha donat zero coma cent noranta-dos i després l'hem sumat amb el u coma vint i hem trobat el u coma tres-cents noranta-dos.  
P: Val i perquè heu tret el dos final?  
A1: Perquè el trenta-nou són cèntims i no hi ha res més després dels cèntims.  
A2: Perquè no hi ha una unitat més petita que el cèntim.  
P: Una altra pregunta, perquè l'IVA és un setze %?  
A2: Perquè no és un producte de primera necessitat.  
P: Molt bé. Sabeu quin IVA s'aplica als productes de primera necessitat?  
A1: Sí, un set per cent.  
P: Molt bé, i sabeu què és l'IVA?  
A3: Impostos.  
P: I per tant aquests diners per a qui son? Per la companyia de telèfons?  
A1: Sí.  
A4: No, per l'Estat.  
P: Correcte, els impostos van a l'Estat. Continuem. Estàvem parlant de quant ens costaria enviar cinquanta missatges.  
A4: A nosaltres ens ha donat setanta euros perquè hem dit que enviar un missatge val u coma quaranta.  
P: Mireu nois, el grup de la Berta, l'Arnau i en Pau tenen moltes ganades d'arrodonir i han comptat u coma quaranta per cada missatge. És just?  
A4: Només és un cèntim més i no passa res per un cèntim. Serien cinquanta cèntims més si enviem cinquanta missatges.  
P: Però quants missatges heu calculat que s'han hagut d'enviar?  
A2: Set milions vuit-cents setze mil.  
P: Llavors si multipliquem per u coma trenta-nou o per u coma quaranta donarà diferent. Quant guanyarà la companyia per aquest arrodoniment que han fet els vostres companys?  
A3: Un cèntim per missatge.  
P: I quants cèntims seran doncs?  
A3: Set milions vuit-cents setze mil cèntims.  
P: Quants euros són?  
A2: Setanta-vuit mil cent seixanta.  
P: Fixeu-vos que per nosaltres un cèntim no és res, potser el trobem al terra i no l'agafem, però per la companyia de telèfons suposa un guany de setanta-vuit mil euros.

## VIVIM A CATALUNYA

*Si el món tingués 100 persones, 13 serien americans, 12 europeus, 13 africans, 61 asiàtics i 1 sola persona viuria a Oceania.*

ACTIVITAT: A la xarxa podeu trobar un web comparatiu dels habitants del món amb un poble de 100 persones (www.binsworld.com). Anem a fer el mateix amb Catalunya per tal de conèixer millor el nostre país.



Sabent que a Catalunya hi ha 7.094.216 habitants (segons l'estimació de l'Institut d'Estadística de Catalunya a l'any 2006), repartits així per províncies:

| Província | Habitants |
|-----------|-----------|
| Barcelona | 5.264.523 |
| Girona    | 685.708   |
| Lleida    | 405.948   |
| Tarragona | 738.037   |

Calculeu quants habitants corresponen a cada província en aquest poble imaginari de 100 persones. Expliqueu com heu fet els càlculs i justifiqueu-los.

Ompliu el mapa adjunt (full DIN A3) entre tots amb les dades del càlcul anterior. Per a que el gràfic sigui molt visual caldria pintar-lo. Com ho podem fer per a veure la diferència de densitat de població?

Repartiu-vos els sectors que trobareu a continuació, dels anys 2006–2007, entre els grups de classe. Calculeu el que correspondria a cada sector en aquest món de 100 persones ajudant-vos amb les taules que hi ha al final.

Sectors:

1. la comunitat educativa (nombre d'alumnes i de professors)
2. els sectors d'ocupació (nombre de persones que treballen en agricultura, indústria, construcció, serveis)
3. la procedència de la població (nombre de persones segons nacionalitats)
4. el parc d'automòbils (nombre de turismes, motocicletes, tractors industrials, furgonetes i camions, autobusos)
5. els residus generats (quantitat de vidre, paper, llaunes, matèria orgànica,...)
6. les pràctiques en temps de lleure (quantes persones dediquen el temps lliure a llegir, escoltar música, anar al cinema, teatre, mirar la televisió, jugar a la consola, xatejar per internet...)
7. la llengua pròpia (nombre de persones que s'identifiquen amb el català, el castellà, ambdues, o altres)
8. les despeses per persona (quantitat d'euros que gastem en alimentació, begudes, vestuari, habitatge, salut, educació, transport,...)

Feu un dibuix representatiu per a cada unitat del vostre sector (exemple: un ninot petit representarà un nen i un ninot gran representarà un adult) i enganxeu la informació amb els ninots de cada sector en el mapa de Catalunya.

## FITXA PEL PROFESSORAT

Ubicació recomanada: 1r cicle ESO

### Material:

- Calculadora
- Llapis de colors
- Cartolina
- Folis
- Taules estadístiques

### 2.14 Població, 2007. Per nacionalitat, Comarques, àmbits i províncies.

|                     | Espanyola        | Resta UE       | Resta d'Europa | Àfrica         | Amèrica del Nord i Central | Amèrica del Sud | Àsia i Oceania | Total            |
|---------------------|------------------|----------------|----------------|----------------|----------------------------|-----------------|----------------|------------------|
| Alt Camp            | 38 077           | 1 218          | 301            | 2 017          | 142                        | 730             | 101            | 42 586           |
| Alt Empordà         | 98 581           | 12 401         | 1 568          | 9 396          | 919                        | 5 744           | 549            | 129 158          |
| Alt Penedès         | 87 734           | 1 762          | 438            | 5 239          | 294                        | 3 040           | 349            | 98 856           |
| Alt Urgell          | 18 789           | 1 365          | 259            | 228            | 122                        | 747             | 56             | 21 566           |
| Alta Ribagorça      | 3 541            | 255            | 40             | 109            | 4                          | 168             | 6              | 4 133            |
| Anoia               | 102 330          | 1 743          | 507            | 4 462          | 322                        | 1 947           | 344            | 111 655          |
| Bages               | 160 415          | 3 317          | 688            | 7 701          | 522                        | 3 498           | 705            | 176 846          |
| Baix Camp           | 150 869          | 9 732          | 1 233          | 9 529          | 910                        | 6 771           | 1 052          | 180 196          |
| Baix Ebre           | 65 227           | 6 056          | 984            | 3 317          | 144                        | 1 405           | 1 455          | 78 590           |
| Baix Empordà        | 102 032          | 7 672          | 1 640          | 10 146         | 916                        | 3 448           | 596            | 126 450          |
| Baix Llobregat      | 694 882          | 17 242         | 2 458          | 20 440         | 2 852                      | 30 064          | 3 578          | 771 516          |
| Baix Penedès        | 77 986           | 3 143          | 509            | 5 353          | 421                        | 3 185           | 294            | 90 891           |
| Barcelonès          | 1 867 047        | 66 613         | 14 721         | 35 448         | 25 604                     | 143 831         | 59 394         | 2 212 658        |
| Berguedà            | 37 258           | 973            | 200            | 975            | 117                        | 828             | 128            | 40 479           |
| Cerdanya            | 14 916           | 889            | 225            | 199            | 67                         | 1 425           | 23             | 17 744           |
| Conca de Barberà    | 18 630           | 804            | 156            | 662            | 31                         | 320             | 111            | 20 714           |
| Garraf              | 117 029          | 8 427          | 731            | 3 196          | 759                        | 5 712           | 474            | 136 328          |
| Garrigues           | 18 189           | 1 013          | 45             | 586            | 17                         | 89              | 40             | 19 979           |
| Garrotxa            | 46 434           | 1 226          | 262            | 2 502          | 330                        | 838             | 1 915          | 53 507           |
| Gironès             | 139 358          | 5 130          | 1 282          | 13 724         | 3 529                      | 5 351           | 1 250          | 169 624          |
| Maresme             | 367 822          | 8 884          | 1 482          | 19 751         | 1 730                      | 11 579          | 2 833          | 414 081          |
| Montsià             | 55 626           | 7 109          | 839            | 1 736          | 118                        | 1 965           | 441            | 67 834           |
| Noguera             | 33 538           | 2 111          | 293            | 1 758          | 52                         | 729             | 115            | 38 596           |
| Osona               | 128 421          | 2 137          | 375            | 11 984         | 324                        | 3 119           | 778            | 147 138          |
| Pallars Jussà       | 12 041           | 555            | 89             | 325            | 65                         | 378             | 14             | 13 467           |
| Pallars Sobirà      | 6 366            | 392            | 17             | 82             | 13                         | 317             | 4              | 7 191            |
| Pla d'Urgell        | 29 541           | 1 998          | 211            | 2 348          | 46                         | 675             | 157            | 34 976           |
| Pla de l'Estany     | 25 082           | 623            | 126            | 2 083          | 158                        | 621             | 200            | 28 893           |
| Priorat             | 8 897            | 460            | 27             | 250            | 20                         | 112             | 19             | 9 785            |
| Ribera d'Ebre       | 20 431           | 1 795          | 116            | 663            | 18                         | 226             | 70             | 23 319           |
| Ripollès            | 24 739           | 319            | 58             | 773            | 95                         | 534             | 58             | 26 576           |
| Segarra             | 17 228           | 1 347          | 1 077          | 1 601          | 104                        | 287             | 59             | 21 703           |
| Segrià              | 164 440          | 7 320          | 1 108          | 11 125         | 725                        | 4 881           | 959            | 190 558          |
| Selva               | 129 040          | 10 415         | 2 487          | 6 951          | 950                        | 5 710           | 2 121          | 157 674          |
| Solsonès            | 11 698           | 422            | 67             | 867            | 30                         | 247             | 70             | 13 401           |
| Tarragonès          | 194 115          | 10 565         | 2 043          | 11 665         | 1 341                      | 9 286           | 2 146          | 231 161          |
| Terra Alta          | 11 436           | 1 027          | 25             | 58             | 37                         | 94              | 42             | 12 719           |
| Urgell              | 29 844           | 1 489          | 423            | 2 366          | 219                        | 524             | 150            | 35 015           |
| Val d'Aran          | 7 973            | 764            | 41             | 423            | 70                         | 527             | 17             | 9 815            |
| Valles Occidental   | 762 152          | 14 332         | 2 527          | 25 110         | 4 360                      | 33 367          | 4 094          | 845 942          |
| Valles Oriental     | 338 247          | 5 658          | 1 299          | 15 868         | 1 158                      | 13 733          | 1 235          | 377 198          |
| <b>Catalunya</b>    | <b>6 238 001</b> | <b>230 705</b> | <b>43 037</b>  | <b>253 016</b> | <b>49 655</b>              | <b>308 052</b>  | <b>88 042</b>  | <b>7 210 508</b> |
| Àmbit Metropolità   | 4 234 913        | 122 918        | 23 656         | 125 052        | 36 757                     | 241 326         | 71 957         | 4 856 579        |
| Comarques Gironines | 565 266          | 37 786         | 7 423          | 45 575         | 6 897                      | 22 246          | 6 689          | 691 882          |
| Camp de Tarragona   | 488 574          | 25 922         | 4 329          | 29 476         | 2 865                      | 20 404          | 3 763          | 575 333          |
| Terres de l'Ebre    | 152 720          | 15 989         | 1 964          | 5 774          | 317                        | 3 690           | 2 008          | 182 462          |
| Àmbit de Ponent     | 292 780          | 15 278         | 3 157          | 19 784         | 1 163                      | 7 185           | 1 480          | 340 827          |
| Comarques Centrals  | 440 122          | 8 592          | 1 837          | 25 989         | 1 315                      | 9 639           | 2 025          | 489 519          |
| Alt Pirineu i Aran  | 63 626           | 4 220          | 671            | 1 366          | 341                        | 3 562           | 120            | 73 906           |
| Barcelona           | 4 663 250        | 131 058        | 25 420         | 150 126        | 38 044                     | 250 705         | 73 910         | 5 332 513        |
| Girona              | 577 002          | 38 508         | 7 641          | 45 779         | 6 961                      | 23 585          | 6 709          | 706 185          |
| Lleida              | 356 455          | 19 228         | 3 683          | 21 861         | 1 468                      | 9 668           | 1 652          | 414 015          |
| Tarragona           | 641 294          | 41 911         | 6 293          | 35 250         | 3 182                      | 24 094          | 5 771          | 757 795          |

Font: Institut d'Estadística de Catalunya. Padró municipal d'habitants.

Gràfic 1. Exemple de taula estadística extreta del web de l'INE

### Blocs de continguts:

- Nombres i càlcul
- Tractament de la informació
- Resolució de problemes

**Dinàmica de treball:** Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es fa una introducció de l'activitat i s'encarrega a cada grup el treball d'un parell de sectors. Per a reflectir la feina feta, entre tota la classe es farà un mural amb el mapa de Catalunya on cada grup enganxarà els pictogrames amb els seus resultats.

**Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin
- Utilitzar sistemes convencionals de representació espacial (maquetes, plànols, mapes,...)per obtenir o comunicar informació relativa a l'espai físic.
- Interpretar i presentar informació a partir de l'ús de taules, gràfics i paràmetres estadístics i valorar la seva utilitat en la societat.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

**Interpretar comparativament el món on vivim:** Les quantitats grans solen ser difícils de comprendre per la majoria d'alumnes i també per molts adults. És per aquest motiu que en molts llocs, premsa especialment i mitjans de comunicació audiovisual, opten per donar dades comparatives i així facilitar la comprensió de la magnitud de les dades expressades. Aquesta activitat pretén que els alumnes aprenguin a fer aquestes comparatives i interpretar millor el món on vivim.

**Destriar la informació rellevant:** A l'hora de triar les dades que es necessiten de cada sector en les taules estadístiques proporcionades, els alumnes han de fer una bona lectura, pausada i comprensiva, on troben dificultats pel fet que, per exemple, hi ha més dades de les que necessiten, algunes estan expressades en percentatges, s'han de buscar en relació a l'any demanat. Aquests aspectes són importants per a no fer errades en la comparativa amb un món de 100 persones.

**Esbrinar la importància dels decimals en l'estadística:** En aquesta activitat apareixen molts càlculs amb números decimals. La necessitat d'aproximar per defecte, excés o arrodoniment implica una variació en els càlculs que repercuteix en els totals. També es treballa el significat dels decimals en les estadístiques.

**Representar la informació trobada:** En el món on vivim predominen els mitjans audiovisuals. La informació visual es capta ràpidament i sense pràcticament esforç. Això implica que la comunicació visual sigui imprescindible avui en dia. Aquesta activitat pretén també que els alumnes

siguin creatius, sense perdre de vista el rigor de les dades, i dissenyin pictogrames per a transmetre la informació trobada.

### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 1r curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Càlcul dels número d'habitants per província:** A partir de la població total de Catalunya i amb la distribució d'habitants per províncies, tots els alumnes recorren a la regla de tres per a trobar la comparativa en el poble imaginari de 100 persones. Apareixen problemes quan els resultats dels càlculs són números decimals. La majoria de grups entenen que treballem amb persones i que no té sentit la part decimal. En demanar-los que prenguin decisions raonades, alguns opten per arrodonir i altres per aproximar per defecte. Més endavant s'adonen que les decisions preses comporten conseqüències: els habitants ja no són 100. Aquest fet fa repensar els càlculs i el grup que havia aproximat per defecte acaba arrodonint.

**Representació visual de la densitat de població:** Els alumnes d'aquesta aula estan acostumats a consultar atles i ràpidament surt la idea de pintar amb un color més fort la província més poblada. Algun grup havia apuntat pintar les províncies de diferents colors i fer una llegenda al peu del mapa.

**Interpretació de les taules estadístiques:** Les taules estadístiques lliurades als alumnes contenen molta informació. Els alumnes han de buscar la informació demanada. En general els costa molt per diferents motius: el grup que analitzava els sectors d'ocupació no veien que les xifres de la taules eren milers i quan ho van veure no tenien clar com multiplicar per mil els números decimals. El grup que treballava la procedència de la població, van tenir una discussió al voltant de si els catalans estaven inclosos o no en la nacionalitat espanyola. Aquest mateix grup treballava també el parc automobilístic i no va tenir cap problema. De seguida van entendre que per saber el total havien de sumar tots els tipus de vehicles de la taula i fer una proporció. El grup que treballava els residus no es va adonar que les quantitats eren tones i van haver de rectificar els càlculs després que el professor els fes adonar de l'errada. Els altres sectors no van tenir cap problema.

**Elaboració dels pictogrames:** La majoria d'alumnes decideixen fer diagrames de sectors per representar les seves dades. Tornen a fer una regla de tres per a trobar els graus de cada sector.

### TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 1r ESO il·lustra la discussió al voltant del *càlcul dels número d'habitants per província*, i el treball sobre *esbrinar la importància dels decimals en l'estadística*.

P: L'activitat diu que si Catalunya fos un poble de cent persones, quantes persones viurien a Barcelona, quantes a Girona,... Com ho fareu?

A1: Fent proporcions.

P: Val, i com ho fareu?

A2: Agafant el total i veient com es redueix a cent.

P: Quin és el total d'habitants de Catalunya?

A2: Doncs set milions noranta-quatre mil dos-cents setze.

P: I ara?

A1: El total ha de ser cent i hem de veure quants de cent viuen a Barcelona, doncs fem un tant per cent.

P: Val, i com el feu el tant per cent?

A1: Com una regla de tres. Si set milions i pico és cent, cinc milions i pico de Barcelona seran ics.

P: D'acord, anem a veure què us dóna.

A1: A Barcelona setanta-quatre.

A2: No, setanta-quatre coma vint.

A1: Es que nom podem partir les persones, hem d'agafar només els enters.

P: Heu calculat els habitants de cada província?

A2: Jo sí, i sumant-ho tot al final em dóna 99,99.

P: Perquè 99,99?

A2: No sé, hauria de donar 100.

P: Què creus que passa?

A2: Potser no he arrodonit bé.

P: Com has fet la operació?

A2: He multiplicat els habitants de Barcelona, cinc milions dos-cents seixanta-quatre mil cinc-cents vint-i-tres, per cent i he dividit per set milions noranta-quatre mil dos-cents setze. M'ha donat setanta-quatre coma dos zero vuit sis...

P: Ja ho veig, has agafat els dos primers decimals però no has mirat el tercer. Has aproximat per defecte.

A2: Ah clar! He de posar coma vint-i-u.

P: Com es diu aquesta aproximació que mirem el decimal següent?

A2: Arrodoniment.

P: Bé.

A1: Jo crec que no hem d'agafar decimals, si parlem de persones no les podem dividir, a Barcelona n'hi haurà setanta-quatre, a Girona nou, a Lleida cinc i a Tarragona deu. Però no suma cent.

P: Vegem perquè no suma cent, quan has calculat els habitants de Girona quin número t'ha donat?

A1: Nou coma seixanta-set.

P: I tu dius que hi haurà nou habitants?

A1: Sí perquè no arriba a deu.

P: Però ens acostem més a nou o a deu? Mira la part decimal.

A1: A deu.

P: Llavors com que estem fent aproximacions és més correcte el deu.

A1: D'acord, doncs a Lleida també hauré de canviar el cinc per un sis i el total ja donarà cent.



P: A veure, als altres grups, quantes persones hi hauria a Barcelona si Catalunya tingués 100 habitants?

A3: A nosaltres ens ha donat setanta-quatre coma dos.

A4: A nosaltres setanta-quatre.

P: Tenim diferents resultats: Un grup diu setanta-quatre habitants, l'altre setanta-quatre coma dos, i un altre setanta-quatre coma vint-i-u. Creieu que tots els resultats són bons?

A4: Jo crec que setanta-quatre.

A1: No, jo crec que quants més decimals millor perquè serà més exacte.

A4: Però les persones no es poden partir.

A2: No partim les persones, això són dades estadístiques. És com les estadístiques dels fills, que diuen que cada família té u coma dos fills. Ja ho sabem que no es pot tenir zero coma dos fills.

## SOM RICS

*Segons un informe de Barclays Wealth, el patrimoni que una persona ha d'acumular per ser considerada rica el 2008 ha d'ascendir com a mínim a 8,5 milions d'euros (10 milions de dòlars) en actius mentre que un estudi titulat 'El veritable valor de la riquesa', valora la riquesa en funció de la seva situació geogràfica, per exemple revela que en una mateixa ciutat com Nova York als barris perifèrics es considera ric qui guanya 200.000 dòlars l'any, mentre que al selecte Manhattan s'etiqueta com a ric qui en guanya a partir de 500.000.*

ACTIVITAT: Imagina que en Bill Gates (cofundador de l'empresa de software Microsoft) ha decidit donar una part de la seva fortuna als alumnes d'una classe d'ESO. S'ha fet un sorteig entre tots els alumnes d'Espanya i ens ha tocat a nosaltres. Ens donarà els diners si som capaços de calcular els euros que hi caben dins la nostra classe en bitllets de 500 €.

Sense fer cap càlcul escriviu el nombre aproximat d'euros que creus que sortirà.



Còpia d'un bitllet de 500 euros a escala 1:1

Abans de començar a calcular dissenyeu una estratègia que us permeti anar obtenint totes les dades necessàries. Expliqueu-la detalladament. Feu els càlculs seguint pas a pas l'estratègia que heu dissenyat anteriorment (recordeu donar la resposta en euros).

Compareu aquest resultat amb la predicció feta a la pàgina anterior. Creieu que heu fet una bona predicció? Per què?

Quants euros tocarien a cada alumne de la classe?

Imagineu que la condició per rebre els diners és fer la llista de les coses que comprariem amb aquests diners, detallant la quantitat assignada a cada apartat de manera que no en sobrin. Quina és la vostra llista?

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** Segon cicle ESO

### **Material:**

- Fulls de l'activitat
- Calculadora
- Cinta mètrica (per si la demanen)
- Paquet de folis (per si el demanen)

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Geometria
- Mesures
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. Es reparteix el full de l'activitat i se'ls demana que treballin de manera conjunta i anotant totes les operacions i opinions al respecte. Els alumnes segurament hauran de moure's per l'aula per tal de mesurar les dimensions. Un cop finalitzada l'activitat els grups hauran d'explicar els seus càlculs i de quina manera es gastaran els diners justificant les dades. La quantitat de diners és tant gran que segurament sortirà la compra d'algun jugador o club de futbol. En aquest moment es pot engegar un debat sobre l'ètica del futbol amb els diners o la desigualtat econòmica en el món.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics,...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.
- Mesurar de manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.
- Fer estimacions raonables de les magnituds més usuals i valorar críticament el resultat de les mesures realitzades.

- Usar els mètodes elementals de càlcul de distàncies, perímetres, superfícies i volums...en situacions que ho requereixin.

En particular, destaquem especialment les competències relatives a:

- **Desenvolupar estratègies per mesurar magnituds petites:** Per mesurar la llargada, amplada i alçada, els alumnes estan acostumats a utilitzar el regle convencional. En el món on vivim trobem objectes amb dimensions minúscules que el regle no pot mesurar (en aquest exemple el gruix d'un bitllet). Aleshores hem de recórrer a altres eines de mesura més precises o bé desenvolupar estratègies de mesura indirectes. El fet de provocar la creació d'aquestes estratègies fa créixer el pensament matemàtic dels alumnes i potenciar les habilitats deductives.
- **Interpretar un volum:** Quant a la mesura, és molt important desenvolupar la comprensió de les magnituds mesurables, en especial el volum. L'activitat pretén interpretar el volum de l'aula dels alumnes comparant-ho amb el volum d'un bitllet de 500.
- **Entendre les quantitats grans:** Al transformar en euros el volum de l'aula expressat en quantitat de bitllets, ens trobem amb una quantitat molt gran (depèn de les dimensions de l'aula). Al ser una quantitat tant gran, primer de tot cal saber-la llegir bé. Ens podem trobar que els alumnes confonguin bilió amb mil milions com en la nomenclatura anglosaxona.
- **Prendre consciència del valor econòmic de les coses:** Per prendre consciència del valor, en euros, de les coses, l'activitat demana fer una llista de com gastar els diners. Segurament els alumnes no estan acostumats a donar valors econòmics, però segur que han sentit a parlar a casa seva del valor d'un immoble, d'una propietat, d'un cotxe o fins i tot hauran llegit als diaris esportius el preu que paguen els clubs de futbol per fitxar un jugador. A partir d'aquí es pot engegar un debat interessant sobre la desigualtat econòmica en el món o bé la ètica del futbol,...

## EXPERIÈNCIA D'AULA

L'activitat s'ha passat en aules de 3r curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Estimació del volum de l'aula en euros:** Els nombres referents a la quantitat de diners que cabrien a l'aula són molt dispersos: 100 milions d'euros, 200 milions d'euros, un trilió d'euros, ...diuen una quantitat a l'atzar intentant que sigui un número molt gran.

**Càlcul de les dimensions del bitllet de 500:** Per mesurar la llargada i l'amplada del bitllet utilitzen el regle i surten valors diferents però propers: 7'9, 7'8, 8'1,...cm a l'amplada i 15'8, 15'9 o 16 cm per la llargada. El gruix no saben com fer-ho, alguns agafen el regle i veuen que és menys d'un mil·límetre, altres aproximen i diuen 0,1 però no queda clara la unitat. A un alumne de l'aula se li acut demanar un paquet de folis, mesurar-lo i dividir pel número de fulls. El

resultat obtingut és  $5,3 : 500 = 0,01$  cm. Un altre alumne doblega el bitllet fins a tenir un gruix mesurable i llavors divideix pel número de doblecs. Més tard s'adona que no coincideixen el número de doblecs amb el número de capes del bitllet.

**Mesures de l'aula:** Per calcular la quantitat d'euros que hi caben dins l'aula tenen clar que han de calcular el volum i saben que han de multiplicar les tres dimensions. Per mesurar un grup compta rajoles, un altre compta peus i un altre demana un regle gran o una cinta mètrica. En veure la cinta mètrica deixen les altres opcions i tots unifiquen els resultats de les dimensions.

**Capacitat d'euros dins l'aula:** Un cop calculat el volum de l'aula i el del bitllet, tots els grups divideixen els dos volums. La majoria no s'adona que el volum de l'aula està calculat en metres cúbics i el del bitllet en centímetres cúbics. Alguns no recorden la notació científica i tenen problemes a l'hora de desxifrar la quantitat que els posa la pantalla de la calculadora. La quantitat és tan gran que costa llegir-la. En aquest moment sorgeixen els dubtes en la lectura de números grans. Un bilió són mil milions? O un milió de milions? És un bon moment per aclarir aquests dubtes i també de comparar el resultat real amb el predit. Alguns casos s'adonen que havien dits una quantitat extremadament petita i d'altres al contrari.

**Com materialitzar els diners:** En demanar-los una llista detallada de coses que comprarien amb els diners s'adonen que han de comprar moltes coses i molt cares però tot i així els costa gastar tots els diners. Alguns opten per deixar-ne al banc, però l'activitat no contempla aquesta possibilitat. Així doncs acaben comprant jugadors o equips de futbol i s'engega un debat al voltant dels diners que mou el futbol. Els costa posar preu a les coses. Per exemple un alumne que volia comprar el "Camp Nou" n'hagués pagat 500 milions d'euros i un altre 1000 milions, la mateixa quantitat que un grup havia assignat a la compra d'una mansió de luxe.

## TRANSCRIPCIONS D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 3r ESO il·lustra la discussió al voltant del *càlcul de les dimensions del bitllet de 500*, i el treball sobre *desenvolupar estratègies per mesurar magnituds petites*.

P: Anem a veure les diferents maneres de trobar les dimensions del bitllet. Comencem per aquest grup.

A1: Jo he pensat en doblegar el bitllet fins que sigui més gruixut i ho pugui mesurar amb el regle, després divideixo pels doblecs que he fet i ja està.

P: La idea és molt bona, però segur que el número de doblecs coincideix amb el número de capes de paper? Penseu-ho.

Aquest altre grup, què ha pensat?

A2: Nosaltres creiem que necessitem algun aparell específic.

P: Sí, teniu raó, però pensem alguna estratègia per trobar la dada que ens falta amb el que tenim a l'aula.

I vosaltres?

A3: Nosaltres hem pensat en mesurar un paquet de folis i després dividir pel número de fulls.

P: Molt bona idea també. De moment tenim dues bones estratègies. Ara anem a comprovar si els resultats coincideixen.

El primer grup, quines dimensions té el bitllet?

A1: El gruix ens dóna 0,1 , la llargada 14,9 cm i l'amplada 7,8 cm.

P: I el grup que ha mesurat el gruix del paquet de folis?

A3: A nosaltres el paquet de folis ens ha donat 5,3 cm de gruix i dividit per 500 folis són 0,01 cm. La llargada 15 i l'amplada 7,9 cm.

P: Quina dimensió és la que no coincideix?

A: El gruix.

P: Quin resultat creieu que és més correcte?

A2: Jo crec que el que ha sortit de mesurar el paquet de folis perquè allà els folis estan ben col·locats i en canvi al doblegar pot ser que no els apremem bé.

P: El primer grup, torneu a fer el procediment per calcular el gruix del bitllet. ...Es posen a doblegar el bitllet que han retallat i mesuren:

A1: Ens dóna un mil·límetre i hi ha vuit capes.

P: Coincideixen les capes i els dobles?

A1: No, hem vist que en el primer doblec hi ha dues capes, en el segon quatre capes i en el tercer ja hi ha vuit capes.

P: Correcte, és una potència de dos. Bé, i quant us dóna?

A1: 1 mm dividit entre 8 ens dóna 0,125.

P: 0,125 mm, que en centímetres és...

A1: 0,0125cm

P: Val, llavors arrodonint ja us dóna com l'altre grup.

Bé, ara expliqueu com ho fareu per trobar els bitllets cinc-cents que hi caben a la vostra aula.

A3: Doncs, calculem el volum de la classe, el volum del bitllet i dividim.

P: D'acord. Teniu les dades per calcular el volum del bitllet?

A4: Sí, perquè el volum és àrea de la base per l'altura.

P: Correcte. Seguiu. El segon grup ja ha calculat les dimensions de l'aula. Com ho heu fet?

A2: Nosaltres hem comptat rajoles i que mesuren trenta centímetres de costat.

P: I l'alçada?

A2: No sé, necessitem un metre.

P: Jo tinc una cinta mètrica. Teniu.

A2: Gràcies.

## REPARTIM DESPESES

La comunitat de propietaris és l'òrgan que regula les relacions entre els propietaris dels habitatges d'un mateix edifici, i gestiona les incidències que puguin sorgir. Tot propietari d'un habitatge està sotmès a una sèrie d'obligacions, deures i drets que han de ser respectats per la resta de propietaris que integren la Comunitat de Veïns.

ACTIVITAT: La comunitat de propietaris on vius ha decidit fer obres per a rehabilitar la façana i canviar l'ascensor que tenia molts anys. Aquest any vosaltres sou els presidents de la comunitat i us toca vetllar per a què tot vagi bé. Heu de repartir adequadament les despeses entre els propietaris. En aquesta fitxa teniu el pressupost de l'empresa d'ascensors i el de la rehabilitació de façana.

Soluciones KONE para el Proyecto C.P. ~~CARAB~~ XULO, 113



### PROPUESTA ECONÓMICA

| Denominación                | Concepto  | Cant. | Importe Ud (€) | Importe Total (€) |
|-----------------------------|---|-------|----------------|-------------------|
| MAXISPACE _                 | KONE MaxiSpace de 9 paradas y 24,000 m de recorrido | 1     | 38.970,00      | 38.970,00         |
| SUBCONTRATACION: OBRA CIVIL | Obra civil  | 1     | 3.530,00       | 3.530,00          |
| <b>Importe Total</b>        |   |       |                | <b>42.500,00</b>  |

**Importe Total:** CUARENTA Y DOS MIL QUINIENTOS

**Impuestos No incluidos**

**Condiciones de Pago y Facturación:** 20% a la firma del contrato.

80% a la recepción de los materiales.

**Fecha de suministro de materiales:** La indicada en cada una de las unidades de la oferta, siempre y cuando la definición completa de los aparatos tenga lugar en la fecha indicada (incluidas medidas reales de hueco, acabados interiores de cabina y señalización).

**Fecha de entrega provisional:** La indicada en cada una de las unidades de la oferta, según fecha real de suministro de material y una vez cumplidos los Requisitos de Obra.

**Fecha prevista de entrega definitiva del proyecto:** Diciembre de 2009

**Fin de validez de la presente oferta:** 15.02.2009

Les despeses comunitàries es reparteixen de manera proporcional segons el coeficient de superfície dels habitatges (proporció entre la superfície d'una vivenda i la superfície total de la comunitat). Organitzeu-vos en grups de 3 o 4 i responsabilitzeu-vos de calcular quant han de pagar els propietaris per les obres segons aquest coeficient. Cada grup farà els càlculs de l'aparcament, les botigues i d'un replà de l'edifici. Tingueu en compte que les botigues no paguen les despeses de l'ascensor.



En el cas que decideixin repartir el pagament en mensualitats, quina quota hauran de pagar en el període d'un any?

Trobeu just que les botigues no paguin les despeses de l'ascensor? Us sembla bé aquesta forma de repartir les despeses? Si teniu una altra proposta de repartiment, redacteu-la per tal d'exposar-la a la propera reunió de propietaris.

CONSELL DE COL·LEGIS D'APARELLADORS I ARQUITECTES TÈCNICS DE CATALUNYA

COPLA

COMUNICACIÓ/NOTA ENCÀRREC I PRESSUPOST DE SERVEIS PROFESSIONALS

ALJ468  
23/ jul/2008

NOTA D'ENCÀRREC I PRESSUPOST  
Dipositant: CARRER XULO, 123  
Col·legiat: R. CASAS PETIT  
NIF: 7774

|  |  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
|--|--|--|--|---------------------|-----------------|---------------------|-----------------|--------------|---|-------------|---|-------------|--|------------------------|--|------------------------|---|---|---|---|--|--|--|--|---|--|---|
| PROMOTOR   | Nom i cognoms, o rati social: <b>COM. PROP. XULO, 123</b><br>CIF o NIF: <b>E-082455139</b>   |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
|  | Domicili: carrer, núm., pla, codi postal, població: <b>CARRER XULO, 123 - GIRONA -</b><br>Nom i cognoms del representant: <b>J. PLANA GRAN</b><br>NIF: <b>31.113.322-D</b>   |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| CONTRACTANT  | Nom i cognoms, o rati social: <b>NOVA CONSTRUCCIO SL</b><br>CIF o NIF: <b>B55322113</b>  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
|  | Domicili: carrer, núm., pla, codi postal, població: <b>COBARA ESTACIO 4 GIRONA</b><br>Nom i cognoms del representant: <b>A.FERNANDEZ COLOMA</b><br>NIF: <b>32.223.344-A</b>  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| ARQUITECTE TÈCNIC/A NO ATRIBUÏDA   | Nom i cognoms: <b>RAMON CASAS PETIT</b><br>Membre societat professional: <input type="checkbox"/><br>NIF: <b>7774 100 1</b>  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
|  | Domicili: carrer, núm., pla, codi postal, població: <b>CARRER DEL PONT VERD, 25 - MATARO</b><br>NIF: <b>42.331.133-M</b>   |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| ( ) Exercicio/m com a: <input checked="" type="checkbox"/> Liberal/s <input type="checkbox"/> Liberal/s en obra oficial <input type="checkbox"/> Funcionari/s <input type="checkbox"/> Assessoria/s<br>Declaro que no em trobo en situació d'inhabilitació professional ni afectada per incapacitat legal o causa de prohibició respecte a aquest encàrrec, i que disposo i mantindré vigent una assegurança que cobreix la responsabilitat civil que se'n pugui derivar.  |  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Codi lliure (1) d'intervenció: Descripció dels serveis professionals: <b>"ASUME-DIRECCIO" OBRES</b> Pressupost honoraris (opcional): <b>1780'62 €</b><br><b>DOC. TECN. OBRES MENJORES</b> <b>634'19 €</b><br><b>ERSS + COORD. S.S.</b> <b>623'22 €</b><br><b>"ASUME" MEDIOE ALIX</b> <b>748'08 €</b><br>Observacions: <b>40% (HNA) A LA ACQ., 30% (HNA) S/SISTENC., 30% (HNA) FINAL O.</b> Total IVA no inclou: <b>3768'11 €</b>   |  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| TIPOLOGIA D'OBRA: Descripció de l'obra: <b>REHABILITACIÓ FERRADA PRINCIPAL (A VIAL) COU</b><br>Tipus d'obra: <b>ESCALADORS Y MACOLUBUNA PROTECCIO ACERBA (COL·LECC. PARE.)</b><br>Emplaçament: carrer, núm., pla, codi postal, població: <b>CARRER XULO, 123 - GIRONA -</b><br>Tipus d'obra: <b>REHABILITACIÓ</b><br>Pressupost inicial d'execució material: <b>46262'00 €</b> Pressupost seguretat: <b>€</b>  |  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| OBJECTE DEL TREBALL: <table border="0"> <tr> <td>                     Nombre d'habitatges (al parcos) _____<br/>                     Nove creació _____ m<sup>2</sup> d'habitatges<br/>                     Existents _____ m<sup>2</sup> altres usos<br/>                     Dels quals són HPO _____ m<sup>2</sup> total edificació<br/>                     Alçada edifici sobre rasant _____ m<sup>2</sup> urbanització<br/>                     Nombre d'edificis _____ m<sup>2</sup> anderoç                 </td> <td>                     DADES ESTADÍSTIQUES:                     <table border="0"> <tr> <td>Edificació</td> <td>Plantes</td> <td>Sup. m<sup>2</sup></td> <td>Us de l'edifici</td> </tr> <tr> <td>Sobre rasant</td> <td></td> <td></td> <td><input type="checkbox"/> Venda <input type="checkbox"/> Lloguer <input type="checkbox"/> Ús propi</td> </tr> <tr> <td>Sota rasant</td> <td></td> <td></td> <td>Geotècnic: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No</td> </tr> <tr> <td>Edifici entre mitgeres</td> <td>No <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td>Control de qualitat extern: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No</td> </tr> <tr> <td>Un costat <input type="checkbox"/> Més d'un costat <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>Nivell control: <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Reduït <input type="checkbox"/> Alt</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>Companyia asseguradora (denominació de dades)</td> </tr> </table> </td> </tr> </table> |  | Nombre d'habitatges (al parcos) _____<br>Nove creació _____ m <sup>2</sup> d'habitatges<br>Existents _____ m <sup>2</sup> altres usos<br>Dels quals són HPO _____ m <sup>2</sup> total edificació<br>Alçada edifici sobre rasant _____ m <sup>2</sup> urbanització<br>Nombre d'edificis _____ m <sup>2</sup> anderoç | DADES ESTADÍSTIQUES: <table border="0"> <tr> <td>Edificació</td> <td>Plantes</td> <td>Sup. m<sup>2</sup></td> <td>Us de l'edifici</td> </tr> <tr> <td>Sobre rasant</td> <td></td> <td></td> <td><input type="checkbox"/> Venda <input type="checkbox"/> Lloguer <input type="checkbox"/> Ús propi</td> </tr> <tr> <td>Sota rasant</td> <td></td> <td></td> <td>Geotècnic: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No</td> </tr> <tr> <td>Edifici entre mitgeres</td> <td>No <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td>Control de qualitat extern: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No</td> </tr> <tr> <td>Un costat <input type="checkbox"/> Més d'un costat <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>Nivell control: <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Reduït <input type="checkbox"/> Alt</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>Companyia asseguradora (denominació de dades)</td> </tr> </table> | Edificació          | Plantes         | Sup. m <sup>2</sup> | Us de l'edifici | Sobre rasant |   |             | <input type="checkbox"/> Venda <input type="checkbox"/> Lloguer <input type="checkbox"/> Ús propi | Sota rasant |  |                        | Geotècnic: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No | Edifici entre mitgeres | No <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/>                             |   | Control de qualitat extern: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No | Un costat <input type="checkbox"/> Més d'un costat <input type="checkbox"/> |  |  | Nivell control: <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Reduït <input type="checkbox"/> Alt |  |   |  | Companyia asseguradora (denominació de dades) |
| Nombre d'habitatges (al parcos) _____<br>Nove creació _____ m <sup>2</sup> d'habitatges<br>Existents _____ m <sup>2</sup> altres usos<br>Dels quals són HPO _____ m <sup>2</sup> total edificació<br>Alçada edifici sobre rasant _____ m <sup>2</sup> urbanització<br>Nombre d'edificis _____ m <sup>2</sup> anderoç   | DADES ESTADÍSTIQUES: <table border="0"> <tr> <td>Edificació</td> <td>Plantes</td> <td>Sup. m<sup>2</sup></td> <td>Us de l'edifici</td> </tr> <tr> <td>Sobre rasant</td> <td></td> <td></td> <td><input type="checkbox"/> Venda <input type="checkbox"/> Lloguer <input type="checkbox"/> Ús propi</td> </tr> <tr> <td>Sota rasant</td> <td></td> <td></td> <td>Geotècnic: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No</td> </tr> <tr> <td>Edifici entre mitgeres</td> <td>No <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td>Control de qualitat extern: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No</td> </tr> <tr> <td>Un costat <input type="checkbox"/> Més d'un costat <input type="checkbox"/></td> <td></td> <td></td> <td>Nivell control: <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Reduït <input type="checkbox"/> Alt</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td>Companyia asseguradora (denominació de dades)</td> </tr> </table> | Edificació   | Plantes  | Sup. m <sup>2</sup> | Us de l'edifici | Sobre rasant        |                 |              | <input type="checkbox"/> Venda <input type="checkbox"/> Lloguer <input type="checkbox"/> Ús propi | Sota rasant |   |             | Geotècnic: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No | Edifici entre mitgeres | No <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/>            |                        | Control de qualitat extern: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No | Un costat <input type="checkbox"/> Més d'un costat <input type="checkbox"/> |   |   | Nivell control: <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Reduït <input type="checkbox"/> Alt |  |  |  | Companyia asseguradora (denominació de dades) |  |   |
| Edificació   | Plantes  | Sup. m <sup>2</sup>  | Us de l'edifici  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Sobre rasant   |  |  | <input type="checkbox"/> Venda <input type="checkbox"/> Lloguer <input type="checkbox"/> Ús propi  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Sota rasant  |  |  | Geotècnic: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No   |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Edifici entre mitgeres   | No <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/>  |  | Control de qualitat extern: <input type="checkbox"/> Sí <input type="checkbox"/> No  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Un costat <input type="checkbox"/> Més d'un costat <input type="checkbox"/>  |  |  | Nivell control: <input type="checkbox"/> Normal <input type="checkbox"/> Reduït <input type="checkbox"/> Alt   |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
|  |  |  | Companyia asseguradora (denominació de dades)  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Segons el projecte redactat per: _____ Vest. núm.: _____ Data Vist: _____<br>Titulació: _____<br>Conjuntament amb els facultatius: _____ Que intervien com a: _____ Titulació: _____   |  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |
| Els signants sol·licitem al Col·legi de <b>CAATIS</b> el vist de la intervenció professional i la documentació corresponent i autoritzem el Col·legi a la utilització informativa d'aquestes dades a efecte professional i estadístic.<br>Lloc i data: <b>BEN, A 16/JUNIO/2008</b>   |  |  |  |                     |                 |                     |                 |              |   |             |   |             |  |                        |  |                        |   |   |   |   |  |  |  |  |   |  |   |

| <b>COMUNITAT PROPIETARIS<br/>CARRER XULO, 123<br/>GIRONA</b> |                   |                                   |                   |
|--|-------------------|-----------------------------------|-------------------|
| <b>ENTITAT</b>   | <b>PROPIETARI</b> | <b>SUPERFÍCIE (m<sup>2</sup>)</b> | <b>COEFICIENT</b> |
| APARC.   | 20 PLACES IGUALS  | 615                               |                   |
| BOTIGA -D-   | FORNER            | 150                               |                   |
| BOTIGA -E-   | DENTAL            | 120                               |                   |
| ENT-1  | PUIG              | 60                                |                   |
| ENT-2  | MARTÍ             | 75                                |                   |
| ENT-3  | CHECA             | 60                                |                   |
| ENT-4  | MARTÍNEZ          | 75                                |                   |
| PRI-1  | GIL               | 120                               |                   |
| PRI-2  | BARRON            | 85                                |                   |
| PRI-3  | LÓPEZ             | 65                                |                   |
| SEG-1  | HERNÁNDEZ         | 120                               |                   |
| SEG-2  | GUTIÉRREZ         | 85                                |                   |
| SEG-3  | MONTE             | 65                                |                   |
| TER-1  | PEDROL            | 120                               |                   |
| TER-2  | SALLÉS            | 85                                |                   |
| TER-3  | VÁZQUEZ           | 65                                |                   |
| ATI-1  | SAMPERA           | 90                                |                   |
| ATI-2  | GUIJOSA           | 70                                |                   |
| S/ATIC   | ROIG              | 75                                |                   |

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 1r cicle ESO

### **Material:**

- Fulls de l'activitat
- Calculadora
- Ordinador (opcional per consultes)

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Tractament de la informació
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es distribueixen els alumnes en grups de 3 o 4. El professor reparteix els fulls de l'activitat, fa una breu introducció i reparteix la feina de la següent manera: cada grup farà els càlculs referents a l'aparcament, les botigues i un replà (un grup entresols, l'altre els primers, l'altre els segons, l'altre els tercers i l'últim els àtics i sobreàtic). Un cop finalitzada l'activitat en els diferents grups el professor reparteix la graella-solucionari amb els càlculs dels coeficients i despeses per propietaris per tal que facin una autocorrecció. Aquesta autocorrecció pretén detectar errors i poder trobar el perquè amb més rapidesa. En acabat es fa una posada en comú per esbrinar de quina manera han fet els càlculs i quines propostes de repartiment de despeses han acordat.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode adequat de càlcul (mental, algorismes, mitjans tecnològics,...) davant d'una situació donada i aplicar-lo de manera eficient.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.
- Resoldre problemes que impliquin càlculs percentuals, de IVA, de tipus d'interès,... relacionats amb l'administració de rendes pròpies.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Desenvolupar la capacitat d'intervenir activament en la societat:** Aquesta activitat presenta un cas real de repartiment de despeses en una comunitat de propietaris. L'activitat pretén l'aprenentatge de la capacitat d'intervenir activament i críticament en la societat que ens ha tocat viure i esdevenir persones responsables, autònomes i integrades socialment, per exercir la ciutadania activa i incorporar-se a la vida adulta de manera satisfactòria.
- **Comunicar oralment:** Conversar, escoltar i expressar-se són capacitats importants quan convivim en societat. L'últim apartat de l'activitat pretén entrenar els alumnes a expressar la seva opinió i escoltar als altres de la mateixa manera que possiblement en un futur no gaire llunyà hauran de fer. Per tot això cal valorar en les exposicions alguns recursos comunicatius com: la descripció, l'explicació, les justificacions o les argumentacions.
- **Acceptar les idees dels altres:** Un denominador comú de les activitats presentades en aquest treball és el treball en grup que comporta prendre decisions conjuntes. Aquesta activitat concreta planteja una situació d'acords conjunts que reforça aquest comportament social i exemplifica una de tantes situacions de la vida real en que cal l'acceptació d'idees d'altres membres amb els que convivim. Aquesta és una competència social i ciutadana bàsica per a la bona convivència.
- **Comprensió de diferents situacions de proporcionalitat:** No és el mateix fer un repartiment proporcional en el cas de 19 propietaris que en el cas de 17 (descomptant les botigues). Quan la llei que regula les comunitats de propietaris ens indica que les despeses comunitàries s'han de repartir segons el coeficient de superfície dels habitatges, tendim a pensar que aquest coeficient sempre serà sempre el mateix perquè la superfície del nostre habitatge no varia. En aquesta activitat es presenten el cas del repartiment de les despeses de l'ascensor, on les botigues no estan incloses) i per tant la superfície total sí que varia provocant que el coeficient individual també.
- **Interpretació de pressupostos:** En la vida adulta hem de fer front moltes vegades a documents poc aclaridors i difícils d'interpretar. Per aquest motiu hem agafat dos models de pressupostos reals i actuals per a poder desxifrar i fer tots els càlculs necessaris posant-nos en el cas d'un propietari.

### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 2n curs d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Identificació de dades:** Els costa molt distingir entre els dos pressupostos quin és el de l'ascensor i quin és el de la façana perquè els impresos dels pressupostos no ho especifiquen. En un requadre del pressupost d'arranjament de la façana es pot llegir una frase que diu: "rehabilitación fachada principal". Si

els alumnes llegeixen detingudament el pressupost fins arribar a aquest requadre ja tenen identificat un pressupost i lògicament també l'altre. Un cop esbrinada aquesta qüestió també tenen dificultats en trobar el cost total i entendre els conceptes. Aquesta experiència posa de manifest la poca claredat d'aquest tipus de documents que van adreçats als ciutadans.

**Càlcul del coeficient de superfície:** La majoria d'alumnes entenen que el coeficient és la proporció entre la superfície de cada pis i la superfície total i el calculen en forma de percentatge utilitzant una regla de tres. Un grup però fa els càlculs dels imports que han de pagar els propietaris correctament fent càlculs aritmètics però no entén què ha de posar en la columna del coeficient. En els càlculs apareixen nombres decimals molt llargs i pregunten al professor si han d'arrodonir o han de tallar (aproximar per defecte) i en quin decimal. Només un grup decideix agafar dos decimals com l'euro.

**Càlcul de despeses:** No tots els alumnes entenen que s'han de repartir les despeses segons aquest coeficient de superfície. Alguns reparteixen a parts iguals el cost de l'ascensor entre els propietaris excepte les botigues, en canvi sí que reparteixen segons la superfície la despesa de la façana. Una errada molt freqüent és que fan servir el mateix coeficient (calculat amb la superfície total de totes les vivendes, botigues i aparcament) per fer els càlculs dels imports que han de pagar per les reformes. Només dos grups, després d'una pregunta-pista del professor s'adonen que per calcular els imports de l'ascensor hauran d'utilitzar un altre coeficient ja que la superfície total no ha de contenir les botigues. L'aparcament es tracta de manera global com si fos d'un únic propietari, per tant no es té en conte la quantitat de places.

A la posada en comú ens adonem que un grup té unes quantitats molt elevades i entre tots esbrinem que han confós el punt de la calculadora amb el punt dels milers.

**Propostes de repartiment:** La majoria de grups argumenten que el repartiment segons el coeficient de superfície és correcte en ambdós casos per diferents motius: 1\_si el pis és més gran vol dir que segurament hi viu més gent, per tant clarament utilitzen més l'ascensor

2\_si el pis és més gran llavors deu tenir més superfície de façana

3\_si volen tenir un pis més gran que paguin més

Un grup argumenta que l'ascensor s'hauria de repartir segons l'alçada dels pisos, és a dir, hauria de pagar més el que va més amunt perquè fa una despesa més gran de l'ascensor. Quant a la façana aquest grup considera que s'ha de repartir a parts iguals. Tots els grups estan d'acord en què les botigues no utilitzen l'ascensor i per tant és correcte que no paguin despeses.

**Variables dependents i independents:** Aquesta activitat permet introduir el tema de funcions. Els alumnes entenen que les dues variables que apareixen a l'activitat són variables quantitatives i la majoria s'adonen que la variable dependent és el cost particular de la despesa. Més endavant es pot demanar que trobin l'expressió algebraica que relaciona el coeficient de superfície

individual amb el cost particular i així cada propietari tindria la fórmula per calcular la quantitat que li pertocarà pagar en les despeses comunitàries.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 2n ESO il·lustra la discussió al voltant del *càlcul del coeficient de superfície*, i el treball sobre *comunicar oralment*.

P: Bé, així què li toca pagar al propietari de l'aparcament per la rehabilitació de façana?

A1: De façana dotze mil nou-cents trenta euros.

P: I d'ascensor?

A2: Tretze mil dos-cents seixanta-dos euros.

P: I a vosaltres, us dóna igual?

A3: No, d'ascensor ens dóna onze mil vuit-cents cinquanta-set.

P: Llavors haurem de veure on està l'error. Algú s'ha equivocat. A veure, mirem quin coeficient us ha donat.

A2: Vint-i-set coma nou.

P: És en tant per cent, oi?

A2: Sí.

P: És el coeficient per calcular el cost de l'ascensor o de la façana?

A2: El de la façana.

P: D'acord.

P: I què heu fet amb el vint-i-set coma nou?

A2: Multiplicar pel total del cost i dividir per cent.

P: Quin total?

A2: Quaranta-dos mil cinc-cents euros.

P: Però aquest és el cost de l'ascensor.

A2: Ah! Sí. Per quaranta-sis mil dos-cents seixanta-dos.

P: Us adoneu que fàcil és que a la comunitat de propietaris passi això mateix que ens passa a nosaltres? Dos grups ho han calculat i dóna diferent. Quan passa això hi ha problemes. Per veure qui té raó hem d'explicar molt bé els passos que s'han fet en els càlculs. A veure, l'altre grup, quin coeficient us ha donat?

A3: No l'hem calculat el coeficient.

P: Llavors com heu repartit les despeses?

A3: Hem dividit el total entre dos mil dos-cents.

P: Explica-ho millor.

A3: Doncs hem dividit els quaranta-sis mil dos-cents seixanta-dos euros per...

P: Aquest preu de què és?

A3: Per rehabilitar la façana.

P: Val, segueix.

A3: Doncs, que hem dividit el preu de la façana per dos mil dos-cents metres quadrats.

P: Per què?

A3: Per saber el preu que correspon a un metre quadrat i després multiplicarem pels metres quadrats que té cadascun.

P: D'acord, i què us ha donat aquesta divisió?

A3: Vint-i-un mil...

P: Vols dir? Pensa-ho bé.

L'alumne agafa la calculadora, torna a fer la operació:

A3: Ah! Vint-i-u coma zero, dos, vuit.

P: Com pot ser que encara fem aquestes errades? No us recordeu que el punt de la calculadora és la nostra coma? Ho hem repetit mil vegades!

Vinga, continuem, així quan haurà de pagar el propietari de l'aparcament?

A3: Vint-i-u coma zero, dos, vuit per sis-cents metres quadrats, o sigui dotze mil sis-cents setze euros.

P: D'acord. Veieu que aquest grup no ha calculat prèviament el coeficient i també és una opció vàlida.

## ACTIVITAT EMAC: REPARTIM DESPESSES

| ENTITAT      | PROPIETARI | SUPERFICIE<br>(m <sup>2</sup> )<br>ascensor/Facana | COEFICIENT<br>Ascensor % | PAGAMENT<br>Ascensor<br>€ | COEFICIENT<br>Facana<br>% | PAGAMENT<br>Facana<br>€ | PAGAMENT<br>TOTAL<br>€ | PAGAMENT<br>Mensual<br>€ |
|--------------|------------|--|--------------------------|---------------------------|---------------------------|-------------------------|------------------------|--------------------------|
| APARC.       | 20 places  | 615  | 31,87                    | 13.544,75                 | 27,95                     | 12.930,23               | 26.474,98              | 2.206,25                 |
| BOTIGA       | FORNER     | 150  | -                        | -                         | 6,82                      | 3.155,07                | 3.155,07               | 262,92                   |
| BOTIGA       | DENTAL     | 120  | -                        | -                         | 5,45                      | 2.521,28                | 2.521,28               | 210,11                   |
| ENT-1        | PUIG       | 60   | 3,11                     | 1.321,75                  | 2,73                      | 1.262,95                | 2.584,70               | 215,39                   |
| ENT-2        | MARTI      | 75   | 3,89                     | 1.635,25                  | 3,41                      | 1.577,53                | 3.212,78               | 267,73                   |
| ENT-3        | CHECA      | 60   | 3,11                     | 1.321,75                  | 2,73                      | 1.262,95                | 2.584,70               | 215,39                   |
| ENT-4        | MARTINEZ   | 75   | 3,89                     | 1.635,25                  | 3,41                      | 1.577,53                | 3.212,78               | 267,73                   |
| PRL-1        | GIL        | 120  | 6,22                     | 2.643,50                  | 5,45                      | 2.521,28                | 5.164,78               | 430,40                   |
| PRL-2        | BARRON     | 85   | 4,40                     | 1.870,00                  | 3,86                      | 1.785,71                | 3.655,71               | 304,64                   |
| PRL-3        | LOPEZ      | 65   | 3,37                     | 1.432,25                  | 2,95                      | 1.364,73                | 2.796,98               | 233,08                   |
| SEG-1        | HERNAN     | 120  | 6,22                     | 2.643,50                  | 5,45                      | 2.521,28                | 5.164,78               | 430,40                   |
| SEG-2        | GUTIERREZ  | 85   | 4,40                     | 1.870,00                  | 3,86                      | 1.785,71                | 3.655,71               | 304,64                   |
| SEG-3        | MONTE      | 65   | 3,37                     | 1.432,25                  | 2,95                      | 1.364,73                | 2.796,98               | 233,08                   |
| TER-1        | PEDROL     | 120  | 6,22                     | 2.643,50                  | 5,45                      | 2.521,28                | 5.164,78               | 430,40                   |
| TER-2        | SALLÉS     | 85   | 4,40                     | 1.870,00                  | 3,86                      | 1.785,71                | 3.655,71               | 304,64                   |
| TER-3        | VAZQUEZ    | 65   | 3,37                     | 1.432,25                  | 2,95                      | 1.364,73                | 2.796,98               | 233,08                   |
| ATI-1        | SAMPERA    | 90   | 4,66                     | 1.980,50                  | 4,09                      | 1.892,12                | 3.872,62               | 322,72                   |
| ATI-2        | GUIJOSA    | 70   | 3,63                     | 1.542,75                  | 3,18                      | 1.471,13                | 3.013,88               | 251,16                   |
| S/ATIC       | ROIG       | 75   | 3,89                     | 1.635,25                  | 3,41                      | 1.577,53                | 3.212,78               | 267,73                   |
| <b>TOTAL</b> |            | <b>1930 / 2200</b>                                 | <b>100</b>               | <b>42.500</b>             | <b>100</b>                | <b>46.262</b>           | <b>88.762</b>          | <b>7.396,83</b>          |

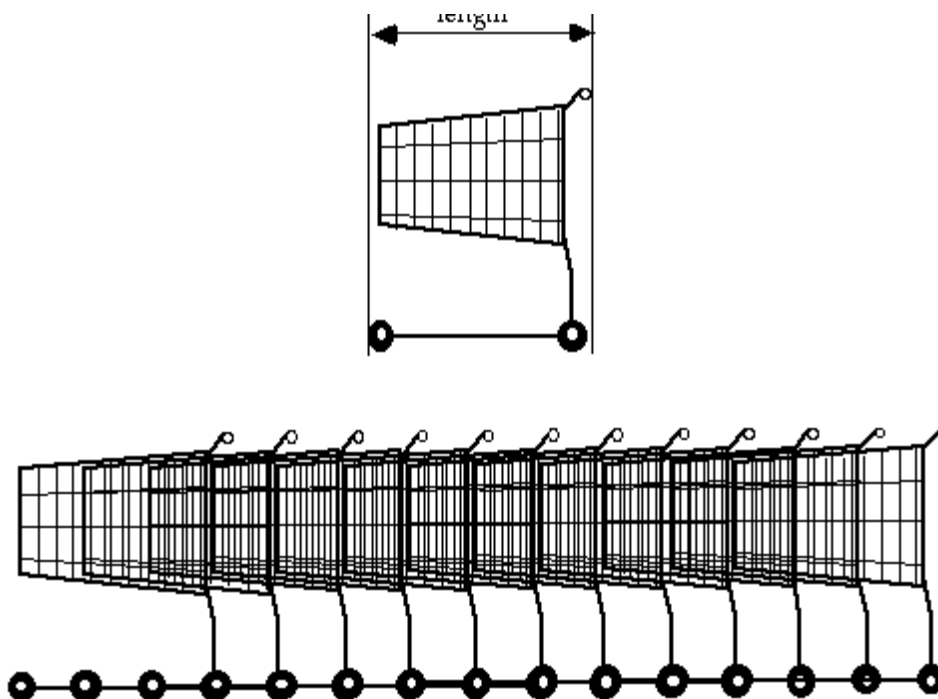
SOLUCIONARI



## ENCAIXEM CARROS DEL SÚPER

Va ser inventat el 1936 per Sylvan N. Godman, propietari d'una cadena d'ultramarins als Estats Units d'Amèrica. Es va adonar que els clients es dirigien a les caixes registradores amb les borses de paper a mig omplir, perquè es trencaven i impedièn caminar bé pel supermercat. Per a facilitar les compres, va idear un carro consistent en una cadira plegable a la qual va afegir unes rodes i una cistella de filferro.

ACTIVITAT: Estem muntant un supermercat i no sabem on col·locar els carrets de la compra. Ajuda'ns a calcular l'espai que necessitem en funció del número de carrets. Et donem un dibuix a escala 1:24 del nostre model de carro i com queden apilats.



Poseu-vos en grups de 3 o 4. Feu un estudi que respongui a les següents qüestions:

- 1- Quin espai necessitem per encaixar els carros?
- 2- Quants carros podem tenir en un determinat espai?

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 2n cicle ESO

### **Material:**

- Regle
- Calculadora

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Mesures
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es reparteixen els fulls de l'activitat on hi ha dibuixat un carro de supermercat a escala 1:24 i la forma com queden encaixats. Es tracta d'utilitzar coneixements matemàtics per a resoldre un problema d'optimització per a l'emmagatzement. Els alumnes han de trobar una manera de predir l'espai necessari per apilar els carros donada la quantitat i a l'inrevés, és a dir, donat un espai quants carros s'hi poden apilar. Es pot treballar de manera individual o en grup. És interessant arribar a trobar l'expressió de la funció que relaciona les dues variables.

### **Competències:**

- Usar i interpretar llenguatge matemàtic en la descripció de situacions properes i valorar críticament la informació obtinguda.
- Aplicar les operacions aritmètiques per tractar aspectes quantitius de la realitat valorant la necessitat de resultats exactes o aproximats.
- Decidir el mètode més adequat de càlcul davant d'una situació donada i aplicar-ho de manera eficient.
- Aplicar proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Mesurar d'una manera directa les magnituds fonamentals, usant els aparells adequats i les unitats adients en cada situació.
- Usar els mètodes elementals de càlcul de distàncies, perímetres, superfícies i volums...en situacions que ho requereixin.
- Utilitzar sistemes convencionals de representació espacial per obtenir o comunicar informació relativa a l'espai físic.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Interpretar les mesures en un dibuix:** Cal estar molt atents a les mesures del dibuix fet a escala ja que un petit error es pot convertir en molt gran després de passar-ho a la proporcionalitat corresponent.

- **Formular hipòtesis de treball:** És un problema que admet diferents formes de resolució correctes. Els alumnes han de pensar un mètode. Si es treballa en grup, qui formula la idea l'ha de comunicar i convèncer als altres. En la posada en comú és bo explicar les formes de resolució a la pissarra i ajudar-se de dibuixos.
- **Explicar els passos i raonaments:** En aquesta activitat és important argumentar bé els càlculs per comparar amb els altres resultats i detectar possibles errors.
- **Saber trobar els errors comesos:** Alguns alumnes no s'adonen d'errors, alguns no de càlcul sinó de inexactitud en algunes mesures del dibuix, fruit de no comprovar i refiar-se del càlcul a simple vista, com per exemple que el cistell del carro queda dividit en tres parts iguals. D'altres només es fixen en la cistella i obliden que la roda del davant surt més que la cistella i també ocupa un espai.
- **Generalitzar a partir d'un cas concret:** Normalment els alumnes calculen l'espai que ocupen els dotze carros del dibuix o bé calculen per un altre nombre determinat de carros. Costa molt que generalitzin i arribin a trobar una fórmula per a "n" carros i un espai "s".

#### EXPERIÈNCIA D'AULA:

L'activitat s'ha passat en aules de 3r d'ESO, on he documentat les següents pràctiques:

**Llargada d'un carro:** A partir del dibuix del carro individual fet a escala 1:24 tots els alumnes mesuren amb el regle 3 centímetres i multipliquen per 24 i troben que mesura 72 centímetres. Alguns passen la mesura a metres. En el dibuix queda clar que la llargada és des de la roda davantera fins l'agafador.

**Càlcul de la llargada d'una filera de carros:** Els alumnes troben la llargada d'una filera de dotze carros, que és la filera de la representació, de diferents formes. Alguns divideixen la cistella del carro que mesura 60 centímetres en tres parts iguals de 20 cm. Aquestes tres parts es veuen en el dibuix i són producte de que una cistella es fica dues terceres parts dins l'altra, així la primera cistella queda dividida en tres parts. Les tres parts de la primera cistella més onze parts dels onze carros restants i finalment l'espai de l'agafador, fan el total de la filera. Diuen que l'agafador fa 12 centímetres que és la diferència de 60 cm de la cistella a 72 cm que mesura el carro sencer. S'equivoquen doncs no tenen en compte la distància de la primera roda a la cistella. Un grup mesura aquesta tercera part de la cistella i passat a escala li dona 21,6 cm, ho multiplica per catorze i li suma l'espai de l'agafador. D'altres compten el primer carro sencer, és a dir, 72 centímetres i li afegeixen 11 vegades la distància que hi ha d'un agafador a l'altre. Finalment un grup diu que cada dos carros apilats mesuren gairebé un metre, 0,93 cm concretament, i multipliquen per sis. Més tard s'adonen que només els dos primers ocupen aquest espai i per tant no els serveix el primer càlcul. Seguidament fan una regla de tres. Diuen que si 12 carros ocupen 3,1 metres, llavors en 1 metre cabran "x" carros.

**Reconeixement de les variables:** Tots reconeixen les variables del problema: espai i número de carros. Veuen que les dues preguntes del problema fan que s'intercanviïn les funcions de dependència de les variables. Si tenim un espai concret i volem saber quants carros hi caben la variable dependent serà el número de carros mentre que si tenim fixat el número de carros la variable dependent serà l'espai.

**Expressió analítica de la funció:** Generalitzar costa als alumnes. Quan se'ls demana quin espai necessitem per un número indeterminat de carros comencen a donar quantitats calculades per diferents valors del número de carros. El grup que havia calculat la longitud de la filera a partir de catorze parts de 20 centímetres i li sumava 12 cm de l'agafador va trobar l'expressió :  $0,20 \times \text{número de parts} + 0,12$ .

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 3r ESO il·lustra la discussió al voltant del *càlcul de la llargada d'una filera de carros*, i el treball sobre *interpretar les mesures en un dibuix fet a escala*.

P: La primera pregunta és, quin espai necessitem per apilar els carros?

Oriol, quan us dóna a vosaltres?

A1: Tres-cents nou coma sis centímetres.

P: Primer de tot, quant mesura un carro?

A1: Setanta-dos centímetres.

P: Bé, he vist que alguns de vosaltres ho heu passat a metres, és a dir que un carro fa zero coma setanta-dos metres. Tothom està d'acord?

A2: Sí.

A3: No. Nosaltres hem mesurat la cistella del carro, sense el mànec, que fa 60 centímetres, l'hem dividit en tres parts perquè hem vist que quan apiles els carros entren dues terceres parts a dins de l'altre i queda una fora. Aquesta part fa vint centímetres, així que la multipliquem per catorze parts, que són tres del primer carro més les onze parts que surten dels onze carros següents. Així ens dóna dos-cents vuitanta centímetres i falta sumar-hi el tros de l'últim mànec que és dotze, la diferència de seixanta a setanta-dos. El total és dos-cents noranta-dos.

A1: Però el mànec no és dotze.

P: Per què? Explica't.

A1: El mànec mesura tres mil·límetres, o sigui, set coma dos centímetres.

A3: Però nosaltres mirem les parts del carro que queden una dintre de l'altre.

P: Què no han tingut en compte ells?

A1: L'espai que ocupa tot el carro perquè la roda del davant surt més de la cistella. Els dotze centímetres que diuen són una mica del mànec i una mica del tros que surt de la roda.

P: Val, a veure, Oriol, explica com ho heu calculat vosaltres.

A1: Nosaltres hem comptat setanta-dos del primer carro sencer i li hem sumat l'espai que hi ha de mànec a mànec dels onze carros. O sigui, setanta-dos més onze per vint-i-u coma sis. Ens ha donat el tres-cents nou coma sis.

P: Els altres enteneu com ho han calculat?

A: Sí.

P: Algú més, que hagi fet el càlcul d'una altra manera?

A4: Nosaltres hem mesurat la part del primer carro que no queda plena amb el segon carro i ens dóna que mesura vint-i-u coma sis i no vint com l'altre grup. Nosaltres hem multiplicat també per catorze parts i ens dóna tres-cents dos coma quatre i falta sumar-hi el mànec que són set coma dos i ens dóna igual que el primer grup, tres-cents nou coma sis centímetres.

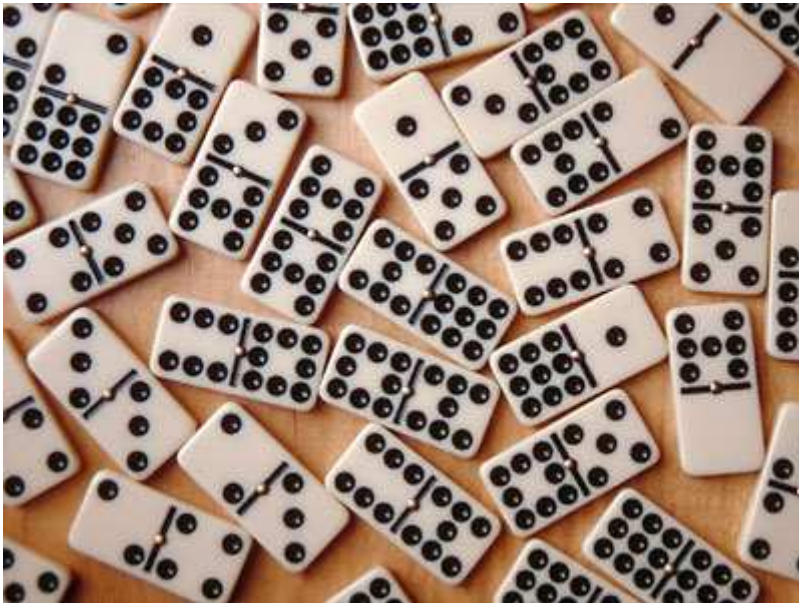
P: D'acord. Mireu, és cert que la part del primer carro que queda lliure quan entra el segon carro fa vint-i-u coma sis i la segona part també però la tercera ja no, és més petita perquè el que sí és cert és que la cistella del carro fa seixanta centímetres. Per tant si mirem els carros apilats la manera més correcta de calcular quant ocupen és mesurar el primer sencer i després sumar-hi la distància de mànec a mànec onze vegades. Així calculem tot l'espai ocupat, des de la primera roda a l'últim mànec. D'acord? S'entén?

A: Sí.

## JUQUEM AL DÒMINO

*El dòmino clàssic i més utilitzat és el que té 28 fitxes i arriba fins el “doble sis”. A més d’aquest hi ha altres varietats de dòmino segons el número de fitxes que conté. Es poden trobar dòminos que arriben al “doble 18”.*

ACTIVITAT: Mira amb atenció la següent fotografia. Hi veus quelcom d’estrany?



Quantes fitxes té el domino convencional?

Quantes fitxes té el dòmino de la fotografia?

Quantes fitxes deuen tenir els dòminos que tenen tretze pals (arriben al “doble dotze”)?

Podries trobar una fórmula per deduir el número de fitxes que té un dòmino segons el número de pals que tenen?

## FITXA PEL PROFESSORAT

**Ubicació recomanada:** 1r cicle ESO

### **Blocs de continguts:**

- Nombres i càlcul
- Geometria
- Resolució de problemes

### **Dinàmica de treball:**

Es fa una lectura individual de l'activitat, es comenta si hi ha algun dubte i es comença a treballar. El treball en grup sempre és més enriquidor. Aquesta activitat permet fer grups de dos, tres i fins a quatre membres. Es pot portar un joc del dòmino a l'aula però en aquest cas els alumnes comencen a comptar fitxes i no desenvolupen altres estratègies, per tant s'aconsella no portar-ne cap.

### **Competències:**

- Decidir el mètode més adequat de càlcul davant d'una situació donada i aplicar-ho de manera eficient.
- Aplicar la proporcionalitat directa o inversa per tal de resoldre situacions properes que ho requereixin.
- Planificar i utilitzar estratègies per afrontar situacions problemàtiques mostrant seguretat i confiança en les capacitats pròpies.
- Presentar d'una manera clara, ordenada i argumentada, el procés seguit i les solucions obtingudes en resoldre un problema.

En particular, destaquen especialment les competències relatives a:

- **Desenvolupar estratègies de recompte:** En un recompte és important seguir un ordre. En aquesta activitat es proposa el recompte de fitxes de dòminos de diferents pals. Cada alumne haurà de desenvolupar alguna estratègia i en la posada en comú es veurà l'efectivitat de cadascuna. Una bona estratègia és utilitzar una representació gràfica on és més fàcil adonar-se de les repeticions.
- **Descartar solucions errònies:** En el recompte final de fitxes pot haver-hi algun error o bé es pot donar el cas que utilitzant diferents mètodes s'arribi a resultats diferents. En aquest cas caldrà trobar quina solució és l'errònia i el perquè. Això implicarà una comprensió significativa del mètode utilitzat.
- **Distingir la proporcionalitat directa:** Aquest exemple un exemple on apareixen magnituds que aparentment són directament proporcionals i fàcilment es pot trobar una solució errònia.
- **Comprovar els resultats:** En la comprovació dels resultats obtinguts del número de fitxes d'un dòmino determinat amb les fitxes reals del joc, ens adonem de possibles errades.

## EXPERIÈNCIA D'AULA

L'activitat s'ha passat en aules de 2n i 3r curs d'ESO, on hem documentat les següents pràctiques:

**Recompte de fitxes:** Alguns alumnes comencen a escriure les fitxes sense cap ordre i per tant se'ls fa difícil fer un bon recompte. Els que separen segons els pals van ben encaminats tot i que hi ha una mica de confusió entre el número de pals i el número de la fitxa més gran. El recompte el fan gràficament en forma d'arbre per cada pal o bé una filera per pal i gràficament van formant un triangle que augmenta cada vegada que hi ha un pal més. El recompte per el dòmino de deu pals és  $10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=55$ . Un grup parteix de les 28 fitxes del dòmino habitual i li suma 8 fitxes del pal vuit, 9 fitxes del pal nou i deu fitxes del pal deu i li dona el total de 55. Dedueixen que el número de fitxes del dòmino de 13 pals serà  $13+12+11+10+9+8+7+6+5+4+3+2+1=91$  fitxes.

Un grup però argumenta que són variables directament proporcionals i que fent una regla de tres directa el dòmino de deu pals hauria de tenir 40 fitxes. Això crea molts dubtes als altres grups que fins i tot algun canvia la seva resposta.

**Deducció d'una fórmula general:** A totes les aules els costa deduir la fórmula general i diuen que s'ha d'anar sumant el número del pal amb els seus anteriors fins arribar a u però no troben l'expressió analítica. El professor l'ha de posar a la pissarra i l'ha de comprovar per diferents valors i així entenguin l'expressió.

## TRANSCRIPCIÓ D'AULA

El següent fragment literal d'una aula de 2n ESO il·lustra la discussió al voltant del *recompte de fitxes*, i el treball al voltant de *distingir una proporcionalitat directa*.

P: Anem per la primera pregunta, què heu vist d'estrany en el dòmino de la fotografia?

A1: Que arriba al doble nou.

P: Bé. Tothom ha contestat el mateix?

A: Sí.

P: I quantes fitxes té?

A1: Nosaltres hem partit del dòmino normal que arriba al doble sis, o sigui que té set pals i té vint-i-vuit fitxes. Hem fet una regla de tres, o sigui, si set pals són vint-i-vuit fitxes, deu pals seran ics i ens ha donat quaranta.

P: A tothom li ha donat el mateix?

A2: No, a nosaltres ens dona cinquanta-cinc.

P: Què ha passat aquí? Quaranta o cinquanta-cinc?

A3: Cinquanta-cinc.

P: A veure explique-nos d'on surt el cinquanta-cinc.

A2: Jo he pensat que les fitxes del pal zero són deu, les del pal 1 són nou, les del pal dos són vuit i així sumant ens dona cinquanta-cinc.



P: Ho enteneu tots?

A: No.

P: Escriu-ho a la pissarra sisplau.

A2: Les fitxes del pal zero són el zero-zero, el zero-u, el zero-dos, el zero-tres, el zero-quatre, el zero-cinc, el zero-sis, el zero-set, el zero-vuit i el zero-nou, en total deu. Les del pal u són el u-u, u-dos, u-tres, u-quatre, u-cinc, u-sis, u-set, u-vuit, u-nou, en total són nou. I ara les del dos, les del tres, fins al pal nou que només té la fitxa nou-nou.

P: Veieu que en el pal u no hen comptat el u-zero perquè ja havíem comptat la fitxa abans, la zero-u?

A: Sí.

P: Així sumant les fitxes de cada pal tenim deu, més nou, més vuit, més set, més sis, més cinc, més quatre, més tres, més dos, més u i dona cinquanta-cinc. Correcte.

A2: Però potser ho tinc malament perquè he comprovat que és cert que són directament proporcionals i si fem la regla de tres directa dona quaranta.

P: Però què vol dir directament proporcionals?

A2: Que si una magnitud creix, l'altra també. Aquí si augmentem els pals augmenten les fitxes.

P: Però no funciona la regla de tres, perquè hem escrit les fitxes a la pissarra i en surten cinquanta-cinc. Per què no funciona la regla de tres? A veure si enlloc de pals i fitxes tinguéssim ampolles i caixes, què?

A3: Sí que és directament proporcional perquè quantes més caixes més ampolles.

P: Sí però perquè a cada caixa hi ha la mateixa quantitat d'ampolles. Aquí les proporcions són diferents, a cada pal hi ha un número diferent de fitxes. La regla de tres reparteix per igual. En el dòmino de vint-i-vuit fitxes repartides en set pals tocarien a quatre fitxes per pal i per això si hi ha deu pals serien quatre per deu quaranta fitxes. Ho veieu?

A: Ara sí.

## Consideracions finals

Aquest recull d'activitats de context real pretén contribuir a la reflexió i a la pràctica conjunta de l'educació matemàtica i l'educació en valors. He volgut donar a conèixer algunes propostes que poden ser convenientment adaptades en funció de l'escola i l'aula on es pretenguin aplicar. La intenció és que cada equip de professorat esculli les propostes que els puguin ser més útils per a la seva tasca i la seva realitat, i que, en el millor dels casos, acabin dissenyant propostes pròpies de matemàtiques que incorporin l'educació en valors.

Tanmateix, sóc conscient que davant del que considerem avenços, cal aturar-nos i pensar en el sentit del que estem fent. Hem de reflexionar sobre la freqüència amb què s'haurien d'introduir activitats de pensament crític al llarg d'un curs escolar i, també, sobre quines parts del currículum de matemàtiques són difícils de "recobrir" amb aquest tipus de format. Som encara en un moment en què el treball del pensament crític és insuficient a les aules, però això no vol dir que convingui anar cap a una situació on s'interpreti tot el currículum en base a aquest treball. Hem de ser capaços de plantejar i aconseguir un equilibri entre diferents tipus d'activitats i orientacions, garantint que hi hagi una presència significativa, però no descompensada, d'activitats d'aquest tipus. Crec que el treball del pensament crític i del context real ha de tenir un lloc a les classes de matemàtiques, que s'ha de poder completar i arrodonir amb el treball d'altres processos de pensament i comunicació ubicats en contextos formals.

D'altra banda, en el desenvolupament de les activitats de pensament crític, hi intervenen molts dubtes sobre el paper del professorat en la interpretació i la discussió de situacions de context real. Quan es parla dels missatges enganyosos d'alguns anuncis publicitaris, per exemple, podem arribar a adoptar en excés intencions "moralitzadores" en les converses amb l'alumnat, explicant el que està bé i el que no està tan bé des d'un punt de vista ideològic. Educar sempre significa inevitablement prendre un cert posicionament i donar-lo a conèixer per tal que els altres d'alguna manera s'hi ajustin. Hi ha vegades, però, en què es corre el perill de depassar els límits, convertint una classe inicialment de matemàtiques en una situació on uns determinats plantejaments ideològics es converteixen en els principals objectius de l'aprenentatge. No és la meva pretensió que això passi. Més aviat voldria que les matemàtiques es vegin com una eina potent per a descobrir missatges que no sempre són pròpiament matemàtics.

Amb tot encara hi ha algunes qüestions per resoldre:

*És possible construir aquest tipus d'activitats per a tots els blocs del currículum de matemàtiques?*

Quan se'ns demana per primera vegada què ens suggereix l'expressió "pensament crític" penso en altres disciplines com per exemple la filosofia, la psicologia, fins i tot la sociologia, abans que en matemàtiques. En aquesta línia de pensament podríem dir que "pensem críticament" quan qüestionem la informació que se'ns proporciona, pensem una iniciativa de resolució, la fonamentem amb els coneixements matemàtics que tenim adquirits i la contrastem mitjançant el treball cooperatiu.

Una de les intencions d'aquest tipus de problemes és que l'alumne s'adoni que les matemàtiques sorgeixen en problemes que no eren inicialment catalogats com a matemàtics. És per aquest motiu que hi ha blocs de continguts que es treballen gairebé en totes les activitats mentre que d'altres són difícils de trobar. Hi ha activitats que treballen diferents aspectes matemàtics i per tant es treballen diferents blocs de continguts. En totes elles però, el càlcul és imprescindible i provoca que el bloc de "Nombres i operacions" sigui el denominador comú de totes.

*Com podem decidir adequadament els nivells educatius en els que té sentit plantejar cadascuna de les activitats?*

La matematització pot esdevenir en diferents nivells. Els nivells d'aquesta matematització estan connectats amb els nivells de comprensió dels alumnes.

L'aprenentatge, contràriament al que sempre hem cregut, és un procés continu de petits esglaons, discontinu en la totalitat. Cada estudiant ha de fer el seu procés de maduració i segueix el seu propi camí individual. Aquestes activitats, enfocades a situacions concretes, són prou flexibles per a ser introduïdes a diferents nivells, tot i que hi ha una recomanació relacionada amb els continguts.

Per resumir-ho breument diria que aquestes activitats volen donar una perspectiva de que la matemàtica és una activitat humana, exemplificada en un seguit d'aplicacions. Els estudiants, utilitzant els models i contextos, desenvolupen les seves pròpies matemàtiques.

*Com garantim la presència equilibrada de continguts matemàtics i extramatemàtics sense traïr la naturalesa de l'activitat?*

Quan els alumnes aprenen en un model aïllat, allunyat de la realitat, els continguts matemàtics són ràpidament oblidats i per tant no seran capaços d'aplicar-los. Aquest recull d'activitats de context real, és a dir, que inclouen situacions extremes de la vida diària, i que pretenen, enlloc d'estudiar certes abstraccions o definicions per aplicar posteriorment, començar amb continguts rics que necessitin una contribució matemàtica i provocar que els estudiants arribin a considerar que val la pena resoldre problemes matemàtics. Per aconseguir l'interès (clau de l'aprenentatge) per part de l'alumnat els problemes han de tenir "sentit comú" i han de ser entenedors. La dificultat per part dels ensenyants rau en trobar el "realisme adequat", és a dir, el que és real per una persona que busca i escriu problemes, pot estar allunyat de la realitat de l'alumne. El fet de treballar en contextos reals fa que l'alumnat pugui demostrar que són capaços de resoldre matemàticament i que han entès la matèria, a la vegada permet al professor una avaluació autèntica. A més d'aprendre competències de context, les activitats ens permetran abordar altres temes de discussió que el professor haurà de dirigir molt bé de manera que l'activitat no es desviï massa dels continguts matemàtics.

*Com avaluem la gran quantitat d'aspectes involucrats en el desenvolupament d'aquest tipus d'activitats?*

Des del punt de vista d'una educació matemàtica entesa com a activitat humana, es requereix una forma activa, en la que els estudiants tenen l'oportunitat de demostrar que són capaços d'analitzar, organitzar i solventar situacions problemàtiques utilitzant continguts matemàtics. L'habilitat comunicativa també forma part d'aquest procés i per tant implica que els estudiants han de ser capaços de presentar les seves respostes amb les seves pròpies paraules. En conseqüència, les "produccions pròpies" dels estudiants ocupen un lloc important en aquesta valoració.

Per aconseguir la implicació de l'alumnat s'ha intentat incloure tres característiques essencials:

- que les activitats tinguin molt de sentit, és a dir, siguin properes a la seva realitat per a que "se'ls facin seus", per a que siguin els seus propis problemes.
- que siguin de naturalesa oberta, una característica que encoratja els estudiants a assumir una responsabilitat més gran a l'hora de donar la resposta.
- que siguin activitats de pensament crític.

El professor podrà avaluar en cadascuna d'aquestes activitats les competències bàsiques detallades en la fitxa corresponent. Penso que les activitats ajuden a tenir una percepció global del nivell de matematització de l'alumne i de la classe en general que crec ajuda el professor a veure les dificultats i necessitats individuals i també del grup.

*Amb quina freqüència convé alternar aquest tipus d'activitats amb altres de manera que assegurem el treball de processos d'abstracció, generalització, modelització, prova...?*

Ensenyar matemàtiques en un context real també vol dir afrontar situacions sense solució o situacions que es poden resoldre de diverses maneres. L'assumpció que els problemes de matemàtiques tenen sempre una única solució correcta no és solsament falç sinó que a més elimina un número gran de possibilitat per a avaluar raonaments i coneixements matemàtics. Presentant problemes on és possible trobar més d'una solució, els estudiants no només tenen més amplitud per trobar solucions sinó que a més revelen més informació sobre el seu procés d'aprenentatge.

És important que els alumnes aprenguin a afrontar un problema extracurricularment, sense cap lligam de contingut i a acceptar diferents interpretacions. Aquesta premisa indica que aquestes activitats no cal lligar-les a cap contingut específic, encara que ens poden anar molt bé com a introducció d'un tema o com a aplicació final, depenent del cas.

## Referències bibliogràfiques

- Alsina, À.; Planas, N. (2007). Cambio de perspectiva en la resolución de problemas a través del aprendizaje reflexivo. A T. Colén i F. Imbernon (coord.), *Actas del I Congreso Internacional sobre Nuevas Tendencias en la Formación Permanente del Profesorado* (pp. 354-362). Barcelona: Universitat de Barcelona.
- Alsina, À.; Planas, N. (2008). *Matemática inclusiva: Propuestas para una educación matemática accesible*. Madrid: Narcea.
- Blázquez, F.; Darnaculleta, A.; Figueras, R.; Franquet, J. C.; Miguel, A.; Planas, N. (2006). El pensament crític a l'aula de matemàtiques. *Perspectiva Escolar*, 308, 64-72
- Darnaculleta, A.; Planas, N. (en premsa). Problemes de “context real” a l'aula de matemàtiques. *Guix-Elements d'Acció Educativa*.
- Deulofeu, J. (1999). Pensant en el 2001: resolució de problemes, activitat matemàtica i raonament. *Perspectiva Escolar*, 242, 33-35.
- Figueras, R.; Planas, N.; Blázquez, F.; Darnaculleta, A. (2007). De las opiniones a los argumentos. *Cuadernos de Pedagogía*, 373, 37-40.
- Font, V. (2007). Comprensión y contexto: Una mirada desde la didáctica de las matemáticas. *Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española*, 10(2), 427-442.
- Gallego, C. (coord.) (2005). *Repensar l'aprenentatge de les matemàtiques: Ensenyar a compartir la visió del món*. Barcelona: Graó.
- Godino, J. D.; Bencomo, D.; Font, V.; Wilhelmi, M. R. (2006). Análisis y valoración de la idoneidad didáctica de procesos de estudio de las matemáticas. *Paradigma*, 27(2), 221-252.
- Gutstein, E. (2006). *Reading and writing the world with mathematics: Toward a pedagogy for social justice*. Nova York, Estats Units: Routledge.
- Heuvel-Panhuizen, M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education*. Utrecht, Holanda: Freudenthal Institute.
- OCDE (2007). *PISA 2006 Science Competencies for Tomorrow's World*. París, França: OCDE.
- Planas, N. (2006). La práctica matemática en su contexto cultural. A J. M. Chamoso (coord.), *Enfoques actuales en la Didáctica de las Matemáticas* (131-155). Madrid: Publicaciones MEC.
- Planas, N.; Miguel, A.; Franquet, J. C.; Figueras, R.; Darnaculleta, A.; Blázquez, F. (2008). Una experiència d'educació matemàtica crítica. *Guix*, 343, 29-35.
- Rico, L. (2006). Marco teórico de evaluación en PISA sobre matemáticas y resolución de problemas. *Revista de Educación*, nº extraordinari, 275-294.
- Rico, L.; Lupiáñez, J. L. (2008). Competencias matemáticas desde una perspectiva curricular. Madrid: Alianza Editorial.
- Sanmartí, N. (2008). *10 ideas clave: evaluar para aprender*. Barcelona: Graó

Santa Barbara Classroom Discourse Group (2001). An approach to studying the social construction of literate practices. *Linguistics and Education*, 11(4), 9–23.

Skovsmose, O. (1994). *Philosophy of Critical Mathematics Education*. Dordrecht, Holanda: Kluwer Academic Publishers.

Vila, A.; Callejo, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar: el papel de las creencias en la resolución de problemas*. Madrid: Narcea.